

随机道路谱作用下的汽车响应特性^{*}

王 辉, 赵文礼^{*}

(杭州电子科技大学 机械工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 针对驱动桥壳在随机道路谱作用下的响应特性问题, 建立了汽车振动的 7 自由度动力学方程, 应用随机振动理论求解出了汽车在路面不平度下的频率响应 (FR), 利用 Matlab 得到了不同速度下的后桥垂向振动加速度功率谱密度 (PSD)。研究结果表明该随机道路谱作用下的汽车响应特性研究对驱动桥的动态设计具有一定的参考和应用价值。

关键词: 动力学模型; 随机道路谱; 驱动桥壳; 频率响应; 功率谱密度

中图分类号: TH132; TP391.7

文献标识码: A

文章编号: 1001-4551(2010)07-0112-04

Vehicle response characteristics under the action of random road spectrum

WANG Hui, ZHAO Wen-li

(School of Mechanical Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: For the study on the response characteristics of drive axle housing under the action of random road spectrum, a seven-degree-of-freedom (7-DOF) model was developed, the frequency response (FR) to road roughness was solved by random vibration theory. Furthermore, the vertical vibration acceleration power spectral density (PSD) of rear axle under different speeds was solved by Matlab. Those results have reference and application value for the design and fatigue life prediction of the drive axle housing.

Key words: dynamic model; random road spectrum; drive axle housing; frequency response (FR); power spectral density (PSD)

0 引言

在汽车驱动桥壳设计中, 目前常把车辆作用于驱动桥的载荷视为静载荷或乘以动荷系数的准静态载荷, 这种方法在传统的设计中发挥了重要作用, 适合于车辆低速运动的情况。随着车辆运行速度的提高和载荷的不断增加, 通过模拟路面不平度对车辆振动的影响以及动载应力响应的变化^[1], 已经成为现代车辆设计中普遍方法。

本研究建立了包括 5 个垂向跳动和 2 个转动的 7 自由度整车动力学模型, 求解随机路面谱作用下的系统响应功率谱, 为驱动桥壳的有限元计算与分析提供了具有实际意义的载荷条件。

1 动力学模型

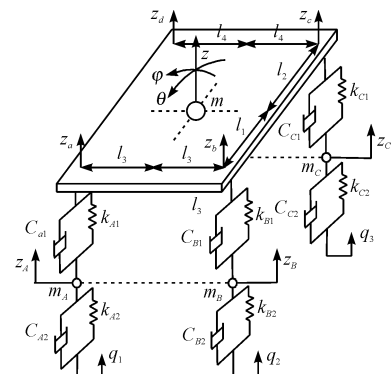


图 1 汽车振动模型

汽车悬架系统是一个多输入、多输出的多自由度的复杂振动系统, 引起汽车振动的原因很多, 考虑到垂

向载荷作用时的主要矛盾^[2],笔者假定车身为刚体,汽车做匀速直线运动,车身有上下跳动、前后俯仰和左右侧倾3个自由度,四轮考虑垂直振动自由度(如图1所示)。应用拉格朗日方程可建立车辆系统动力学方程如下:

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{A1} + c_{B1} + c_{C1} + c_{D1} & -c_{A1} & -c_{B1} & -c_{C1} & -c_{D1} \\ -c_{A1} & c_{A1} + c_{A2} & 0 & 0 & 0 \\ -c_{B1} & 0 & c_{B1} + c_{B2} & 0 & 0 \\ -c_{C1} & 0 & 0 & c_{C1} + c_{C2} & 0 \\ -c_{D1} & 0 & 0 & 0 & c_{D1} + c_{D2} \\ -[(c_{A1} + c_{B1}) \cdot l_1 - (c_{C1} + c_{D1}) \cdot l_2] & c_{A1} \cdot l_1 & c_{B1} \cdot l_1 & -c_{C1} \cdot l_2 & -c_{D1} \cdot l_2 \\ (c_{A1} - c_{B1}) \cdot l_3 - (c_{C1} - c_{D1}) \cdot l_4 & -c_{A1} \cdot l_3 & c_{B1} \cdot l_3 & c_{C1} \cdot l_4 & -c_{D1} \cdot l_4 \\ -[(c_{A1} + c_{B1}) \cdot l_1 - (c_{C1} + c_{D1}) \cdot l_2] & & (c_{A1} - c_{B1}) \cdot l_3 - (c_{C1} - c_{D1}) \cdot l_4 & & \\ c_{A1} \cdot l_1 & & -c_{A1} \cdot l_3 & & \\ c_{B1} \cdot l_1 & & c_{B1} \cdot l_3 & & \\ -c_{C1} \cdot l_2 & & c_{C1} \cdot l_4 & & \\ -c_{D1} \cdot l_2 & & -c_{D1} \cdot l_4 & & \\ (c_{A1} + c_{B1}) \cdot l_1^2 + (c_{C1} + c_{D1}) \cdot l_2^2 & & -[(c_{A1} - c_{B1}) \cdot l_1 \cdot l_3 + (c_{C1} - c_{D1}) \cdot l_2 \cdot l_4] & & \\ -[(c_{A1} - c_{B1}) \cdot l_1 \cdot l_3 + (c_{C1} - c_{D1}) \cdot l_2 \cdot l_4] & & (c_{A1} + c_{B1}) \cdot l_3^2 + (c_{C1} + c_{D1}) \cdot l_4^2 & & \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{A1} + k_{B1} + k_{C1} + k_{D1} & -k_{A1} & -k_{B1} & -k_{C1} & -k_{D1} \\ -k_{A1} & k_{A1} + k_{A2} & 0 & 0 & 0 \\ -k_{B1} & 0 & k_{B1} + k_{B2} & 0 & 0 \\ -k_{C1} & 0 & 0 & k_{C1} + k_{C2} & 0 \\ -k_{D1} & 0 & 0 & 0 & k_{D1} + k_{D2} \\ -[(k_{A1} + k_{B1}) \cdot l_1 - (k_{C1} + k_{D1}) \cdot l_2] & k_{A1} \cdot l_1 & k_{B1} \cdot l_1 & -k_{C1} \cdot l_2 & -k_{D1} \cdot l_2 \\ (k_{A1} - k_{B1}) \cdot l_3 - (k_{C1} - k_{D1}) \cdot l_4 & -k_{A1} \cdot l_3 & k_{B1} \cdot l_3 & k_{C1} \cdot l_4 & -k_{D1} \cdot l_4 \\ -[(k_{A1} + k_{B1}) \cdot l_1 - (k_{C1} + k_{D1}) \cdot l_2] & & (k_{A1} - k_{B1}) \cdot l_3 - (k_{C1} - k_{D1}) \cdot l_4 & & \\ k_{A1} \cdot l_1 & & -k_{A1} \cdot l_3 & & \\ k_{B1} \cdot l_1 & & k_{B1} \cdot l_3 & & \\ -k_{C1} \cdot l_2 & & k_{C1} \cdot l_4 & & \\ -k_{D1} \cdot l_2 & & -k_{D1} \cdot l_4 & & \\ (k_{A1} + k_{B1}) \cdot l_1^2 + (k_{C1} + k_{D1}) \cdot l_2^2 & & -[(k_{A1} - k_{B1}) \cdot l_1 \cdot l_3 + (k_{C1} - k_{D1}) \cdot l_2 \cdot l_4] & & \\ -[(k_{A1} - k_{B1}) \cdot l_1 \cdot l_3 + (k_{C1} - k_{D1}) \cdot l_2 \cdot l_4] & & (k_{A1} + k_{B1}) \cdot l_3^2 + (k_{C1} + k_{D1}) \cdot l_4^2 & & \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[C_i] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{A2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{B2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{C2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{D2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[K_i] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{A2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{B2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{C2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{D2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[M]\{\ddot{z}\} + [C]\{\dot{z}\} + [K]\{z\} = [C_i]\{\dot{q}\} + [K_i]\{q\} \quad (1)$$

