

# 离散齿谐波传动结构及齿形分析\*

白 鑫, 王 素\*

(北京航空航天大学 交通科学与工程学院, 北京 100191)

**摘要:**针对现有谐波传动的传动刚度较差、传动比下限高以及轴向尺寸大等问题,离散齿谐波传动采用离散齿轮代替柔轮,是对现有谐波传动的改进。对离散齿谐波传动装置的传动原理以及结构进行了介绍与分析。基于传动原理与等速共轭原理推导了刚轮齿廓曲线方程,并给出了齿形形状。建立了齿形曲线参数与传动性能的关系,在齿形曲线参数的影响下,考虑了传动重合度与刚轮齿形压力角的变化趋势,以提高传动稳定性及传动效率。研究结果表明,在满足正常传动的前提下,适当调节齿形参数可改善传动性能,同时也为今后进行齿形优化设计提供了依据。

**关键词:**离散齿谐波传动;齿形;重合度;压力角

中图分类号: TH132.43; TH122

文献标志码: A

文章编号: 1001-4551(2012)01-0019-04

## Structure and tooth profile analysis of discrete teeth harmonic drive

BAI Xin, WANG Su

(School of Transportation Science and Engineering,

Beijing University of Aeronautics & Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** In order to solve the problems of the poor rigidity, high lower limit of the transmission ratio and large axial size for the existing harmonic drive, the discrete teeth gear instead of the flexspline was used for the discrete teeth harmonic drive, which is the improvement for the existing harmonic drive. The transmission principle and the device structure of the discrete teeth harmonic drive were introduced and analyzed. The tooth profile curve equation of the rigid spline was derived based on the transmission principle and constant speed conjugate principle, and the tooth shape was given. The relationship between the parameter of the tooth profile curve and the transmission properties was established, and the variation tendencies of the transmission coincidence degree and the pressure angle of rigid spline tooth profile were gotten under the influence of the parameter of the tooth profile curve, which is used to improve the transmission stability and the transmission efficiency. The results show that, under the premise of normal transmission, proper adjustment of tooth shape parameters can improve the transmission function, and it can provide the basis for the tooth profile optimization design in the future.

**Key words:** discrete teeth harmonic drive; tooth profile; coincidence degree; pressure angle

## 0 引 言

离散齿谐波传动<sup>[1]</sup>是一种新型的齿轮传动装置,是对现有谐波传动的发展。谐波传动速比大、结构紧凑等一系列其他传动无法取代的优点均源于采用了柔轮结构,也正是由于柔轮的特性使得谐波传动刚度受

到限制。因此,多年来在如何提高谐波传动性能方面的研究大多是围绕柔轮进行的<sup>[2-7]</sup>。离散齿谐波传动采用具有一组中间可动件—离散齿的离散齿轮代替柔轮,使传动刚度显著增大;同时,现有谐波传动由于受柔轮材料强度的限制,单级传动比下限一般在 80 左右,离散齿谐波传动传动比范围可在 12~80 范围内,这是谐波传动不能达到的,满足实际应用需求;在刚轮齿廓未发生顶切时,啮合离散齿数为离散齿总数的一

收稿日期: 2011-08-17

基金项目: 航空科学基金资助项目(2010ZE51053); 重庆大学机械传动国家重点实验室开发基金资助项目(SKLM-T-KFKT-201009)

作者简介: 白鑫(1987-),女,内蒙古兴安盟人,主要从事离散齿谐波传动方面的研究工作. E-mail: bixin9706@126.com

通信联系人: 王素,男,教授,博士生导师. E-mail: wangsu2000@buaa.edu.cn

半,啮合齿数多,使其承载能力和抗冲击能力很强<sup>[8-9]</sup>;离散齿谐波传动的长度仅为谐波传动柔轮的 1/3,结构更紧凑,体积减小、重量轻。因此对离散齿谐波传动的研究极具理论价值和良好的应用前景。

本研究对离散齿谐波传动装置的传动原理、结构等进行分析。

## 1 离散齿谐波传动原理与结构

### 1.1 离散齿谐波传动原理

离散齿谐波传动是由离散齿轮、刚轮和波发生器 3 个基本构件组成,双波波发生器的离散齿谐波传动结构简图如图 1 所示。离散齿轮和刚轮存在齿数差是产生错齿运动,实现传动的基本条件。其中,刚轮固定,波发生器为输入端,离散齿体为输出端。其传动原理为:波发生器在驱动力矩的作用下转动并与离散齿啮合产生一个推动力,离散齿发生运动,同时离散齿与刚轮齿廓啮合产生另一个推动力,这两个推动力共同作用使离散齿推动离散齿架转动,从而实现运动和动力的传递。

