隐式精细积分算法在电力系统暂态稳定分析中的应用

赵志奇，王建全*
（浙江大学 电气工程学院，浙江 杭州 310027）

摘要：电力系统暂态稳定分析对电力系统运行有重要的作用，为解决传统的隐式梯形积分在电力系统暂态分析中的不足，将传统的隐式数值积分技术和精细积分技术引入到电力系统暂态稳定计算中，通过对显式精细积分数值法的分析，并结合隐式积分法自身的特点，提出了高精度、易于实现的隐式精细积分方法，为解决电力系统暂态稳定分析及计算问题开辟了新的途径。将新英格兰系统（10机39节点系统）的仿真算例结果进行了验证。研究结果表明，隐式精细积分算法在计算速度和计算精度上都优于传统的数值积分方法。

关键词：精细积分法；电力系统；暂态稳定；数值计算；隐式积分
中图分类号：TM712 **文献标志码**：A **文章编号**：1001-4551(2012)05-0580-04

Application of implicit precise time-integration method in power system transient stability analysis

ZHAO Zhi-qi, WANG Jian-quan
(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: The power system transient analysis is of great importance to the power system operation.Aiming at overcoming the weaknesses of the implicit trapezoidal integration, traditional implicit integretation and precise time-integration method were applied to solve the power system transient stability calculation. After the analysis of the explicit precise time-integration method, then the implicit precise time-integration method was proposed according to characteristics of the implicit integretation which is of high precision and easy to use . The experimental results of NewEngland system (10 generators 39 buses system) were verified. The results indicate that the precise time-integration method is better on the calculation speed and the calculation precision than the traditonal integration method.

Key words: precise time-integration method; power system; transient stability; numerical calculation; implicit integretation

0 引 言

在电力系统仿真当中，大量刚性方程和非线性方程的存在使得暂态仿真计算所能使用的方法非常有限，而且现有的方法存在精度不够高等缺点，使得计算容易发散。

上世纪90年代以来，随着矩阵指数计算方法的发展，在微分方程领域（特别是刚性方程领域）的数值计算有了长足的进步。钟万勰院士于1991年提出了精细积分方法，此后这方面的研究犹如雨后春笋，并广泛应用于各个专业，如：结构动力分析、最优控制、偏微分方程求解等。该方法能够得到如此广泛的应用是与其数值精度高的特点分不开的[1-2]。而在电力系统中，隐式梯形积分法以其使用简单、收敛性好等特点使其在电力系统稳定分析中发挥着巨大的作用。但是，隐式梯形积分算法的精度比较低，计算过程缓慢。如何提高计算速度也成为当前研究的热点问题。高阶泰勒级数展开算法虽然能够准确计算出功角，但是其网络方

收稿日期：2011-11-22
作者简介：赵志奇（1985-），男，河北新河人，主要从事电力系统暂态计算、电力系统稳定控制方面的研究. E-mail：yuguang-sy@163.com
通信联系人：王建全，男，副教授. E-mail：wangjq@zju.edu.cn

程求解过程中需要大量的迭代运算，这在无形中增加了计算的时间[3]。此外其他的一些智能优化算法需要离线进行大量的仿真计算，利用这些结果得到一些经验结果，不能满足在线计算的要求。

本研究根据精细积分算法的思想，结合电力系统自身的特点，提出一种计算迅速、实现过程简单的电力系统动态计算方法。为检验计算方法的有效性，本研究使用电科院综合程序PSASP进行仿真，其结果作为标准结果，可为其他方法进行计算提供有效性校验。

1　算法理论基础

1.1　电力系统暂态稳定的数学模型

对于一个完整的电力系统，存在运行变量和状态变量，它们所受的等式约束又是完全不同的，大致抽象成为两大类型的方程组[4-5]，即：代数方程和微分方程。整个暂态过程可以抽象成为如下微分代数组的形式：

$$x(0)=x_0 \tag{1}$$

$$\dot{x}=g(x,y,u) \tag{2}$$

$$\boldsymbol{\Phi}(x,y,u)=0 \tag{3}$$

式中：x—电力系统的状态变量[6]，包括发电机的各种状态参数，同时也包括发电机附属设备的参数；y—电力系统的运行变量，包括发电机的电压电流等；u—电力系统的控制变量；x_0—电力系统的初值，由稳态条件计算得到。

