频率大范围变换下的电能计量

徐惜琼，竺红卫*
（浙江大学 超大规模集成电路设计研究所，浙江 杭州 310027）

摘要： 针对在频率不断变换的情况下对信号功率进行测量的问题，提出了一种可同时测量信号瞬时频率、基波有功功率和视在功率的算法。输入信号为已经滤除了直流和高次谐波的基波分量，通过自适应有限长单位冲击响应（FIR）数字滤波器测量了基波有功功率，通过Prony算法测量了信号的瞬时频率和视在功率，利用改进的最小加权二乘法（WLS）算法提高了功率的精确度。研究结果表明，在频率大量变化的情况下，该算法对信号频率、有功功率以及视在功率的测量的精确度可满足工程应用的需要。

关键词： 自适应有限脉冲响应滤波器；视在功率；有功功率；基波；Prony算法；最小加权二乘法
中图分类号： TM933.4 **文献标志码：** A **文章编号：** 1001-4551(2012)05-0568-04

Power measurement under wide-range frequency deviations

XV Xi-qiong, ZHU Hong-wei
(Institute of Very Large Scale Integrate Circuit Design, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Aiming at the power measurement under wide-range frequency deviations, a simple algorithm for measurement of the frequency and both the fundamental active and apparent power of a power system was presented. The input voltage and current signals were filtered to be fundamental components and the noise effects were minimized, adaptive finite-impulse-response (FIR) filters were used to measure fundamental active power, Prony-based algorithm was carried out to measure the frequency and fundamental apparent power. Weighted-least-square (WLS) algorithm was employed to improve the precision of both the fundamental active and apparent power. The results indicate that the measurement with proposed algorithm has a high accuracy over a wide range of frequency changes. Thus, the proposed algorithm really meets the needs of online applications.

Key words: adaptive finite-impulse-response (FIR) filters; apparent power; active power; fundamental wave; Prony-based algorithm; weighted-least-square (WLS)

0 引 言

近年来出现了各种有效电能计量方法，但这些方法大部分只适用于电能信号处于平稳情况下的测量。对于非稳定状况下的电能计量，如频率不断变换时，由于电能系统产生的总电能与消耗的电能之间的不平稳关系，使得这些测量方法会产生很大的误差[1]。

对于同步采样的电力系统标准周期信号，研究者可通过传统快速傅里叶变换（FFT）算法无误差地计算出其基频幅值、相位等参量，但因电网频率的波动，采样频率难以等于信号频率的整数倍，从而产生非同步采样现象，FFT算法的栅栏效应和频谱泄漏将导致较大的测量误差，减小非同步采样误差的方法有两大类：加窗、插值以及同步采样技术。通过加窗和插值算法对计算结果进行修正时，一般要求采样窗口的宽度不得低于8个基波周期，才能在频率波动范围较大的情况下仍然获得较为理想的谐波分析结果。由此可知，通过加窗、插值等方法进行改进，可提高一定的精度，但计算量加大，不利于实现[2-5]。小波变换通过把信号分解到不同尺度上求正弦情况下谐波的分量，但受分解尺度影响不能准确反映被测信号的各种参数[6-7]。Kalman滤波求谐波参数有很好的实时跟踪性，然而，只有在信号和噪声的统一特性先验已知的情况下，这种滤波技术才能获得最优滤波[8-9]。Gauss-Newton法不受频率变化的影响，但对

收稿日期： 2011-11-23
作者简介： 徐惜琼（1986-），女，浙江温州人，主要从事嵌入式系统开发方面的研究. E-mail：xuxq@vlsi.zju.edu.cn
通信联系人： 竺红卫，男，副教授. E-mail：zhuhw@vlsi.zju.edu.cn

初始值敏感，初始值设置不当将造成迭代不收敛[10]。

为了解决上述问题，本研究提出一种新的电能计量算法，可同时计算信号的频率、有功功率以及视在功率。为了提高基波有功功率和视在功率测量的精度，本研究引入自适应最小加权二乘法（WLS），并通过仿真分析和FFT算法的比对，以验证本研究算法的有效性。