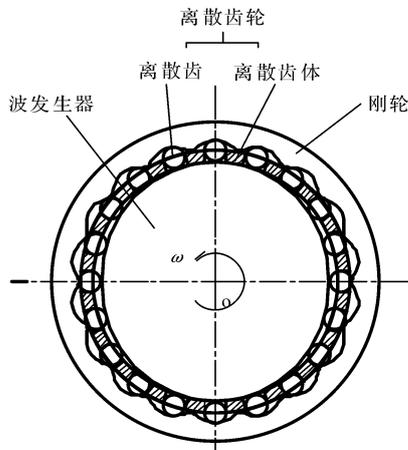


图 1 离散齿谐波传动结构简图

### 1.2 离散齿谐波传动结构

离散齿谐波传动减速器结构如图 2 所示。离散齿体设计成短浅的杯形并与输出轴做成一体的结构。在输出轴 1 沿杯形壁的口部开有若干个齿槽,每个槽中装有一个滚柱作为离散齿。值得说明的是,离散齿体仍然是个较薄的筒体,但相对谐波传动的柔轮来说还是厚很多,一般情况下离散齿体的厚度为柔轮筒体壁厚 3 倍以上,而且不受径向力,也不发生径向变形。离散齿体只在两对称部位诸离散齿齿槽内侧沿切线方向受力,载荷比较分散,而轮体沿切线方向的扭转刚度相对较高,因此,离散齿谐波传动刚度比普通谐波传动提高很多。

波发生器是由一个椭圆凸轮外套一个薄壁轴承组成,然后用键固定在输入轴(11)上。输入轴(11)一端用轴承支承在离散齿体的内孔中,另一端用轴承支承在前壳体(9)的内孔中,保证波发生器在离散齿体杯口内沿轴向对正轮齿的位置,沿径向与离散齿体和刚轮同心。

另外,现有谐波传动的柔轮在装入波发生器后,其在发生径向位移的同时还发生翘曲,使得在设计时不得不增大柔轮的轴向尺寸。离散齿谐波传动不存在柔轮,因此其轴向尺寸可以非常小,使得其总长度减小,结构更为紧凑,其优势是显而易见的。

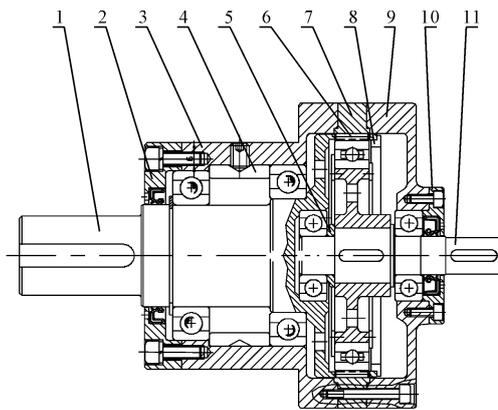


图 2 离散齿谐波传动结构图

1—输出轴;2—后端盖;3—后壳体;4—固定套;5—挡圈;6—滚柱;7—刚轮;8—压盖;9—前壳体;10—前端盖;11—输入轴

### 1.3 传动比

当刚轮固定,波发生器和离散齿体作为输入和输出构件时,离散齿谐波传动的传动比定义为波发生器与离散齿体旋转角速度之比,可按下式计算:

$$i = \frac{\omega_H}{\omega_C} = \frac{Z_C}{Z_C - Z_K} \quad (1)$$

式中: $i$ —传动比, $\omega_H$ —波发生器旋转角速度, $\omega_C$ —离散齿体旋转角速度, $Z_C$ —离散齿齿数, $Z_K$ —刚轮齿数。

若离散齿齿数多于刚轮齿数,则输入轴与输出轴同向旋转,反之,则反向旋转。一般刚轮少两个齿对齿轮设计较为有利。

## 2 刚轮齿形分析

刚轮作为实现传动的组成零件,与离散齿的啮合性状是保证传动过程平稳、承载能力强以及传动效率高的关键。因此,需要对刚轮齿形进行分析,建立参数与传动性能的关系,在满足传动要求的前提下,优化传

动性能。

### 2.1 刚轮齿形方程

刚轮齿廓曲线不是渐开线而是按等速共轭原理计算出的离散齿包络线,用椭圆波发生器驱动圆截面离散齿时,刚轮齿廓曲线的计算方式如下<sup>[10]</sup>:

令  $xoy$  为固定坐标系,  $x'oy'$  为离散齿体的连体坐标系,  $x''oy''$  为波发生器连体坐标系,  $r$  为离散齿半径,  $a$  为波发生器长轴半径,  $b$  为波发生器短轴半径。令波发生器连体坐标系  $x''oy''$  相对于固定坐标系  $xoy$  顺时针转动,在任意时刻转角为  $j$ ,与此同时离散齿架连体坐标系  $x'oy'$  带动离散齿中心  $o'$  相对于固定坐标系  $xoy$  转过  $h$ ,转角  $j$  和  $h$  满足输入/输出条件( $j/h = i$ )。

令  $a_0 = a + r$ ,  $b_0 = b + r$ ,  $\rho$  为离散齿中心  $o'$  到旋转中心  $o$  的距离,则有:

$$\rho = \frac{a_0 b_0}{\left[ a_0^2 \sin^2\left(\frac{i-1}{i}j\right) + b_0^2 \cos^2\left(\frac{i-1}{i}j\right) \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (2)$$

$$x_{o'} = \rho \sin\left(\frac{j}{i}\right) \quad (3)$$

$$y_{o'} = \rho \cos\left(\frac{j}{i}\right) \quad (4)$$

$$F = \frac{\partial \rho}{\partial j} =$$

$$-\frac{(i-1)a_0 b_0 (a_0^2 - b_0^2) \sin\left(\frac{i-1}{i}j\right) \cos\left(\frac{i-1}{i}j\right)}{i \cdot \left[ a_0^2 \sin^2\left(\frac{i-1}{i}j\right) + b_0^2 \cos^2\left(\frac{i-1}{i}j\right) \right]^{\frac{3}{2}}} \quad (5)$$

$$A = F \sin\left(\frac{j}{i}\right) + \left(\frac{1}{i}\right) \rho \cos\left(\frac{j}{i}\right) \quad (6)$$

$$B = F \cos\left(\frac{j}{i}\right) - \left(\frac{1}{i}\right) \rho \sin\left(\frac{j}{i}\right) \quad (7)$$

设  $\vec{n} = \begin{pmatrix} n_{ox} \\ n_{oy} \end{pmatrix}$  为  $o'$  点轨迹的法向量,则:

$$n_{ox} = \frac{-B}{C} \quad (8)$$

$$n_{oy} = \frac{A}{C} \quad (9)$$

式中:  $C = \sqrt{A^2 + B^2}$

由此可得齿廓曲线的坐标表达式:

$$x_E = x_{o'} + R n_{ox} \quad (10)$$

$$y_E = y_{o'} + R n_{oy} \quad (11)$$

由式(2~11)可得,波发生器每转过一个角度,对应齿廓曲线上点的坐标。

$a = 68 \text{ mm}$ ,  $b = 64 \text{ mm}$ ,  $r = 5 \text{ mm}$ ,  $i = 12$  的离散齿刚轮齿廓曲线如图 3 所示。

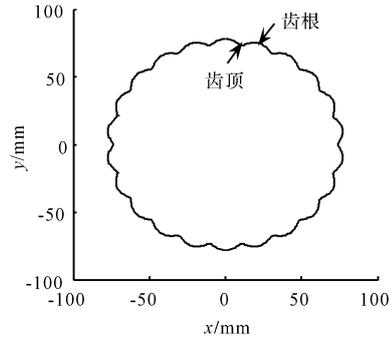


图 3 刚轮齿廓曲线

### 2.2 刚轮齿形参数对传动性能的影响

离散齿谐波传动重合度是指同时参与啮合的离散齿数量,为传动稳定性和承载能力的重要指标。若刚轮齿廓是连续的,即未出现顶切现象,离散齿谐波传动同时啮合的离散齿数量恒为离散齿总数的一半,此时传动平稳性最好。离散齿结构参数变化,会导致刚轮齿廓齿顶变尖以致发生顶切。若刚轮齿廓发生顶切,则离散齿与刚轮有效啮合区域会减小,处于啮合状态的离散齿数量就会减少,使得传动稳定性和承载能力降低。