式(1)表示初始条件，式(2)表示状态方程，式(3)表示网络方程。

在不计转子机械阻尼的情况下发电机的经典模型方程可以表示为：

$$\begin{cases}\dot{\delta}=\omega_s(\omega-1)\\ \dot{\omega}=\dfrac{P_m-P_e}{T_j}\end{cases} \tag{4}$$

对于电力系统来说，系统失去暂态稳定的过程发展很快，通常通过分析系统在遭受干扰后的第一摇摆周期(1 s ~1.5 s)的机电暂态过程就可以判断系统能否稳定运行。在此种情况下，通常认为电力系统的各种装置的运行状态变化不是很大，励磁机的作用可以用发电机 E' 恒定来模拟。此时负荷全部由恒定阻抗模型来模拟。

1.2　隐式精细积分算法的推导

精细积分法经过十多年的发展已经有了长足的进步，该方法在求解刚性方程时有着特殊的优势。而在电力系统中的发电机方程也是一组刚性微分方程，这就为其在电力系统中的应用提供了方便。

一阶刚性微分方程可表示为：

$$\begin{cases}\dot{y}(t)=\boldsymbol{f}(t,y(t)) \quad t\in[a,b],|y(t)|<\infty\\ y(a)=y_0\end{cases} \tag{5}$$

其中：$y\in\boldsymbol{R}^n$，　$\boldsymbol{f}=[f_1 \quad f_2\cdots f_n]^{\mathrm{T}}$。

本研究从函数向量 $\boldsymbol{f}(t,y(t))$ 分离出一个满秩定常矩阵 $\mathbf{H}$，$\mathbf{H}\in\boldsymbol{R}^{n\times n}$，则式(1)可表示为：

$$\begin{cases}\dot{y}(t)=\mathbf{H}y(t)+f(t)\\ y(a)=y_0\end{cases} \tag{6}$$

其中：$F(t)=\boldsymbol{f}(t,y(t))-\mathbf{H}y(t)$。

则状态方程的解可表示为：

$$y(t)=e^{\mathbf{H}t}y_0+\int_0^t e^{\mathbf{H}(t-\tau)}\boldsymbol{F}(\tau)\,\mathrm{d}\tau \tag{7}$$

已知 t_k 时刻的状态 $y_k=y(t_k)$，则 $t_{k+1}=t_k+h$ 时刻的状态 $y(t_{k+1})$ 可表示为：

$$y_{k+1}=y(t_{k+1})=e^{\mathbf{H}h}y(t_k)+\int_0^h e^{\boldsymbol{H}(h-\tau)}\boldsymbol{F}(t_k+\tau)\,\mathrm{d}\tau \tag{8}$$

本研究用 $\left[f(t_k,y(t_k))-\mathbf{H}y(t_k)+f(t_{k+1},y(t_{k+1}))-\mathbf{H}y(t_{k+1})\right]/2$ 近似取代 $\boldsymbol{F}(t_k+\tau)$，则式(6)可近似表示为：

$$y_{k+1}\approx e^{\mathbf{H}h}y_k+\int_0^h e^{\mathbf{H}(h-\tau)}\left[\frac{f(t_k,y_k)+f(t_{k+1},y_{k+1})}{2}-\mathbf{H}\left(\frac{y_k+y_{k+1}}{2}\right)\right]\mathrm{d}\tau \tag{9}$$

式(9)中的 $f(t_{k+1},y_{k+1})$ 也可以由前面的信息预测得到。

这样笔者就得到了隐式精细积分算法的通用表达式。等式两边同时出现了需要求解的量，因此需要进行迭代求解。这样本研究只需要不断地迭代更新状态变量 y_{k+1}，直到 y_{k+1} 达到收敛条件为止。对于如何求解上式的积分、指数矩阵和该算法的精度证明，文献[7-8]有详细的推导过程，笔者就不再赘述了。