1　基波有功功率测量

算法方框图如图1所示，有功功率、视在功率和基波频率测量分为3个部分：第1部分将经过基波滤波器滤波后得到的瞬时电压信号和瞬时电流信号进行相乘得到瞬时有功功率 $p_1(k)$；第2部分将瞬时有功功率 $p_1(k)$ 经过直流滤波器滤波以后，得到有功功率；第1部分的瞬时有功功率去掉第2部分的有功功率以后，剩下的一部分经过Prony算法和最小加权二乘法（WLS）的计算，获得基波频率 $f_1(k)$ 和基波视在功率。k 时刻的基波频率要用于 $k+1$ 的CIC滤波器的设计和功率的测量。

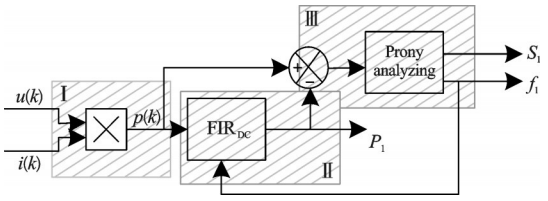


图1　算法方框图

由文献[11]提出，有功功率和视在功率定义如下：

$$P=U_1I_1\cos\phi_1+\sum_{k\neq1}U_kI_k\cos\phi_k=P_1+\sum_{k\neq1}P_k \tag{1}$$

$$S=\sqrt{(U_1^2+\sum_{k\neq1}U_k^2)(I_1^2+\sum_{k\neq1}I_k^2)} \tag{2}$$

其中：

$\phi_k=\theta_k-\varphi_k$。

式中：U_k，I_k—k 次谐波电压和电流的有效值。

假设输入信号经过基波滤波器滤波后噪声为零，瞬时电压和电流信号模型为：

$$u(k)=U_1\sin(w(k)k\Delta t+\theta_1) \tag{3}$$

$$i(k)=I_1\sin(w(k)k\Delta t+\varphi_1) \tag{4}$$

式中：$\omega(k)$—基波的角频率。

本研究将式（3）和式（4）相乘，得到基波瞬时有功功率：

$$\begin{aligned}&p(k)=u(k)i(k)=P_1-S_1\cos(2w(k)k\Delta t+\lambda)\\&k=1,2,\ldots,M\end{aligned} \tag{5}$$

其中：

$S_1=U_1I_1/2$，$P_1=S_1\cos(\theta_1-\varphi_1)$，$\lambda=\theta_1+\varphi_1$。

由式（5）可知，瞬时有功功率可以看作两部分组成：第1部分是直流部分即基波有功功率 P_1；第2部分可看成频率为 $2w$ 的基波分量。因此，可以用低通滤波器滤出 P_1。对于频率处在不断变换情况下，低通滤波器的设计必须满足条件：

$$\left|H_{DC}(e^{\mathrm{j}w(k)})\right|=1 \tag{6}$$

文献[12-14]提出了一种自适应CIC滤波器（级联积分-梳状滤波器），用 z 变换函数表示如下：

$$H_{DC}(z)=H_{DC,0}(z)\prod_{i=1}^{M}H_{DC,i}(z) \tag{7}$$

其中：$H_{DC,0}(z)=1+z^{-1}$，目的是滤除频率为 $w_s/2$ 的信号。

且：

$$H_{DC,i}(z)=\frac{1-2\cos(w_i\Delta t)z^{-1}+z^{-2}}{2\left|1-\cos(w_i\Delta t)\right|},i=1,2,\cdots,M \tag{8}$$

上式的功能是滤除 i 次谐波并且对于直流分量的增益为1，M 为级联子节的数目，其值取 $f_s/2f_1$ 的最大整数部分。

2　频率的测量

通过上述分析可知，本研究可以从瞬时有功功率中将基波有功功率滤出，将 P_1 从式（5）中去除后，剩余部分为：

$$S_1\cos(2w(k)k\Delta t+\lambda)=P_1-p(k)=g(k) \tag{9}$$

为了测量瞬时频率，文献[15]提出了基于Prony的测量方法。

公式（9）用一对复指数表示如下：

$$\hat{g}(k)=bz_1^k+b^*z_1^{*k} \tag{10}$$

其中：

$$z_1=e^{\mathrm{j}2w(k)\Delta t} \tag{11}$$

$$b=\frac{S_1}{2}e^{\mathrm{j}\lambda} \tag{12}$$

根据文献[15]的介绍，可以获得的角频率为：

$$w=\frac{1}{2\Delta t}\cos^{-1}\left\{\frac{\sum_{k=2}^{M-1}(\hat{g}_{k-1}+\hat{g}_{k+1})^2}{2\sum_{k=2}^{M-1}\hat{g}_k(\hat{g}_{k-1}+\hat{g}_{k+1})}\right\} \tag{13}$$

