

# 气囊连续进动抛光运动模型的研究\*

计时鸣, 陈伟强, 金明生, 张利\*

(浙江工业大学 特种装备制造与先进加工技术教育部/浙江省重点实验室, 浙江 杭州 310032)

**摘要:** 为了控制六自由度机器人实现气囊连续进动抛光功能,建立了相应的运动数学模型。首先基于气囊连续进动抛光原理,利用齐次坐标变换矩阵,建立了气囊定点进动抛光的数学模型;在此基础上,根据气囊连续进动要求,应用坐标系转换原理,推导了气囊连续进动抛光的数学模型;通过Matlab仿真绘制了气囊连续进动抛光的运动空间,并在六自由度机器人辅助气囊抛光系统中进行了直线连续进动的实验验证,实验验证结果和仿真结果完全吻合。研究表明,该气囊连续进动抛光数学模型是可行的。

**关键词:** 定点进动;连续进动;坐标变换;运动空间

中图分类号: TH113.2;TP242;TG356.28

文献标志码: A

文章编号: 1001-4551(2012)04-0377-04

## Research on motion model for gasbag polishing with continuous precession process

JI Shi-ming, CHEN Wei-qiang, JIN Ming-sheng, ZHANG Li

(Key Laboratory of E&M, Ministry of Education & Zhejiang Province, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032, China)

**Abstract:** In order to control the 6-DOF robot to implement the function of gasbag polishing with continuous precession process, the mathematical model of such motion was established. Based on the theory of gasbag polishing with continuous precession process, the mathematical model of gasbag polishing with fixed-point precession was firstly gained by using homogeneous coordinates transformation matrices. According to the requirements of continuous precession process, its mathematical model was developed with the conversion of two coordinate systems. In addition, the motion space of gasbag polishing with continuous precession process was described by simulation with Matlab, and the experiment of linear continuous precession process was made on a 6-DOF robot-assisted gasbag polishing system, whose result tallied well with the simulation. The research results show that the mathematical model of gasbag polishing with continuous precession process is feasible.

**Key words:** fixed-point precession; continuous precession; coordinates transform; motion space

## 0 引 言

随着现代工业对模具的要求越来越高,复杂性越来越大,模具自由曲面所占比例也逐渐增加。因此,作为模具曲面加工的最后阶段技术—抛光,显得更加重要。采用新型抛光技术不仅可以缩短加工时间,而且可以有效地提高模具曲面的质量。气囊抛光技术就是上述的新型抛光技术之一。

2000年,伦敦D.D.Walker<sup>[1-3]</sup>等人首次提出了应用于玻璃加工的气囊抛光技术,该技术主要通过压力控制和路径规划来控制抛光效率和表面质量,同时提出了进动抛光方式;该方式不仅能够改变抛光轨迹方向,且能得到近似高斯分布的影响函数,获得高品质的光滑加工表面。哈尔滨工业大学的高波、姚英学、张伟等人<sup>[4-6]</sup>在此基础上对气囊抛光进动方式进行了深入研究,但仅限于应用于回转对称曲面的 $\rho-\theta$ 加工方式。

收稿日期: 2011-10-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50575208);浙江省自然科学基金资助项目(M503099);浙江省科技厅重点科研工业资助项目(2006C21041)

作者简介: 计时鸣(1957-),男,浙江温州人,教授,博士生导师,主要从事机电控制及自动化、精密与超精密加工和机器视觉等方面的研究。

E-mail: jishiming@zjut.edu.cn

浙江工业大学计时鸣等人<sup>[7-10]</sup>将气囊抛光技术应用于模具自由曲面,利用六自由度机器人控制气囊抛光工具实现了模具自由曲面的自动化抛光。模具自由曲面大多数属于非回转对称曲面,需采用X-Y加工方式,且在抛光过程中,气囊的中心轴线需时时跟踪自由曲面的法线变化,并附加上进动功能。以上3个运动的合运动比较复杂,控制要求比较高,而六自由度机器人控制自由度多,精度高,能有效地实现连续进动抛光功能。

本研究针对于六自由度机器人辅助气囊连续进动抛光特点,对其运动模型及其仿真和实验进行研究,为连续进动抛光功能的实现提供理论依据。

### 1 气囊连续进动抛光原理

气囊连续进动抛光原理如图1所示。气囊的旋转轴与模具型面接触中心法线成一角度 $\theta$ ,气囊主运动可分为3个分运动:①气囊绕旋转轴 $P$ 以 $\omega_1$ 高速旋转;②气囊绕中心法线 $N$ ,以 $\omega_2$ 角速度相对低速公转;③气囊按指定的轨迹,平行于气囊与模具型面的接触面,以速度 $v$ 进给运动。基于以上3个分运动,可以得出以下几个关于进动的几何元素对应关系:

- (1) 气囊球心 $O$ 。在运动过程中,气囊球心相对绝对坐标系只发生位置上的改变,这是研究进动的基础点;
- (2) 对称轴 $P$ 。气囊旋转轴线,通过气囊球心,这是连续进动抛光的主要控制对象;
- (3) 回转轴 $N$ 。模具表面接触区域的法线,通过气囊球心,这是由模具表面的形貌决定的;
- (4) 倾斜角 $\theta$ 。对称轴与回转轴之间的夹角,在连续进动过程中,该角度保持不变;
- (5) 进给方向 $L$ 。与对称轴、回转轴处于同一平面,进给方向决定气囊的倾斜方向。

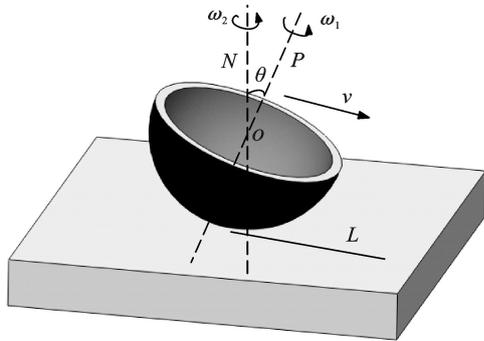


图1 气囊连续进动抛光原理

### 2 建立连续进动数学模型

#### 2.1 定点进动数学模型

直接建立连续进动抛光的数学模型相对比较困

难,可先从定点进动开始研究。在气囊与模具表面接触时的气囊球心建立一个直角坐标系 $A\{a,b,c\}$ , $c$ 轴正向为模具表面接触区域的外法线方向, $a$ 轴正向为进给运动方向在模具表面接触区切平面内的投影方向, $b$ 轴由 $a$ 轴和 $c$ 轴右手螺旋定则确定, $\vec{e}$ 为 $c$ 轴正方向的单位向量。在坐标系 $A\{a,b,c\}$ 中,将单位向量 $\vec{e}=(0,0,1)$ 绕 $b$ 轴旋转倾斜角 $\theta$ ,得到基础偏转向量 $\vec{e}_0$ ,再绕 $c$ 轴旋转递增角 $\alpha$ ,其中 $\alpha=\omega_2 \times t$ ,这样就得到了坐标系 $A\{a,b,c\}$ 中进动下的抛光工具新对称轴向量 $\vec{P}$ ,定点进动分析示意图如图2所示。

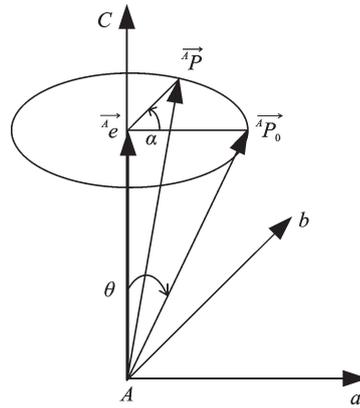


图2 定点进动分析示意图

本研究记单位向量 $\vec{e}=(0,0,1)$ 绕 $b$ 轴旋转 $\theta$ 角的齐次坐标变换矩阵<sup>[11]</sup>为 $T_1$ ,绕 $c$ 轴旋转 $\alpha$ 角的齐次变换矩阵为 $T_2$ :

$$T_1 = Rot(b, \theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$T_2 = Rot(c, \alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

由于 $T_1$ 和 $T_2$ 是始终相对于同一参考坐标系变换,则齐次坐标变换矩阵 $T_2$ 左乘<sup>[12]</sup>,得到坐标系 $A\{a,b,c\}$ 中进动下的抛光工具新对称轴向量 $\vec{P}$ :

$$\begin{bmatrix} \vec{P} \\ 1 \end{bmatrix} = T_2 \times T_1 \times \begin{bmatrix} \vec{e} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\theta)\cos(\alpha) \\ \sin(\theta)\sin(\alpha) \\ \cos(\theta) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\vec{P} = \begin{bmatrix} \sin(\theta)\cos(\alpha) \\ \sin(\theta)\sin(\alpha) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (4)$$