其中: $\{z\} = \{z \quad z_A \quad z_B \quad z_C \quad z_D \quad \theta \quad \varphi\}^T$, $\{q\} = \{q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4\}^T$; $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ 分别为质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵; $[C_i]$ 、 $[K_i]$ 亦为阻尼矩阵、刚度矩阵。它们分别为:

$$[M] = \begin{bmatrix} m & & & & & \\ & m_A & & & & \\ & & m_B & & & \\ & & & m_C & & \\ & & & & m_D & \\ & & & & & J_1 \\ & & & & & & J_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

2 频率响应函数矩阵

对式(1)进行 Fourier 变换,整理后有:

$$[z \ z_A \ z_B \ z_C \ z_D \ \theta_1 \ \theta_2]^T = D^{-1}E[q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T \quad (7)$$

其中: $D = -\omega^2 M + j\omega C + K$, $E = j\omega C_i + K_i$

则得汽车系统的频率响应函数矩阵为:

$$[H(j\omega)] = \begin{bmatrix} H_{zq_1}(j\omega) & H_{zq_2}(j\omega) & H_{zq_3}(j\omega) & H_{zq_4}(j\omega) \\ H_{z_{q_1}}(j\omega) & H_{z_{q_2}}(j\omega) & H_{z_{q_3}}(j\omega) & H_{z_{q_4}}(j\omega) \\ H_{z_{\theta_1}}(j\omega) & H_{z_{\theta_2}}(j\omega) & H_{z_{\theta_3}}(j\omega) & H_{z_{\theta_4}}(j\omega) \\ H_{z_{c_1}}(j\omega) & H_{z_{c_2}}(j\omega) & H_{z_{c_3}}(j\omega) & H_{z_{c_4}}(j\omega) \\ H_{z_{d_1}}(j\omega) & H_{z_{d_2}}(j\omega) & H_{z_{d_3}}(j\omega) & H_{z_{d_4}}(j\omega) \\ H_{\theta_{q_1}}(j\omega) & H_{\theta_{q_2}}(j\omega) & H_{\theta_{q_3}}(j\omega) & H_{\theta_{q_4}}(j\omega) \\ H_{\theta_{c_1}}(j\omega) & H_{\theta_{c_2}}(j\omega) & H_{\theta_{c_3}}(j\omega) & H_{\theta_{c_4}}(j\omega) \end{bmatrix} = D^{-1}E \quad (8)$$

3 路面不平度

研究认为一般的路面不平度具有零均值、各态历经的平稳 Gauss 随机过程,即具有平稳遍历特性^[3]。其特性可用功率谱密度函数 $G_q(n)$ 表示。根据 GB/T7031-2005/ISO8608:1995“机械振动 道路路面谱测量数据报告”,路面功率谱密度 $G_q(n)$ 的拟合表达式为:

$$G_q(n) = G_q(n_0) \left(\frac{n}{n_0} \right)^{-w} \quad (9)$$

式中 n —空间频率; n_0 —参考空间频率, $n_0 = 0.1 \text{ m}^{-1}$; w —频率指数, $w = 2$; $G_q(n_0)$ —参考空间频率下的路面功率谱密度值,称为路面不平度系数。

对于平稳 Gaussian 随机过程,有多种方法生成路面不平度时域模型。基于幂函数的功率谱密度,采用

$$[G(n)] = \begin{bmatrix} G_{q_1 q_1}(n) & G_{q_1 q_2}(n) & G_{q_1 q_3}(n) & G_{q_1 q_4}(n) \\ G_{q_2 q_1}(n) & G_{q_2 q_2}(n) & G_{q_2 q_3}(n) & G_{q_2 q_4}(n) \\ G_{q_3 q_1}(n) & G_{q_3 q_2}(n) & G_{q_3 q_3}(n) & G_{q_3 q_4}(n) \\ G_{q_4 q_1}(n) & G_{q_4 q_2}(n) & G_{q_4 q_3}(n) & G_{q_4 q_4}(n) \end{bmatrix} = G_q(n) \begin{bmatrix} 1 & \gamma(n) & e^{-j2\pi nl} & \gamma(n) \cdot e^{-j2\pi nl} \\ \gamma(n) & 1 & \gamma(n) \cdot e^{-j2\pi nl} & e^{-j2\pi nl} \\ e^{j2\pi nl} & \gamma(n) \cdot e^{j2\pi nl} & 1 & \gamma(n) \\ \gamma(n) \cdot e^{j2\pi nl} & e^{j2\pi nl} & \gamma(n) & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

