

PCM/FM 遥测系统下 LDPC 译码算法研究^{*}

张丽丽, 赵泽茂^{*}, 包建荣

(杭州电子科技大学 通信工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 低密度奇偶校验(LDPC)码译码过程中, 当信噪比低于译码阈值时误码率趋于一非零常数, 此时继续进行消息迭代不会改善码字误码性能。针对这一问题, 提出了一种改进的译码方法, 一旦译码结果出现多次重复, 即令迭代停止, 大幅减少了迭代次数。将 LDPC 码及改进的译码方法应用于脉冲编码调制/调频(PCM/FM)遥测系统, 并从复杂度和误码率两个方面进行了对比分析。仿真结果表明, PCM/FM 遥测系统下, 利用改进方法的归一化最小和算法误码性能较好, 而且该算法易于硬件实现。

关键词: 脉冲编码调制/调频; 低密度奇偶校验; 译码; 迭代次数

中图分类号: TP7; TN911.22

文献标志码: A

文章编号: 1001-4551(2011)01-0063-04

Research on decoding of LDPC codes in the PCM/FM reentry telemetry system

ZHANG Li-li, ZHAO Ze-mao, BAO Jian-rong

(College of Communication Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: In the phase of decoding, when the SNR is lower than the decoding threshold, to continuously information iterative can't improve the BER performance of low density parity check(LDPC) codes. In order to solve this problem, an improved decoding method was proposed. In this method, the decoding was terminated once the results repeating, and the iterative times was decreased. LDPC codes and the new decoding method were applied to pulse code modulation/frequency modulation(PCM/FM) telemetry system, then complexity and the BER performance were analyzed. Simulations show that, under the PCM/FM telemetry system, the normalized min-sum algorithm using the improved decoding method shows excellent BER performance. Meanwhile, this algorithm is easy to hardware implementation.

Key words: pulse code modulation/frequency modulation(PCM/FM); low density parity check(LDPC) codes; decoding; iterative times

0 引 言

在国际遥测频段(S波段), 脉冲编码调制/调频(PCM/FM)遥测系统由于兼具了 PCM 调制技术和 FM 机制的抗干扰性强、失真小、传输特性稳定、发射机效率高等特点, 自 20 世纪 70 年代以来, 始终是无线遥测领域的主流调制方式^[1]。遥测系统是一种变参的多径衰落信道系统, 存在多种形式的快衰落和慢衰落, 多径衰落对遥测数据有着直接的影响。为防止多径衰落信道对遥测数据造成大量错误数据的影响, 同时为防止第三方截获或利用这些信息, 要求对无线传输的遥

测数据进行有效地纠错编码和加密编码。遥测数据的纠错编码要求在特定的码率下具有高效的编、译码结构和算法, 同时要求具有较低的误码率。

低密度奇偶校验(Low Density Parity Check, LDPC)码是一种线性分组码, 它具有较强的纠错抗干扰能力, 也是目前最接近香农极限的好码。新一代数字卫星广播标准(DVB-S2)采用 LDPC 码, 我国的国家数字电视地面标准(DTMB)和国家手机电视(CMMB)推荐标准中也采用了 LDPC 码^[2]。为了提高遥测系统的性能, 减少信道的突发错误, 在遥测编码体制中引入 LDPC 码也是可行且非常有必要的^[3]。

收稿日期: 2010-07-07

基金项目: 国家自然科学基金委员会与中国工程物理研究院联合基金资助项目(10076007)

作者简介: 张丽丽(1985-), 女, 山东济南人, 主要从事无线通信与信道编码方面的研究. E-mail: lilywei86@163.com

通信联系人: 赵泽茂, 男, 教授, 硕士生导师. E-mail: zhaozm@hdu.edu.cn

LDPC 码的译码算法中置信传播 (Belief Propagation, BP) 译码算法性能相对较好, 应用广泛。但概率域上的 BP 算法中包含了大量的概率乘法运算, 当码长较大时, 运算量很大并使得算法不稳定。因此, 对数域的 BP (Log-BP) 译码算法应运而生^[4]。在 Log-BP 基础上, 最小和译码算法通过近似计算, 大大简化了译码过程^[5,6]。而且, 为了减小最小和算法中简化计算给译码过程带来性能下降的影响, 可以添加一个归一化因子来修正, 即归一化最小和算法^[7,9]。