离散齿谐波传动的重合度  $\varepsilon$  用波发生器的工作区域角  $\beta_1$  与相邻两离散齿所对圆心角  $\beta_2$  的比值表示:

$$\varepsilon = \frac{\beta_1}{\beta_2} \quad (12)$$

$$\beta_1 = \pi - N_H \times \Delta\beta_1 \quad (13)$$

$$\Delta\beta_1 = i \times \Delta h \quad (14)$$

$$\Delta h = \frac{\pi}{Z_K} - \theta_K \quad (15)$$

$$\beta_2 = \frac{2\pi}{Z'_G} \quad (16)$$

式中:  $N_H$ —波发生器的波数,  $\Delta\beta_1$ —波发生器工作区域的减小量,  $\Delta h$ —离散齿工作区域的减小量<sup>[11]</sup>,  $\pi/Z_K$ —刚轮齿廓未发生顶切时,离散齿工作区域角,  $\theta_K$ —刚轮齿廓发生顶切时,离散齿工作区域角,可通过几何关系计算获得,  $Z'_G$ —实际离散齿数量。

刚轮齿形压力角  $\alpha_n$  为刚轮与离散齿啮合点的法线方向  $n-n$  与离散齿中心的圆切线运动方向之间所夹的锐角。显然,压力角  $\alpha_n$  越小,刚轮与离散齿啮合副传递的力越大,运动表面摩擦越小,传动效率越高。

由上述分析可知,刚轮与离散齿的啮合性能取决于刚轮齿廓形状。根据刚轮齿廓曲线方程,齿形参数包括:波发生器长轴半径  $a$ ,短轴半径  $b$ ,离散齿半径  $r$  以及传动比  $i$ 。以下分析这 4 个参数对传动重合度和刚轮齿形压力角的影响。

### 2.2.1 齿形参数对重合度的影响

设刚轮齿形参数初值： $a = 50.7 \text{ mm}$ ， $b = 49.3 \text{ mm}$ ， $r = 1.5 \text{ mm}$ ，传动比  $i = 40$ 。离散齿齿数  $Z_c = 80$ ，做齿沟处理后，实际齿数  $Z'_c = 40$ 。此时刚轮齿廓发生顶切，重合度为  $\varepsilon = 7.573 2$ 。对于双波波发生器，其啮合区域相对于旋转轴中心对称，因此同时啮合离散齿数必为偶数。在上述参数初值下，啮合离散齿数量为 6 或 8，不是常量。

在传动过程中，啮合离散齿数量变化瞬间，啮合副作用力会发生突变，影响传动平稳性。重合度越大，在啮合离散齿数量变化时，啮合副作用力突变量越少，平稳性越好；并且啮合离散齿数量越多，装置承载能力越好。当某一参数变化，其余参数不变时，传动重合度变化趋势如图 4 所示。

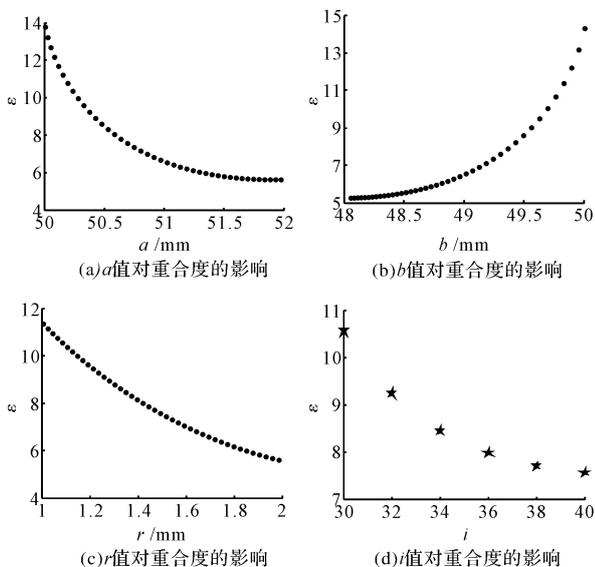


图 4 参数值对重合度的影响

由图 4 知，若长、短半轴长度之差越小，离散齿半径越小，那么刚轮齿形越趋于平缓，顶切程度越小，重合度越大，传动平稳性越好；反之，刚轮齿形越容易出现尖点，使顶切程度加深，重合度降低；机型传动比越大，离散齿数越多，刚轮齿廓排列越紧密，重合度降低，啮合离散齿反而变少。