快速傅里叶变换(FFT)逆变换法将路面功率谱生成随机道路不平度,所模拟的路面随机不平度 $q(t)$ ^[4-5]为:

$$q(t) = \sum_{i=1}^n \sqrt{4G_R(\phi_i)\Delta\phi} \cdot \cos(\phi_i vt - \theta_i) \quad (10)$$

式中 θ_i — $[0, 2\pi]$ 上均匀分布的随机数; v —车速; t —行驶时间; $\Delta\phi$ —空间频率增量,本研究取为 0.01; $G_q(\phi_i)$ —路面功率谱密度。

基于式(10),利用 Matlab 对汽车在 $v = 50 \text{ km/h}$ 下的不平度进行仿真,所得结果如图 2 所示。

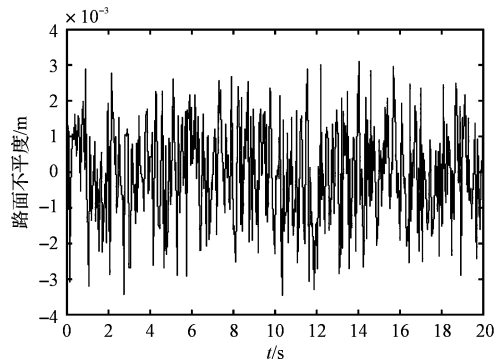


图 2 路面随机不平度

4 路面输入功率谱密度

车辆行驶时,路面不平度对每个车轮都有一个随机输入,其中包括“自谱”与“互谱”。“自谱”是指每个车轮自身随机输入的功率谱密度,“互谱”指的是各车轮随机输入相互作用产生的功率谱密度。

利用双轨路面不平度测量仪,测得左右轨迹之间的相关程度,根据统计数据,相关函数 $\gamma(n)$ ^[6]可表示为:

$$\gamma^2(n) = \frac{|G_{LR}(n)|^2}{G_{LL}(n)G_{RR}(n)} \quad (11)$$

式中 $G_{LR}(n)$ —左右车轮的互谱密度, $G_{LL}(n)$ 、 $G_{RR}(n)$ —左、右车轮的自谱密度。

本研究作了如下假设^[7]:路面是各向同性的,即 4 个车轮的路面功率谱的自谱密度相同,左右车轮之间的不平度统计特性可用相关函数与自谱密度来描述;前、后轮走一个车辙,后轮比前轮滞后轴距长度 l ,汽车以速度 v 匀速行驶。

则可得路面对汽车输入功率谱密度矩阵函数为:

再根据 $f=vn$ 、 $\omega=2\pi f$ 可得 $G_q(\omega)$ 。

5 求解响应

经过以上的准备工作,笔者求得系统响应的功率谱矩阵^[8]为:

$$[G_z]_{n \times n} = [H^*]_{n \times m} [G_q]_{m \times m} [H]^T_{m \times n} \tag{13}$$

式中 $[G_q]$ —系统输入谱矩阵; $[H^*]$ —频响函数的共轭, $[H]^T$ —频响函数的转置。

则某自由度 z_x 位移响应的自功率谱密度为:

$$G_{z_x z_x} = [H^*_{x1} \quad \cdots \quad H^*_{xm}] \begin{bmatrix} G_{11} & \cdots & G_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{m2} & \cdots & G_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{x1} \\ \vdots \\ H_{xm} \end{bmatrix} =$$

$$\sum_{i=1}^m H^*_{xi} G_{i1} H_{x1} + \cdots + \sum_{i=1}^m H^*_{xi} G_{im} H_{xm} =$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m H^*_{xi} G_{ij} H_{xj} \tag{14}$$

$$G_{z_{\ddot{z}^D} z_{\ddot{z}^D}} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m H^*_{Di} G_{ij} H_{Dj} \tag{15}$$