#### 2.2 连续进动数学模型

在连续进动抛光过程中,直角坐标系 $A\{a,b,c\}$ 可

看成固结于气囊抛光工具球心处的动坐标系,静坐标系  $O\{x,y,z\}$  是以模具的某点为原点建立的坐标系,如图3所示,动坐标系  $A\{a,b,c\}$  相对静坐标系  $O\{x,y,z\}$  发生坐标平移和旋转变换。式(4)所求得的光工具的新轴线向量  $\overline{AP}$  是相对动坐标系,需要将其转换到静坐标系  $O\{x,y,z\}$ 。设对称轴向量  $\overline{P}$  在动坐标系  $A\{a,b,c\}$  和静坐标系  $O\{x,y,z\}$  中的描述  $\overline{AP}$  和  $\overline{OP}$  具有关系:

$$\begin{cases} \overline{OP} = R \times \overline{AP} \\ \overline{OA} = \vec{d} \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $\vec{d}$  一坐标平移向量,由气囊球心所在的位置决定;  $R$  一静坐标系到动坐标系的旋转变换矩阵,由气囊的方位决定。

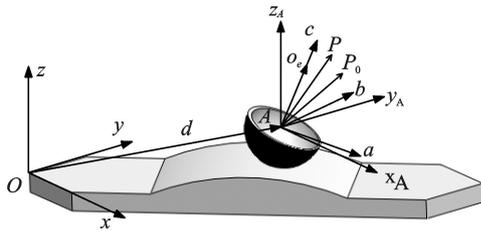


图3 连续进动分析示意图

气囊中心轴的数据是由三维软件中的CAM模块导出,即已知气囊球心坐标和向量  $c$  轴方向的单位向量  $\overline{e}$  在静坐标系  $O\{x,y,z\}$  中的描述分别为:

$$\begin{cases} A:(x,y,z) \\ \overline{e} = (\cos(\beta_1), \cos(\beta_2), \cos(\beta_3)) \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  —  $\overline{e}$  与  $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴的夹角,且  $\beta_3 \leq \pi/2$ 。

由几何关系得动坐标系在静坐标系中的表示:

$$\begin{cases} A:(x,y,z) \\ \vec{d} = \frac{\begin{pmatrix} \cos(\gamma) \sin(\gamma) - \frac{(\cos(\beta_1)\cos(\gamma) + \cos(\beta_2)\sin(\gamma))}{\cos(\gamma)\cos(\beta_3)} \end{pmatrix}}{\sqrt{[\cos(\gamma)]^2 + [\sin(\gamma)]^2 + \left[\frac{(\cos(\beta_1)\cos(\gamma) + \cos(\beta_2)\sin(\gamma))}{\cos(\gamma)\cos(\beta_3)}\right]^2}} \\ \vec{c} = (\cos(\beta_1), \cos(\beta_2), \cos(\beta_3)) \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $\gamma$  —  $a$  轴的正向在  $xoy$  平面的投影与  $x$  轴正向之间的角度关系,逆时针为正,由进给方向决定。

坐标平移向量  $\vec{d} = \overline{OA}$ ,可直接获得,主要求取旋转变换矩阵  $R$ 。本研究设从静坐标系  $O\{x,y,z\}$  经到动坐标系  $A\{a,b,c\}$  的旋转变换分为3步:绕静坐标系  $x$  轴旋转  $L_x$  角度;再绕静坐标系  $y$  轴旋转  $L_y$  角度,得到当前相对坐标系  $O''$ ,最后绕相对坐标系  $O''$  的  $z''$  轴

旋转  $L_z$  角度得到,坐标系转换示意图如图4所示。

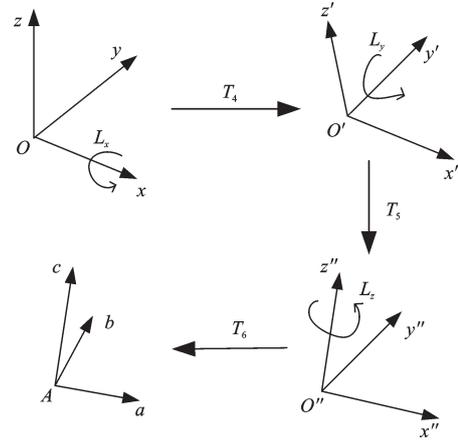


图4 坐标系转换示意图

本研究设绕  $x$  轴旋转  $L_x$  角度的齐次坐标变换矩阵为  $T_4$ ,绕  $y$  轴旋转  $L_y$  角度的齐次坐标变换矩阵为  $T_5$ ,最后绕相对坐标系  $O''$  的  $z''$  轴旋转  $L_z$  角度的齐次坐标变换矩阵为  $T_6$ ,表达式如下:

$$T_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(L_x) & -\sin(L_x) & 0 \\ 0 & \sin(L_x) & \cos(L_x) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$T_5 = \begin{bmatrix} \cos(L_y) & 0 & \sin(L_y) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(L_y) & 0 & \cos(L_y) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$T_6 = \begin{bmatrix} \cos(L_z) & -\sin(L_z) & 0 & 0 \\ \sin(L_z) & \cos(L_z) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