本研究在 PCM/FM 遥测系统下, 对 LDPC 码的几种主要译码算法进行了仿真分析, 并提出一种改进的译码方法, 适时停止译码, 避免了不必要的信息迭代。低信噪比下, 可大幅减小迭代次数, 降低运算复杂度。

1 PCM/FM 系统

基于 LDPC 编码的 PCM/FM 遥测系统框图如图 1 所示。系统由加密器/解密器、LDPC 编码器/解码器、预调制滤波器、PCM/PPK 调制器/解调器、再入遥测信道等部分组成。在发送端, 对数据进行 LDPC 编码, 再对编码后的矩形脉冲信号进行预调滤波, 最后经过 PCM/FM 调制并发射进入遥测信道。在接收端, 以相反顺序对信号进行 PCM/FM 解调和 LDPC 码译码得到数据。其中 PCM/FM 部分采用相干解调, 加密部分采用平方根升余弦滚降滤波器消除码间干扰。

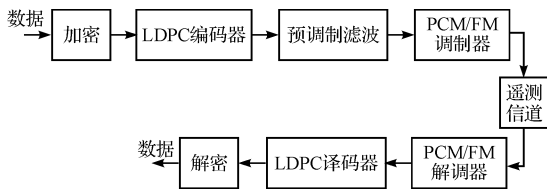


图 1 基于 LDPC 码的 PCM/FM 遥测系统框图

2 LDPC 译码算法介绍

Gallager 提出 LDPC 码时给出了两种译码算法: 硬判决算法和概率译码软判决算法^[10]。硬判决算法简单容易实现, 但不能达到 LDPC 码的最好性能, 软判决则有非常好的性能, 但实现的复杂度有待降低。LDPC 码中最常用的 BP 译码算法正是在 Gallager 提出的概率译码算法的基础上发展而来。BP 算法是一类重要的消息传递算法, 其核心思想为利用从信道中接收的信息在变量节点和校验节点间进行消息迭代, 从而获得可靠的译码结果。

假定信道是均值为 0, 方差为 v 的高斯白噪声信道, $(x_1, x_2, \dots, x_N)$ 为调制后的码字序列, $(y_1, y_2, \dots,$

$y_N)$ 表示接收到的码字, 则有:

$$y_i = x_i + n_i, i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

式中: $q_{ji}(b)$ —由比特节点传递给校验节点的消息; $r_{ji}(b)$ —为校验节点传递给比特节点的消息, $b \in (0, 1)$ 。

BP 译码算法译码过程如下:

初始化:

$$q_{ji}(1) = p_i = \Pr(x_i = -1 | y) = \frac{1}{1 + e^{2y_i/\sigma^2}} \quad (2)$$

$$q_{ji}(0) = 1 - p_i = \frac{1}{1 + e^{-2y_i/\sigma^2}} \quad (3)$$

检验节点更新:

$$r_{ji}(0) = 1/2 + 1/2 \prod_{i' \in R_{ji}} (1 - q_{ji'}(1)) \quad (4)$$

$$r_{ji}(1) = 1 - r_{ji}(0) \quad (5)$$

变量节点更新:

$$q_{ji}(0) = \alpha_{ji}(1 - p_i) \prod_{j' \in C_{ji}} r_{ji'}(0) \quad (6)$$

$$q_{ji}(1) = \alpha_{ji} p_i \prod_{j' \in C_{ji}} r_{ji'}(1) \quad (7)$$

似后验概率更新:

$$Q_i(0) = \alpha_i(1 - p_i) \prod_{j \in C_i} r_{ji}(0) \quad (8)$$

$$Q_i(1) = \alpha_i p_i \prod_{j \in C_i} r_{ji}(1) \quad (9)$$

比特判决:

$$\hat{c}_i = \begin{cases} 1 & Q_i(1) > 0.5 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (10)$$