### 2.2.2 齿形参数对刚轮齿形压力角的影响

设刚轮齿形参数初值： $a = 68 \text{ mm}$ ， $b = 64 \text{ mm}$ ， $r = 5 \text{ mm}$ ，传动比  $i = 12$ 。此时刚轮齿廓未发生顶切。参数变化时的刚轮齿形如图 5 (a)、(c)、(e)、(g) 所示。由图可知， $a$ 、 $b$  值会改变刚轮齿廓曲线的平缓程度： $a$  值变化会使齿廓齿根位置发生变化，改变齿根与齿顶的间距； $b$  值变化会使齿廓齿顶位置发生变化，改变齿根与齿顶的间距。 $r$  值变化会产生相应的齿廓等距线，不影响齿廓曲率，对齿形的平缓程度没有影响； $i$

值变化改变刚轮齿数，使刚轮齿廓紧密程度发生变化。

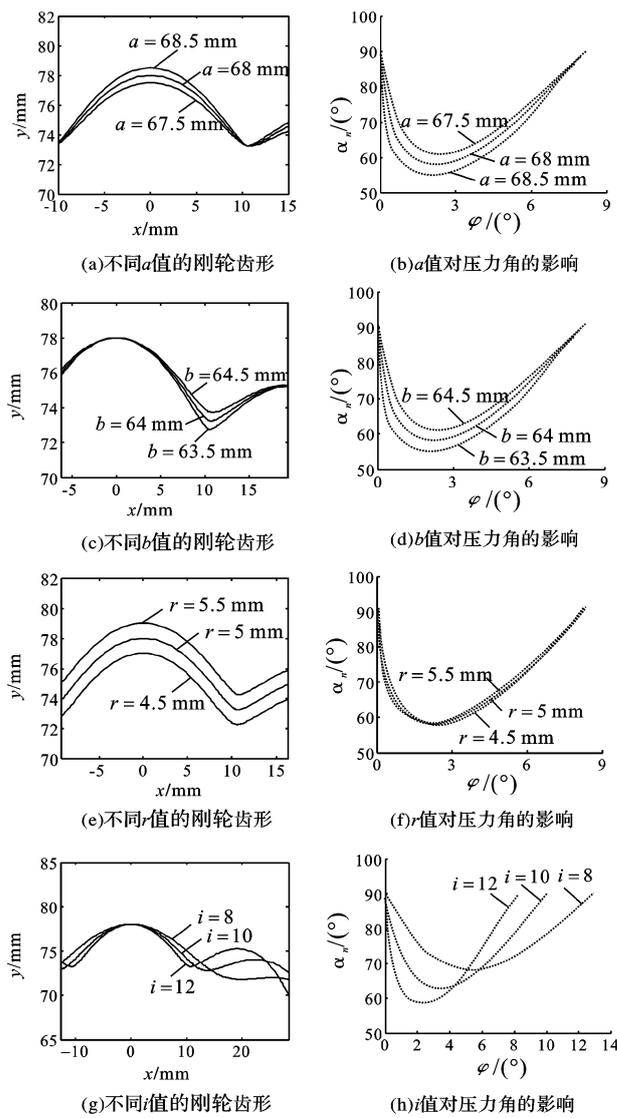


图 5 参数对压力角的影响及相应的刚轮齿形

相应参数变化时，压力角的变化趋势如图 5 (b)、(d)、(f)、(h) 所示 ( $\alpha_n$  为刚轮齿形压力角， $\varphi$  为离散齿和刚轮的啮合点与刚轮齿顶相对于旋转轴的夹角)。由图知：①在刚轮齿廓齿顶与齿根处，刚轮齿形压力角较大，而在齿廓腹部，即齿廓曲线拐点附近，刚轮齿形压力角较小。结果表明，在工作齿廓曲线拐点附近，受力状态好，啮合效率高；在齿顶段与齿根段啮合时，受力状态恶劣，传动效率低，且易发生早期破坏。可采用齿廓修形来调整刚轮工作齿廓的实际啮合段，使啮合避开齿根齿顶始终发生在齿廓腹部，提高传动效率和使用寿命。②随着波发生器长、短半轴之差的减小，机型传动比的减小，刚轮齿形趋于平缓，齿廓曲率特性好，但压力角呈增大趋势，传动效率降低； $r$  值亦会影响压力角，但影响较小。

(下转第 37 页)

文献研究较多的工业机器人, Matlab 中的 Robotics Toolbox 模块功能涵盖了工业机器人研究的各个方面。基于此,笔者主要做了两方面的工作:①采用改进的 D-H法即前置法建立 Stanford 机械手的运动学方程,由于前置法和后置法在建立各连杆坐标系时  $z$  轴和坐标原点的选取是不一样的,因此所得到的运动学方程的具体表达式也不相同;②在 Matlab 环境下建立了运动学模型,验证了运动学方程的正确性,并进行了轨迹规划仿真,使机械手运动的研究变得更为直观,说明了应用 Matlab 对工业机器人产品的研究、设计和相关教学有较好效果。

### 参考文献 (References):

- [1] 贾卫平. Stanford 机械手运动学及仿真模拟的研究 [D]. 大连:大连理工大学机械工程学院,2000.
- [2] 熊有伦. 机器人技术基础 [M]. 武汉:华中科技大学出版社,2002.
- [3] CRAIG J J. 机器人学导论 [M]. 北京:机械工业出版社,2006.