3　基波视在功率的测量

由式（13）获得瞬时频率以后，本研究将瞬时频率代入式（11）可获得 $z_1(k)$ 和 $z_1^*(k)$，因此，式（10）可以简化为未知参数 b 的线性等式：

$$\begin{bmatrix}1&1\\z_1&z_1^*\\\vdots&\vdots\\z_1^k&z_1^{*k}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}b\\b^*\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\hat{g}(0)\\\hat{g}(1)\\\vdots\\\hat{g}(k)\end{bmatrix} \tag{14}$$

式（14）是 $(k+1)\times2$ 维Vandermonde矩阵，Vandermonde矩阵为满秩矩阵，因此式（14）可用具有自适应遗

忘因子的最小加权二乘法(WLS)改进。具有自适应遗忘因子的WLS是在最小二乘法的基础上进行改进的方法,通过用不断变化的遗忘因子代替原先固定不变的值,使算法的收敛性变快,而且准确度也更高[16-17],具体实现步骤如下。

根据式(14),k 时刻的瞬时参数 b 可用下式表示:

$$\begin{bmatrix} z_1^{k-1}(k) & z_1^{*k-1}(k) \\ z_1^{k}(k+1) & z_1^{*k}(k+1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b(k+1) \\ b^*(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{g}(k) \\ \hat{g}(k+1) \end{bmatrix} \tag{15}$$

即:

$$b(k+1) = \frac{\hat{g}(k+1) z_1^{*k-1}(k) - z_1^{*k}(k+1)\hat{g}(k)}{z_1^{*k-1}(k) z_1^{k}(k+1) - z_1^{*k}(k+1) z_1^{k-1}(k)} \tag{16}$$

式(15)可用下式表示:

$$y(k) = z(k)x(k) \tag{17}$$

其中:

$$\begin{aligned} y(k) &= \hat{g}(k+1) z_1^{*k-1}(k) - z_1^{*k}(k+1)\hat{g}(k) \\ x(k) &= b(k+1) \\ z(k) &= z_1^{*k-1}(k) z_1^{k}(k+1) - z_1^{*k}(k+1) z_1^{k-1}(k) \end{aligned} \tag{18}$$

本研究运用文献[12]所提供的具有自适应遗忘因子的WLS算法,可以获得视在功率 $S_1(k)$ 为:

$$S_1(k) = 2\frac{\sum_{i=0}^{k} \sigma_{k-i}^2 z(i) y(i)}{\sum_{i=0}^{k} \sigma_{k-i}^2 z(i)^2} \tag{19}$$

可以看出,上述方法结构简单,易于在DSP上实现。

4 仿真分析

为了验证本研究算法的有效性,笔者完成了大量的数字信号实验。以下将对算法进行仿真,测试非稳定状态下对于频率、有功功率及视在功率的测量,为了突出本研究算法的有效性,将与FFT算法进行比较分析。

设有非正弦工况下电压、电流信号为:

$$\begin{aligned} u(t) &= 5 + 10\sin(\omega t + \pi/2) + 2\sin(3\omega t + \pi/3) + \\ &\quad \sin(5\omega t) + 3\sin(11\omega t) \\ i(t) &= 1 + 8\sin(\omega t + \pi/3) + 3\sin(3\omega t + \pi/6) + \\ &\quad 2\sin(5\omega t - \pi/6) + \sin(11\omega t) \end{aligned}$$

其中:$\omega = 2\pi f$,另加信噪比为30 dB的高斯白噪声。本研究对以上信号以采样频率为1 024 Hz采样,一次采样6个工频周期(1.2 s),共采样1 228个点,考察系统频率在3种情况下的理论计量结果。