2　隐式精细积分暂态稳定分析程序方法简介

2.1　电力系统方程

由于该分析程序采用的是发电机经典模型，在短时间(1 s~1.5 s)内励磁调节器，原动机的输出可以看成是恒定不变的。现在本研究以发电机第 i 台机组为例，说明发电机的 $\mathbf{H}$ 定常矩阵的选取和非齐次向量 $\boldsymbol{F}(t)$ 的选取方式。

发电机的转子运动方程[9-11]如下：

$$\begin{cases}\dot{\delta}_i=\omega_s(\omega_i-1)\\ \dot{\omega}_i=\dfrac{P_{mi}-P_{ei}}{T_{ji}}\end{cases} \tag{10}$$

其中，发电机暂态电动势为：

$$E'_i = E'_{i(0)} = U_{qi(0)} + R_{ai} I_{qi(0)} + X'_{di} I_{di(0)} \quad (11)$$

根据发电机的方程，笔者可以提取出定常矩阵和非齐次项：

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_s \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} -\omega_s \\ (P_{mi} - P_{ei})/T_{ji} \end{bmatrix} \quad (12)$$

2.2 隐式精细积分算法的流程

隐式精细积分分析程序流程图如图1所示。

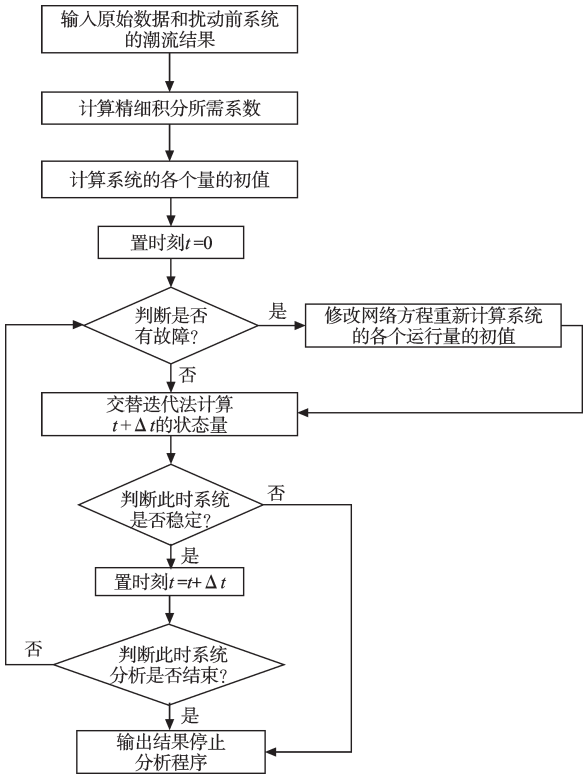

图1 隐式精细积分法程序流程

由图1可见，为了节省计算时间，在暂态稳定分析计算之前，首先应该按照文献[4,5]提供的方法来计算每一步都不变的积分常数项。对于每一时步计算中不断变化的非齐次项，本研究对其进行动态更新，使其能够快速收敛。

3 仿真计算结果

本研究仿真分析所使用的计算机为Intel Core2 CPU@2.8 GHz，2 GB内存，XP操作系统。算例采用的是新英格兰（10机39节点系统）测试系统，以电科院综合程序PSASP 0.01 s仿真的分析结果作为标准值。其过程是以隐式精细积分法和隐式梯形积分法所得的结果与电科院综合程序PSASP所得的标准结果进行比对，来说明隐式精细积分算法在大步长情况下的计算速度比隐式梯形积分算法有了提高，并且在结果和精度上和隐式梯形算法也相一致。