α_{ji}, α_i 分别是保证 $q_{ji}(0) + q_{ji}(1) = 1, Q_i(0) + Q_i(1) = 1$ 的因子。

若:

$$H \hat{c} = 0 \bmod 2 \quad (11)$$

当上式成立或达到最大迭代次数时译码结束, 否则跳转到第 1 步重新进行迭代。

由上述迭代过程可得概率域 BP 算法中包含了大量的概率乘法运算, 而引入对数运算可以将乘法运算转化为加法, 大大降低运算复杂度。在用对数似然比表示的 BP (Log-BP) 算法中, 为使形式更加简洁, 定义了函数:

$$\phi(x) = -\log(\tanh(1/2)) = \log\left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1}\right) \quad (12)$$

该函数满足 $\phi^{-1}(x) = \phi(x)$ 且随着 x 的增大函数值急速下降, 因此 Log-BP 算法中 $\phi(\sum_{i' \in R_{ji}} \phi(\beta_{ji'}))$ 可近似为:

$$\phi(\sum_{i' \in R_{ji}} \phi(\beta_{ji'})) \approx \phi(\phi(\min_{i' \in R_{ji}} \beta_{ji'})) \approx \min_{i' \in R_{ji}} \beta_{ji'} \quad (13)$$

利用式 (13) 的近似计算得到简化译码的算法即最小和译码算法。由于最小和算法中存在近似计算,

故计算结果和真值肯定存在一定差距,因此可以添加一个因子来修正,此因子称为归一化因子,该算法称为归一化最小和算法。归一化最小和算法只是比最小和算法多了一个归一化因子,但在取合适的归一化因子情况下,该算法的性能几乎逼近 BP 算法,而计算复杂度却比 BP 算法小的多。

以 (N,K) LDPC 码为例,Log-BP 算法、最小和算法、归一化最小和算法的每一次迭代运算量如表 1 所示。可见,相对于 BP 译码算法,最小和算法只要加法和比较运算,特别适合硬件实现。

表 1 译码算法计算量比较

译码算法	加法运算	复杂函数运算
对数域 BP 算法	$24(N-K)+7N$	$12(N-K)$
最小和算法	$24(N-K)+7N$	—
归一化最小和算法	$24(N-K)+10N$	—

3 改进的译码方法

目前大部分文献中,无论采用哪种译码算法,均采用如图 2 所示译码方法,即迭代过程中,若满足式(10)则结束译码,否则会一直迭代到所设定的最大迭代次数。文献[11]对如图 2 所示译码方法进行了改进,如图 3 所示。但该改进方法并不完善。在高信噪比下,如图 3 所示方法仍需要检验译码结果多次重复后再去判定译码是否结束,因此会有 2 次的多余译码。本研究在文献[5]的基础上对译码方法进行了进一步的改进,如图 4 所示。

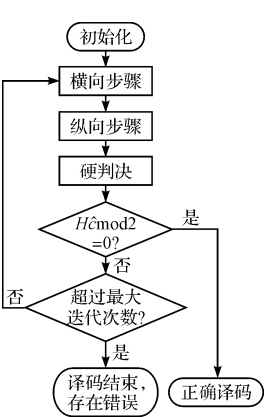


图 2 原译码方法流程

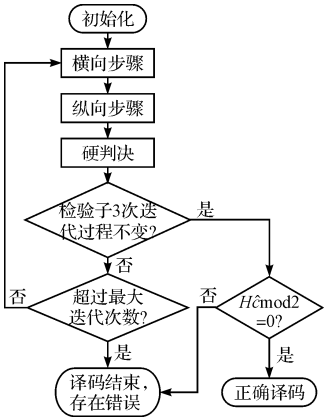


图 3 文献[5]中译码方法流程

与文献[5]中方法相比,本研究改进译码方法先判定译码是否正确,若正确则可直接结束译码,若没有正确译码而译码结果又多次重复,亦可直接结束译码过程,高信噪比下避免了文献[5]中存在冗余译码次数的问题。