模型1(缓变频率):

$$f = f_0 + \Delta f = 50 + 0.5\sin(8\pi t)$$

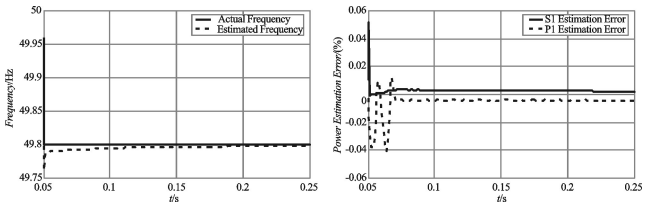
模型2(突变频率):

$$f = \begin{cases} 50\ \text{Hz}, & t < 0.05 \\ 49.8\ \text{Hz}, & 0.05 < t \leqslant 0.25 \end{cases}$$

模型3(线性变化频率):

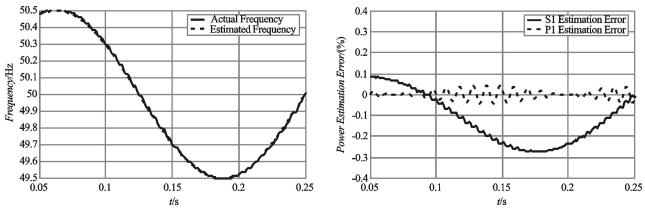
$$f = \begin{cases} f = 50\ \text{Hz}, & t < 0.05 \\ f = 50 + t\ \text{Hz}, & 0.05 < t < 0.25 \end{cases}$$

在信号频率为突变信号的情况下,频率和电能计量的情况如图2所示。当频率在0.05 s的时刻突然由50 Hz调到49.8 Hz,本研究提出的算法虽然在突变部分有一个过渡的过程,但仍然能有效地跟踪信号的变化,有功功率和视在功率的误差率也不明显。当信号频率为一个正弦波的缓变频率时的频率、功率计量情况如图3所示,由图3可知,测量的频率和实际频率曲线基本重合,有功功率和视在功率的误差呈现出一个曲线波形,但最大误差率不超过0.3%。当信号频率线性变化时的频率、功率计量情况情况如图4所示,由图4可知,该算法对频率的跟踪性很好,有功功率的误差在0.003 6%之内波动,视在功率的误差与频率一样呈现线性变化,但在一个周期内最大误差率不超过0.06%。



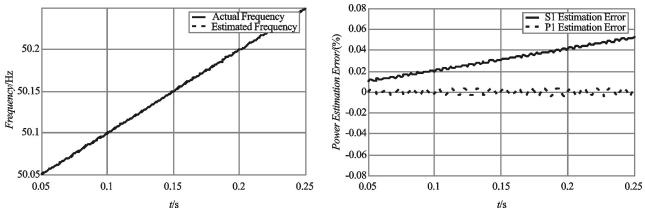
(a) 频率计量 (b) 功率误差

图2 模型1的频率和功率的计量



(a) 频率计量 (b) 功率误差

图3 模型2的频率和功率的计量



(a) 频率计量 (b) 功率误差

图4 模型3的频率和功率的计量

3种模型下使用本研究算法和FFT算法的误差率的比较如表1~3所示。比较结果显示,在一个数据取样周期内,本研究算法的误差率要远远小于FFT算法。

5 结束语

针对在频率不断变换的情况下的信号功率测量的问题,本研究提出了一种新的电能计量算法,并验证了该算法的有效性,该算法适用于非正弦波和频率大范围变换下的有功功率和视在功率计量。在电网处于不稳定的情况下,探索准确的电能计量方法具有积极的现实意义,而采用基于谐波分析理论的电能计量方法已是未来的趋势。

表1　模型1下两种算法的误差比较分析

模型类型	计算项目	计算结果				
		直流	基波	3次谐波	5次谐波	11次谐波
本研究算法	有功功率/W	0.023 5%	0.041 2%	0.074 6%	0.097 8%	0.092 5%
	视在功率/VA	0.012 2%	0.051 5%	0.077 4%	0.102 3%	0.118 7%
FFT	有功功率/W	5.34%	26.88%	50.8%	10.64%	53.1%
	视在功率/VA	5.34%	26.02%	50.78%	10.69%	53.1%