算例：本研究设定在新英格兰系统（10机39节点系统）的第34号线路（连接母线28,29）靠近母线28处发生三相接地短路，短路持续时间0.2 s，0.2 s故障切除，取1.5 s时分析结束。计算步长分别取0.1 s和0.01 s。众所周知，暂态稳定分析的绝大多数时间都花在了解微分方程和网络方程上面。因此在两种算法其他方面计算量相当的情况下，只需要考查两种算法解网络方程和微分方程的次数，并以这些次数来比较两个方法的计算速度。由于失稳的系统分为两群，一个是以38号机组本身为一群，其他机组组成另一群。为方便对比，笔者任取另一群中的一台机组（32号）画出功角曲线。

仿真结果如图2~5所示，数据对比结果如表1、表2所示。由步长为0.01 s的仿真曲线图和数据表可以看出，隐式精细积分法同隐式梯形积分和电科院综合程序PSASP的标准结果完全吻合。这充分说明了隐式精细积分算法的有效性，表明其适用于电力系统暂态稳定计算。

同时，本研究从仿真步长为0.1 s时的数据表和两种方法步数对比表中可得到如下结论：隐式精细积分算法在大步长下的计算精度和计算时间明显要优于隐式梯形积分算法，其计算曲线和数值明显更加接近标

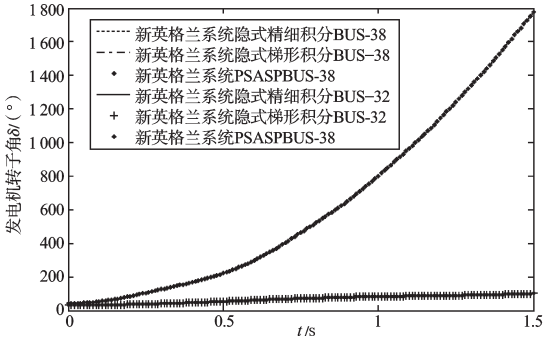

图2 步长为0.01 s时的仿真结果对比图

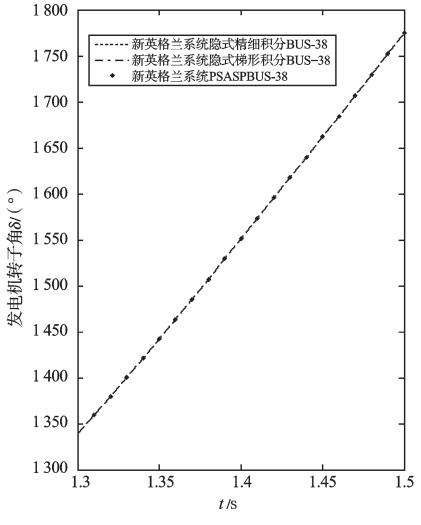

图3 步长为0.01 s时的仿真结果局部对比图（BUS38）

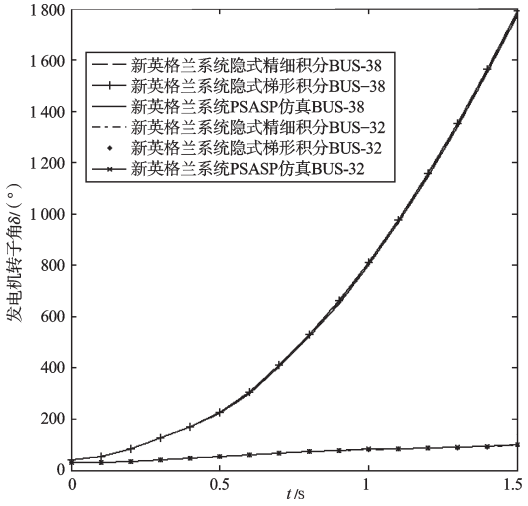

图4 步长为0.1 s时的仿真结果对比图

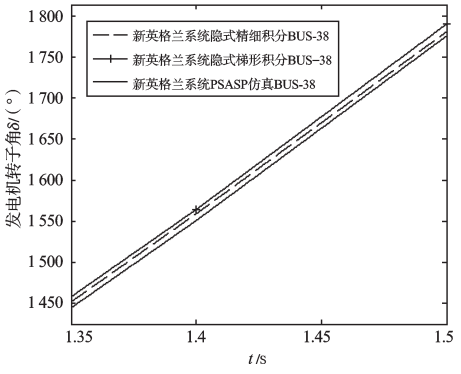

图5　步长为0.1 s时的仿真结果局部对比图(BUS38)