- [4] 罗家佳,胡国清. 基于 Matlab 的机器人运动仿真研究 [J]. 厦门大学学报,自然科技版,2005,44(5):640-644.
- [5] 李志辉,廖小平,林义忠,等. 6R 喷漆机器人的运动学分析与仿真 [J]. 机械设计与制造,2010(4):176-178.
- [6] 韩军,郝立. 机器人关节空间的轨迹规划及仿真 [J]. 南京理工大学学报,2000,24(6):540-543.
- [7] 舒志兵,张海荣. 多关节机器人的运动学动态仿真研究 [J]. 机器人技术与应用,2006(6):39-42.
- [8] DENAVIT J, HARTENBERG R S. A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices [J]. **Journal of Applied Mechanics**, 1995, 21(5):215-221.
- [9] The MathWorks Inc. . Matlab The Language of Technical Computing Version6 [M]. The MathWorks Inc. ,2002.
- [10] CORKE P I. Robotics Toolbox for Matlab (Release7.1) [EB/OL]. [2002-04-01]. <http://www.cat.csiro.au/cmst/staff/pic/robot>.
- [11] 刑迪雄,张琦. 基于 CATIA V5 的工业机器人运动学仿真研究 [J]. 机械,2011,38(1):57-61.

[编辑:张翔]

(上接第 22 页)

### 3 结束语

离散齿谐波传动是以离散齿轮代替现有谐波传动柔轮达到传动刚度高、结构紧凑且性能更符合市场需求的一种传动装置。刚轮是实现传动的关键零件,本研究推导了其齿廓曲线方程,可根据该方程进行齿形设计及齿廓的数控加工,为整机传动精度分析、刚度预估和强度校核及相关的设计计算奠定了基础。本研究对离散齿谐波传动的传动性能进行了参数化讨论与计算,得出在满足正常传动的前提下,适当调节齿形参数可改善传动性能,提高传动平稳性及传动效率,为今后进行齿形优化提供了依据。

### 参考文献 (References):

- [1] 陈仕贤. 离散齿谐波传动:中国,200810172261.6 [P]. 2008-11-04.
- [2] KAYABASI O, ERZINCANLI F. Shape optimization of tooth profile of a flexspline for a harmonic drive by finite element modeling [J]. **Materials and Design**, 2007, 28(2):441-447.
- [3] OSTAPSKI W. Analysis of the stress state in the harmonic drive enerator-flexspline system in relation to selected structural arameters and manufacturing deviations [J]. **Technical**

**Sciences**, 2010, 58(4):683-698.

- [4] DHAOUADI R, GHORBEL F H. Modeling and analysis of nonlinear stiffness, hysteresis and friction in harmonic drive gears [J]. **International Journal of Modeling and Simulation**, 2008, 28(3):329-336.
- [5] GAO W, FURUKAWA M, KIYONO S, et al. Cutting error measurement of flexspline gears of harmonic speed reducers using laser probes [J]. **Precision Engineering**, 2004, 28(3):358-363.
- [6] 阳培,张立勇,王长路,等. 谐波齿轮传动技术发展概述 [J]. 机械传动,2005,29(3):69-72.
- [7] 毛彬彬. 谐波齿轮的齿形研究和发展概述 [J]. 煤矿机械,2008,29(7):6-8.
- [8] 王春艳,白鑫,童镭,等. 基于活齿传动的电动轮自卸车轮边减速器设计 [J]. 机电工程,2011,28(3):286-291.
- [9] 李瑰贤,杨伟君,顾晓华. 滚柱活齿传动受力分析的研究 [J]. 机械设计,2002,19(1):18-20.
- [10] 张翔,董彦,陈文华. 小模数修正摆线铣刀对加工齿轮齿形的影响 [J]. 轻工机械,2010(4):108-110.
- [11] 曲继方. 活齿传动理论 [M]. 北京:机械工业出版社,1993:125-139.

[编辑:张翔]