表2　模型2下两种算法的误差比较分析

模型类型	计算项目	计算结果				
		直流	基波	3次谐波	5次谐波	11次谐波
本研究算法	有功功率/W	0.021 1%	0.038%	0.054 8%	0.082 3%	0.096 4%
	视在功率/VA	0.278 8%	0.480 5%	0.502%	0.650 4%	0.782 9%
FFT	有功功率/W	6.32%	97.49%	99.91%	100%	99.34%
	视在功率/VA	6.32%	97.41%	99.91%	99.96%	99.33%

表3　模型3下两种算法的误差比较分析

模型类型	计算项目	计算结果				
		直流	基波	3次谐波	5次谐波	11次谐波
本研究算法	有功功率/W	0.001 5%	0.003 6%	0.005 9%	0.006 4%	0.008 2%
	视在功率/VA	0.033 1%	0.078 6%	0.084%	0.100 5%	0.124 6%
FFT	有功功率/W	4.38%	11.7%	40.65%	33.63%	36.64%
	视在功率/VA	4.38%	10.6%	40.45%	33.43%	36.64%

参考文献(References):

[1] GIRGIS A A, HAM F M. A quantitative study of pitfalls in the FFT[J]. **IEEE Transactions on Aerospace & Electronic System**, 1980, 16(4): 434-439.

[2] ZHANG J Q, SHEN Y. Power measurement under non-sinusoidal and noisy conditions[C]// IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2001: 1021-1025.

[3] AGREZ D. Weighted multipoint interpolated DFT to improve amplitude estimation of multifrequency signal [J]. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, 2002, 51(2): 287-292.

[4] GALLO D, LANGELLA R, TESTA A. Desynchronized processing technique for harmonic and interharmonic analysis [J]. **IEEE Transactions on Power Delivery**, 2004, 19(3): 993-1001.

[5] GHERASIM C, KEYBUS J V, DRIESEN J, et al. DSP implementation of power measurements according to the IEEE trial-use standard 1459[J]. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, 2004, 53(4): 1086-1092.

[6] YOON W K, DEVANEY M J. Power measurement using the wavelet transform[J]. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, 1998, 47(5): 1205-1210.

[7] 许　珉,程兴民. 基于单子带重构改进小波变换的电力系统谐波检测方法[J]. 电力自动化设备, 2008, 28(9): 30-33.

[8] GIRGIS A A, CHANG W B, MAKRAM E B. A digital recursive measurement scheme for on-line tracking of power system harmonics[J]. **IEEE Transactions on Power Delivery**, 1991, 6(3): 1153-1160.

[9] YU K K C, WATSON N R, ARRILAGA, J. An adaptive Kalman filter for dynamic harmonic state estimation and harmonic injection tracking[J]. **IEEE Transactions on Power Delivery**, 2005, 20(2): 1577-1584.

[10] WIGREN T, HANDEL P. Harmonic signal modeling using adaptive nonlinear function estimation[J]. **IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing**, 1996(5): 2952-2955.

[11] IEEE PES, Power System Instrumentation and Measurements Committee. IEEE Std. 1459-2000 IEEE trial-use standard definitions for the measurement of electric power quantities under sinusoidal, non-sinusoidal, balanced or unbalanced conditions[S]. New York: IEEE, 2000.

[12] KUSIJEVIC M D, TOMIC J J, MARCETIC D P. Active power measurement algorithm for power system signals under non-sinusoidal conditions and wide-range frequency deviations[J]. **Generation, Transmission & Distribution, IET**, 2009, 3(1): 57-65.

[13] TOMIC J J, KUSLJEVIC M D, VUJICIC V V. A new powr system ditital harmonic analyzer[J]. **IEEE Transactions, on Power Delivery**, 2007, 22(2): 772-780.

[14] LOBOS T, REZMER J. Real-time determination of power system frequency[J]. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, 1997, 46(4): 877-881.

[15] 张贤达. 现代信号处理[M]. 2版. 北京:清华大学出版社, 2002.

[16] KUSLJEVIC M D. A simple recursive algorithm for simultaneous magnitude and frequency estimation [J]. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, 2008, 57(6): 1207-1214.

[17] KUSLJEVIC M D. A simple recursive algorithm for frequency estimation[J]. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, 2004, 53(2): 335-340.

[编辑:李　辉]