根据输出的加速度功率谱密度与位移谱密度之间的关系,非常方便地求得汽车响应的加速度功率谱,其关系如下:

$$G_{\ddot{z}_{\ddot{z}^D} \ddot{z}_{\ddot{z}^D}}(f) = (2\pi f)^4 G_{z_{\ddot{z}^D} z_{\ddot{z}^D}}(f), G_{z_{\ddot{z}^D} \ddot{z}_{\ddot{z}^D}}(f) = (2\pi f)^4 G_{z_{\ddot{z}^D} z_{\ddot{z}^D}}(f) \tag{16}$$

6 实例分析

选取的某型汽车参数如表1 所示。

表1 某型汽车参数				
结构参数/m	质量/kg	惯量参数/(kg·m ²)	刚度/(kN/m)	阻尼参数/(kN·s/m)
$l_1=1.25$	$m=1\ 380$	$J_1=2\ 440$	$k_{A1}=k_{B1}=17$	$c_{A1}=c_{B1}=c_{C1}=c_{D1}=1.5$
$l_2=1.51$	$m_A=m_B=40.5$	$J_2=380$	$k_{C1}=k_{D1}=22$	$c_{A2}=c_{B2}=c_{C2}=c_{D2}=0.15$
$l_3=0.74$	$m_C=m_D=45.4$		$k_{A2}=k_{B2}=k_{C2}=k_{D2}=192$	
$l_4=0.74$				

将表中相关数据代入式(9)、式(10)中,可求得系统固有频率(单位为 Hz) 分别为:1.294 9、1.608 3、2.003 5、13.650 9、13.652 3、14.278 6、14.279 0。

再利用 Matlab 软件可求得汽车后轮的加速度功率谱,如图3 所示。从图中可以看出,后桥的垂向加速度功率谱密度峰值所对应的频率与其固有频度(14.28 Hz) 很接近,而且谱值随车速的递增而增加,能量主要集中在3~27 Hz 频带内。

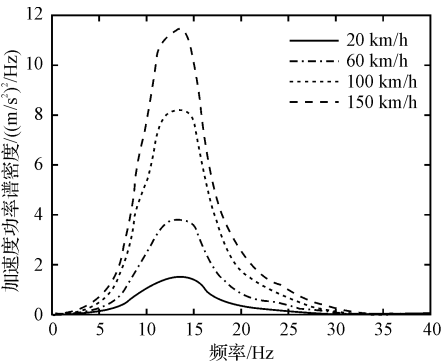


图3 后轮垂向振动加速度功率谱密度

7 结束语

本研究通过汽车的动力学建模以及理论计算,求解出了作用于驱动桥壳上的动态载荷,并通过 Matlab 计算得到了不同速度下的后桥振动加速度功率谱密

度,从所得结果可以发现,各速度下的振动加速度功率谱密度峰值对应的频率与后桥的固有频率很接近,这与实际较符合。此外,研究中采用的方法及计算结果对驱动桥的动态设计具有一定的参考和应用价值。

参考文献(References):

[1] 赵文礼,王林泽. 机械振动系统随机疲劳和间隙非线性[M]. 北京:科学出版社,2006.

[2] 张洪欣. 汽车系统动力学[M]. 上海:同济大学出版社,1996.

[3] 吕彭民,尤晋闽,和丽梅. 路面随机不平度下车辆对路面的动载特性[J]. 交通运输工程学报,2007,7(6):55-58.

[4] SIDDHARTHAN R, YAO Jian, SEBAALY P. Pavement strain from moving dynamic 3D load distribution[J]. Journal of Transportation Engineering,1998,124(6):557-566.

[5] 李锦灿. 路面不平度作用下汽车动载分析[J]. 机械,2007,34(2):23-25.

[6] [英]CROLLA D,喻 凡. 车辆动力学及其控制[M]. 北京:人民交通出版社,2003.

[7] PINKAEW T, ASNACHINDA P. Experimental study on the identification of dynamic axle loads of moving vehicles from the bending moments of bridges[J]. Engineering Structures,2007,29(9):2282-2293.

[8] 韩 燕,居 刚,吕新生,等. 载货汽车悬架系统频率响应仿真[J]. 机械,2008,35(5):35-37,41.