以上3个齐次坐标变换矩阵中,  $T_4$  和  $T_5$  是相对于静坐标系变换,应该左乘;  $T_6$  是相对于当前坐标系变换,应当右乘,得到总的变换矩阵  $T$ :

$$T = T_5 \times T_4 \times T_6 = \begin{bmatrix} \cos(L_y)\cos(L_z) + \cos(L_z)\sin(L_x)\sin(L_y) - \cos(L_x)\sin(L_y) & \cos(L_z)\sin(L_x)\sin(L_y) - \cos(L_x)\sin(L_y) & 0 & 0 \\ \sin(L_x)\sin(L_y)\sin(L_z) & \cos(L_y)\sin(L_z) & \cos(L_x)\sin(L_y) & 0 \\ \cos(L_x)\sin(L_z) & \cos(L_x)\cos(L_z) & -\sin(L_x) & 0 \\ \cos(L_y)\sin(L_x)\sin(L_z) - \cos(L_y)\cos(L_z)\sin(L_x) + \cos(L_x)\cos(L_y) & \cos(L_y)\cos(L_z)\sin(L_x) + \cos(L_x)\cos(L_y) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos(L_y)\cos(L_z) + \cos(L_z)\sin(L_x)\sin(L_y) - \cos(L_x)\sin(L_y) \\ \sin(L_x)\sin(L_y)\sin(L_z) & \cos(L_y)\sin(L_z) & \cos(L_x)\sin(L_y) \\ \cos(L_x)\sin(L_z) & \cos(L_x)\cos(L_z) & -\sin(L_x) \\ \cos(L_y)\sin(L_x)\sin(L_z) - \cos(L_y)\cos(L_z)\sin(L_x) + \cos(L_x)\cos(L_y) \\ \cos(L_z)\sin(L_y) & \sin(L_y)\sin(L_z) & \cos(L_x)\cos(L_y) \end{bmatrix} \quad (12)$$

由坐标系变换可得到下列等式：

$$T \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_1) \\ \cos(\beta_2) \\ \cos(\beta_3) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$T \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos(\gamma)}{\Delta} \\ \frac{\sin(\gamma)}{\Delta} \\ \frac{(\cos(\beta_1)\cos(\gamma) + \cos(\beta_2)\sin(\gamma))}{\cos(\gamma)\cos(\beta_3)} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中：

$$\Delta = \sqrt{[\cos(\gamma)]^2 + [\sin(\gamma)]^2 + \left[ \frac{(\cos(\beta_1)\cos(\gamma) + \cos(\beta_2)\sin(\gamma))}{\cos(\gamma)\cos(\beta_3)} \right]^2}$$

由式(13,14)两个等式可以得出：

$$\begin{cases} L_x = \arcsin(-\cos(\beta_2)) \\ L_y = \arctan\left(\frac{\cos(\beta_1)}{\cos(\beta_3)}\right) \\ L_z = \arcsin\left(\frac{\sin(\gamma)}{\Delta \times \cos(L_x)}\right) \end{cases} \quad (15)$$

本研究将式(15)代入式(12)求得  $R$ ，再将  $R$  代入式(5)，得到静坐标系  $O\{x, y, z\}$  中进动下的抛光工具对称轴向量  $\overline{OP}$ ，结合进给速度  $v$  和公转速度  $\omega_2$  得到进给方向上每一点的球心坐标  $A$  和工具对称轴向量  $\overline{OP}$ ，最后将  $A$  和  $\overline{OP}$  输入到六自由度机器人中，就能控制机器臂按照进动的需求运动。