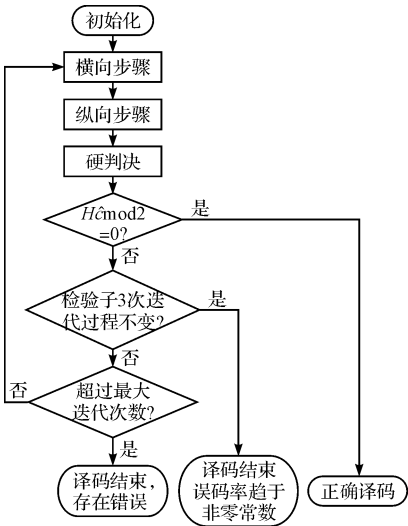


图 4 本研究改进译码方法流程

4 仿真结果及分析

将原译码方法与改进的译码方法在如图 1 所示平台下进行仿真。仿真中所用码字为码长 1 008,码率 1/2 的 Mackay 随机码,最大迭代次数为 50。仿真结果如图 5、图 6 所示,改进的译码方法较原译码方法在误码性能方面几乎没有损失,但低信噪比下的迭代次数大大减少。即在低信噪比下,原译码方案每次译码迭代次数都将达到所设的最大迭代次数 50,但改进方案仅需 5~20 次。而在高信噪比下,几乎所有码字都能正确译码,不会出现误码率趋于非零常数的情况,因此本研究改进译码方法与原译码方法迭代次数并没有差别,但与本研究改进方法相比,文献[5]中译码方法有 2 次多余译码,这从如图 4 所示的译码方案中也可得到相关结论。

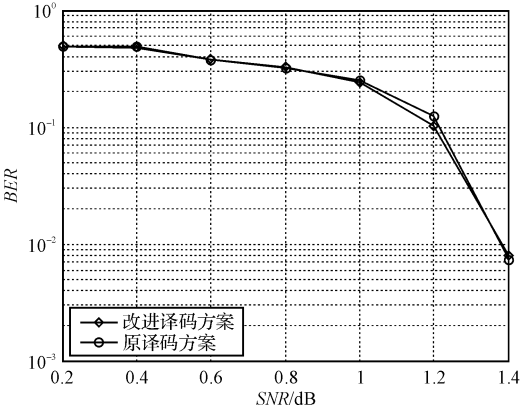


图 5 两种译码方法性能比较

在如图 1 所示平台中对硬判决(BF)译码算法、BP 算法、Log-BP 算法、最小和及归一化最小和算法进行了仿真,译码方法均采用如图 4 所示改进方法。仿真

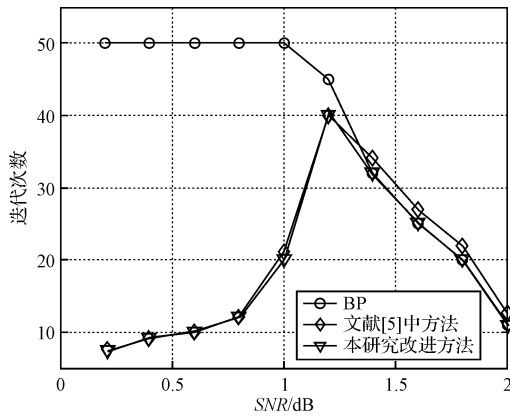


图 6 两种译码方法迭代次数比较

中所用的码字为码长 826, 码率 1/2 的 Mackay^[12] 规则 LDPC 码, 最大迭代次数为 30。归一化最小和算法中归一化因子取 0.8。PCM 信号速率为 2 Mbps, 即码元脉冲周期为 0.5×10^{-6} s, 信号的采样率为 400 MHz, 载波频率为中频 10.7 MHz。航空遥测信道中考虑到一条直射路径和一条镜面反射路径, 用莱斯信道进行模拟, 仿真中取莱斯因子 $k = 10$ 。

采用以上参数进行仿真, 得到仿真图如图 7 所示。由该仿真结果可得, 在如图 1 所示 PCM/FM 遥测系统中, 几种译码算法的译码性能优劣顺序为: Log-BP 算法 = BP 算法 > 归一化最小和算法 > 最小和算法 > BF 算法。另外, 由第 2 节的分析可知几种译码算法复杂度的相对关系分别如下: BP 算法 > Log-BP 算法 > 归一化最小和算法 > 最小和算法 > BF 算法。