表1　1.5 s时不同步长下各方法结果对比

发电机	步长为0.01 s时			步长为0.1 s时	
	PSASP标准数值/(°)	隐式梯形算法/(°)	隐式精细积分算法/(°)	隐式梯形算法/(°)	隐式精细积分算法/(°)
30	88.8	88.8	88.8	85.2	87. 0
31	103.8	103.8	103.8	100.9	102.2
32	100.7	100.7	100.7	97.2	98.7
33	96.4	96.4	96.4	93.6	94.8
34	103.8	103.8	103.8	101.1	102.2
35	100.8	100.8	100.8	97.1	98.7
36	101.3	101.3	101.3	97.6	99.2
37	106.1	106.1	106.1	102.8	104.1
38	1 775.2	1 775.2	1 775.2	1 790.6	1 781.2
39	81.4	81.4	81.4	78.3	79.5

表2　解网络方程和微分方程结果对比

	步长为0.01 s时		步长为0.1 s时	
	隐式梯形算法	隐式精细积分算法	隐式梯形算法	隐式精细积分算法
解微分方程次数	271	267	72	61
解网络方程次数	273	269	74	63

准数值(仿真结果对比图如图4所示，局部放大图如图5所示)。而在小步长情况下精细积分的精度和计算速度的优势体现得不是很明显(仿真结果对比图如图2所示，局部放大图如图3所示)，这是因为电力系统在小步长下系统的各状态变量变化非常小，精细积分法的优势不能够完全体现出来。而当步长增大时，状态变量的变化就加大，这样每一步的精度就会直接影响到最后的结果，随着仿真时间的变长，隐式梯形积分的积累性误差就越来越大，而精细积分法的相应误差却小很多。

隐式精细积分法在大步长的情况下仍然能够保证计算精度，这个特点为电力系统紧急控制提供了新的解决方案。

4　结束语

本研究以精细积分算法为基础，结合电力系统的特点，提出了基于电力系统的隐式精细积分算法。该算法的特点是精度要高于已有的隐式梯形算法，编程简单，易于实现；同时，精细积分算法有着较高的稳定性。该方法为电力系统紧急控制提供了一种基础的算法，为其发展提供了方便。

参考文献(References)：

[1] 张文静，常鲜戎，周　维，等. 精细时程法在电力系统动态仿真中的应用[C]. 中国高等学校电力系统及其自动化专业第二十三届学术年会，2007.

[2] 王宇宾，常鲜戎，罗　艳，等. 精细时程法电力系统暂态仿真初探[J]，浙江电力，2005(1)：1-4.

[3] 郭志忠，柳　焯. 快速高阶Taylor级数法暂态稳定计算[J]. 中国电机工程学报，1991，11(3)：8-16.

[4] 王锡凡. 现代电力系统分析[M]. 2版. 北京：科学出版社，2003.

[5] 倪以信，张宝霖，陈寿孙，等. 动态电力系统的理论和分析[M]. 北京：清华大学出版社，2002.

[6] 罗明亮. 考虑暂态稳定约束的预防控制算法研究[D]. 杭州：浙江大学电气工程学院，2010.

[7] 钟万勰. 暂态历程的精细计算方法[J]. 计算结构力学及其应用，1995，12(1)：1-6.

[8] 张洪武，钟万勰. 矩阵指数计算算法讨论[J]. 大连理工大学学报，2000，40(5)：522-525.

[9] STOTT B. Power system dynamic response calculations[J]. **Proceedings of IEEE**，1979，67(2)：219-241.

[10] DOMMEL H W，SATO N. Fast transient stability solutions[J]. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**，1972，91(4)：1643-1650.

[11] 徐　英，白雪峰，郭志忠. 多步高阶暂态稳定计算方法[J]. 电力系统自动化，2009，33(15)：33-37.

[编辑：李　辉]