### 3 运动空间的仿真与实验

运动空间的仿真与实验用于检验气囊连续进动抛光数学模型的正确性。在实际抛光中，为了计算方便，往往选择进给方向与静坐标系的  $x$  轴同向，即  $\gamma=0$ 。本研究设连续进动的倾斜角  $\theta=20^\circ$ ，进给运动  $v=5\text{ mm/s}$ ，公转速度  $\omega_2=5\text{ r/min}$ ，综合式(1~15)，利用 Matlab 软件分别绘制出气囊连续进动抛光加工平面和曲面时的各一条空间运动轨迹，如图 5(b)、5(d)所示。对应的  $xoy$  平面的投影图如图 5(a)、5(c)所示。

从图 5 中分析可看出，基于推导出的数学模型，气囊抛光工具运动连续。

本研究在六自由度机器人辅助气囊抛光系统中进行直线连续进动的实验，实验设备如图 6(a)所示。本研究将铅笔固定于气囊抛光工具中，两者的对称轴共线，

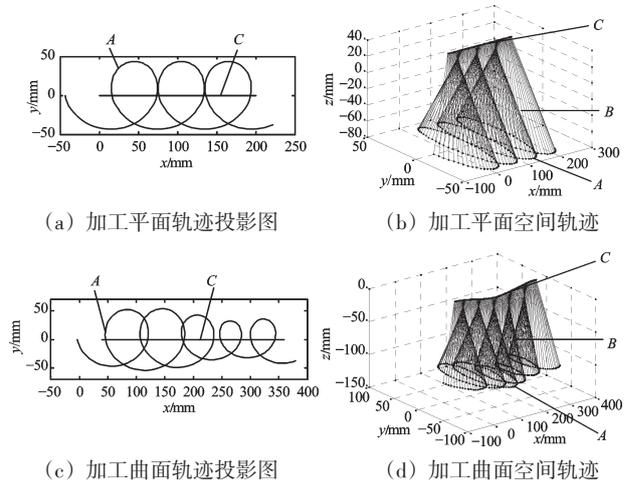


图5 连续进动抛光轨迹

A—对称轴  $P$  上距离球心 127 mm 距离处一点的运动轨迹；B—对称轴  $P$  的扫描空间；C—气囊球心的运动轨迹

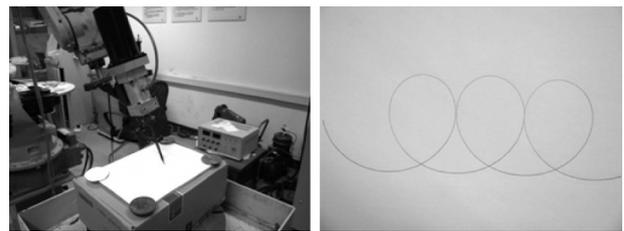


图6 连续进动实验

根据仿真条件，调节铅笔高度，使得铅笔尖到球心（该实验系统已调节球心位置，可以明确获取）的距离为 127 mm，其他条件参照仿真条件，实验结果如图 6(b)所示。将其与图 5(a)相比较可发现，实验结果与仿真结果完全吻合，进一步证明了连续进动数学模型的正确性。

### 4 结束语

由于气囊连续进动抛光运动的复杂性，直接建立运动模型比较困难。本研究首先基于气囊进动抛光理论，建立了气囊定点进动抛光的数学模型，然后将气囊定点进动时的坐标系视为动坐标系，工件上的某一坐标系视为静坐标系，通过坐标系转换原理，推导出了气囊连续进动抛光的数学模型。

本研究利用 Matlab 绘制了气囊连续进动抛光的运动空间，其运动是连续的；在六自由度机器人辅助气囊抛光系统中进行直线连续进动的实验，利用固定于气囊抛光工具上的铅笔绘制出直线连续进动时抛光工具中心轴上距离气囊球心 127 mm 的某点的运动轨迹，和仿真结果完全吻合。

研究表明，气囊连续进动抛光运动模型是正确的、可行的，为进一步开展气囊连续进动抛光实验研究奠定了基础。

(下转第 416 页)

工作平稳;④经济性、适应性好。

本研究根据以上方案设计了翻转起模机及电液同步起模系统,实际应用的液压缸位移跟踪误差如图5所示。 $e_1$ 、 $e_2$ 分别表示液压缸1和液压缸2的位移误差, $e_c$ 表示两个液压缸的同步误差。结果显示,双缸动态同步起模精度 $\leq 2$  mm,稳态同步驱动精度 $\leq 0.1$  mm,满足工艺要求。