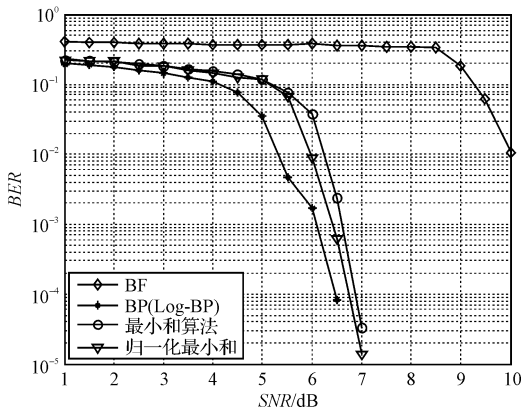


图 7 几种译码算法的性能比较

简化的 LDPC 译码算法在复杂度降低的同时, 抗干扰能力较标准的 BP 译码算法均有不同程度的降低。归一化最小和算法比起最小和算法, 在略增加计算复杂度的同时, 获得较大的性能提高; 特别是在归一化因子选取适当的情况下, 该改进算法的译码性能可逼近 BP 译码算法, 而其运算复杂度比后者低很多。因此, 归一化最小和算法实用性更强。

5 结束语

由于信噪比低于译码阈值时, 误码率会趋于一非零常数, 故译码迭代过程中信息会一直迭代到所设定的最大迭代次数。本研究提出一种改进的译码方法, 一旦译码信息出现多次重复, 即令迭代过程停止, 避免了不必要的迭代过程。该算法在译码性能不受影响的情况下, 减小了运算量。为了提高遥测系统的性能, 减少信道的突发错误, 将 LDPC 码应用于 PCM/FM 遥测系统, 并在该系统下对 LDPC 码几种改进译码算法进行了仿真分析, 选出了性能优异且易于硬件实现的译码算法。

参考文献 (References):

- [1] 郑贵强, 周邦华. 遥测发射机的高码速率实现和小型化技术[J]. 遥测遥控, 2004, 25(3): 41-43.
- [2] 袁东风, 张海刚. LDPC 码理论与应用[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2008.
- [3] 刘荣科, 高洁, 张晓林. 基于 LDPC 的编码 PCM/FM 系统及其性能分析[J]. 遥测遥控, 2006, 27(4): 29-33.
- [4] RICHARDSON T J, URBANKE R. The capacity of low-density parity-check codes under message passing decoding[J]. **IEEE Transaction on Information Theory**, 2001, 47(2): 599-618.
- [5] PAPAHRALABOS S, MATHIOPOULOS P T. Simplified sum-product algorithm for decoding LDPC codes with optimal performance[J]. **Electronics Letters**, 2009, 45(2): 116-117.
- [6] ZHAO J, ZARKESHVARI F, BANIHASHEMI A H. On implementation of min-sum algorithm and its modifications for decoding low-density parity-check(LDPC) codes[J]. **IEEE Transaction on Communication**, 2005, 53(4): 549-554.
- [7] JUN Lin, JIN Sha, WANG Zhong-feng, et al. An Improved Min-sum based Columnlayered Decoding Algorithm for LDPC Codes[C]// SiPS 2009. Portugal: [s. n.], 2009: 238-242.
- [8] CHEN Jing-hu, TANNER R M, JONES C, et al. Improved Min-sum Decoding Algorithms for Irregular LDPC Codes[C]// IEEE ISIT. Portugal: [s. n.], 2005: 449-453.
- [9] DAESUN O H, PARHI K K, SAMSUNG E, et al. Min-sum decoder architectures with reduced word length for LDPC codes[J]. **IEEE Transaction on Circuits and Systems**, 2010, 57(1): 105-115.
- [10] GALLAGER R G. Low-density parity-check codes[J]. **IRE Transaction on Information Theory**, 1962, IT-8(1): 21-28.
- [11] 郭永富, 周傲松. 一种改进的 LDPC 码译码算法[J]. 宇航学报, 2009, 30(1): 240-243.
- [12] MACKAY D J C. Encyclopedia of sparse graph codes[EB/OL]. [2006-05-12]. <http://www.inference.phy.cam.ac.uk/mackay/codes/data.html#163>.