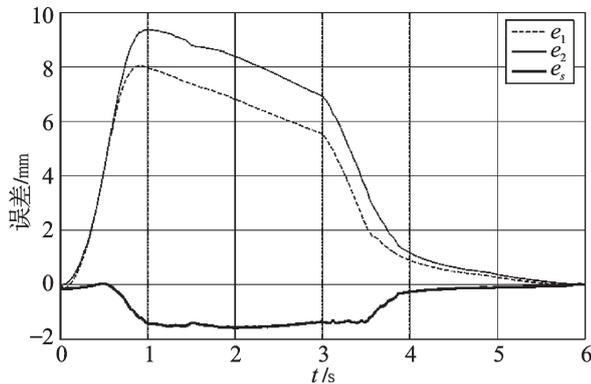


图5 液压缸位移跟踪误差

## 4 结束语

本研究分析了翻转起模机的工作原理,针对其工艺特点,设计了液压系统,并将电液比例同步闭环系统应用于该系统,在经济性和可靠性上都比较合适。该系统自动化程度高,工作平稳,控制精度高,结构也相

对简单,使用元件较少,对油液污染不敏感,适合工况要求。同时,在控制方式上该研究为多液压缸电液同步系统的应用与研究提供了探索和参考。

### 参考文献(References):

- [1] 卢 军. 国产砂型和金属型清洁高效铸造设备的现状分析[J]. 中国铸造装备与技术, 2010(3): 13-15.
- [2] 张喜权. 树脂砂造型设备液压系统油温控制技术[D]. 大连:大连交通大学机械工程学院, 2007.
- [3] 王立建, 李美霞, 杨广辉. 一条桥壳树脂砂线的改造[J]. 中国铸造装备与技术, 2008(2): 44-45.
- [4] 耿国芳. 欧II发动机铸件树脂砂造型线系统介绍[J]. 铸造设备与工艺, 2009(4): 44-47, 54.
- [5] 解康国, 张鸿雁. 进口翻转起模机电控系统的国产化设计[J]. 中国铸造装备与技术, 1996(5): 33-34.
- [6] 李国军. 多缸同步性能分析与研究[D]. 西安:西安科技大学机械工程学院, 2009.
- [7] 张宝生, 郭晓松, 郭 刚. 大型起竖设备的PID同步控制研究[J]. 机电工程, 2008, 25(3): 52-55.
- [8] 成大先. 机械设计手册[M]. 北京:化学工业出版社, 2002.
- [9] 廖常初. S7-300/400 PLC应用技术[M]. 2版. 北京:机械工业出版社, 2008.
- [10] 施红芹. C++ Bilder5 开发人员编程实例应用指南[M]. 北京:北京航空工业出版社, 2000.

[编辑:李 辉]

(上接第380页)

### 参考文献(References):

- [1] BINGHAM R G, WALKER D D. A Novel Automated Process for Aspheric Surface[C]//SPIE, 2000: 445-450.
- [2] WALKER D D, BROOKS D. The First as Phericform and Texture Results from a Production Machine Embodying the Precession Process[C]// SPIE, 2001: 267-277.
- [3] WALKER D D, BROOKS D, KING A, et al. The 'Precessions' Tooling for Polishing and Figuring Flat, Spherical and aspheric Surfaces [J]. **Optics Express**, 2003, 11 (8) : 958-964.
- [4] 高 波, 谢大纲, 姚英学, 等. 气囊式工具抛光新技术[J]. 光学技术, 2004, 30(3): 333-336.
- [5] 高 波, 姚英学, 谢大纲, 等. 气囊抛光进动机构的运动建模与仿真[J]. 机械工程学报, 2006, 42(2): 101-104.
- [6] 张 伟, 李洪玉, 金 海. 气囊抛光去除函数的数值仿真与试验研究[J]. 机械工程学报, 2009, 45(2): 308-312.
- [7] 计时鸣, 金明生, 张 宪, 等. 应用于模具自由曲面的新型气囊抛光技术[J]. 机械工程学报, 2007, 43(8): 2-6.
- [8] JIN M S, JI S M, ZHANG L, et al. Effect of free abrasive particle in gasbag polishing technique[J]. **Advanced Materials Research**, 2009(69-70): 83-87.
- [9] 金明生. 模具自由曲面气囊抛光机理及工艺研究[D]. 杭州:浙江工业大学机电工程学院, 2010.
- [10] 计时鸣, 张 利, 金明生, 等. 气囊抛光技术及其研究现状[J]. 机电工程, 2010, 27(5): 1-12.
- [11] 韩建海. 工业机器人[M]. 武汉:华中科技大学出版社, 2009.
- [12] 李团结. 机器人技术[M]. 北京:电子工业出版社, 2009.

[编辑:罗向阳]