

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2014.03.007

方管中中性悬浮颗粒惯性迁移现象的数值研究^{*}

姚同林,余钊圣^{*},邵雪明
(浙江大学力学系,浙江 杭州 310027)

摘要:针对方管中中性悬浮颗粒(颗粒与流体密度等于 1)的惯性迁移现象问题,采用并行虚拟区域方法(DF/FD)进行了完全直接数值模拟。选取了周期性管长($L=2H$)和 3 种不同粒径大小的球形颗粒,模拟研究了颗粒在 Re 为 100 ~ 1 500 范围内的方腔管道中的惯性迁移过程,确定了颗粒的迁移轨迹和平衡位置,以及粒径对颗粒惯性迁移现象的影响,并与圆管、槽道流结果进行了对比。研究表明:颗粒迁移后的平衡位置主要分为方管对角线和边线中间两种;随着雷诺数的增加,对角线上的平衡位置愈靠近角落,颗粒粒径越小,离角落越近;边线中间的平衡位置则先靠近壁面,当 Re 增加到 800 左右,颗粒的平衡位置开始远离壁面向方管中心迁移,大颗粒即粒径比 $a/H=0.15$ 表现的最为明显,会形成类似于圆管中的内部平衡位置。

关键词:虚拟区域法;惯性迁移;颗粒悬浮流

中图分类号:TH137.1;N32;O351.2

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2014)03-0301-05

Numerical studies on inertial migration of neutrally buoyant particles in a square duct

YAO Tong-lin, YU Zhao-sheng, SHAO Xue-ming

(Department of Mechanics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: In order to study the inertial migration of neutrally buoyant particles ($\rho_r=1$) in a square duct, a parallel direct-forcing fictitious domain method was employed to perform fully-resolved numerical simulations. With the duct length ($L=2H$) and spherical particles of three different diameters, the migration trajectory and equilibrium positions at the bulk Reynolds number from 100 to 1 500 were investigated and compared to the result of the pipe and channel. The effects of the particle diameters on the inertial migration were acquired. The results indicate that particles migrate to two main different kinds of equilibrium positions: one at the diagonal line near the corner and the other at the middle of center line. With the increasing of the Re , on one hand, the equilibrium position at the diagonal line becomes closer to the corner, besides the smaller the particle becomes, the closer to the corner; on the other hand, the equilibrium position at the center line tends to the wall first and then leaves the wall tending to the center while the Re increased to around 800. Comparatively the smaller the particle is, the closer to the wall the equilibrium positions is. Especially for the largest particle ($a/H=0.15$), the equilibrium position is similar to the tube's inner equilibrium position.

Key words: fictitious domain method; inertial migration; particle-laden flows

0 引言

颗粒悬浮流在自然界和工农业生产中广泛存在,

如流化床、管道输运、细胞分离,以及更为常见的河道中泥沙沉降和输运等。尽管学术界对这种流动已有了大量的实验、数值方面的研究,但由于颗粒与流体之间

收稿日期:2013-11-25

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11072217,11202185)

作者简介:姚同林(1988-),男,江苏扬州人,主要从事多相流及流体机械相关问题方面的研究。E-mail:21124016@zju.edu.cn

通信联系人:余钊圣,男,教授,博士生导师。E-mail:yuzhaosheng@zju.edu.cn

相互作用的复杂性,至今对其流动特性以及作用机理仍缺乏足够的认识。

其中,Poiseuille 流动中的粒子迁移问题是一个研究热点。该问题起源于 Segré and Silberberg^[1-2] 在 1961 年观测到的中性悬浮圆形颗粒在圆管中迁移到一个平衡位置,该平衡位置大约距离圆管中心轴有 0.6 倍的管半径的距离。之后,更多的学者(如 Jeffrey^[3], Karnis^[4], Matas^[5-6] 等)通过更多深入的实验研究确认了 Segré—Silberberg 效应。最近,Matas 等在 Re 高于 2 400(基于管直径和平均速度)的实验中,发现了更靠近中心轴的平衡位置,称之为内环。在粒子迁移问题的数值模拟中,J. Feng 等^[7] 研究了单个圆形粒子在二维 Poiseuille 流动中的运动。Pan & Glowinski^[8-9] 在平板和圆管 Poiseuille 流动下模拟了中性悬浮粒子的运动。Yu 等^[10] 在垂直管 Poiseuille 流动中模拟了中性悬浮和非中性悬浮球形颗粒的径向迁移速度、角速度及轴向速度。Shao 等^[11] 在较大 Re 下,对圆管中球形颗粒的运动进行了模拟,验证了内部平衡点的存在。Chun & Ladd^[12] 研究了球形颗粒在方管中的迁移现象,模拟出了颗粒的两种平衡位置,并提出将两个粒子用弹簧捆绑在一起形成哑铃结构,新的平衡位置则会偏向方管中心。

综上所述,文献中对于圆管颗粒问题研究比较多,但对于方管中颗粒的惯性迁移问题模拟工作比较少,更缺乏对形成的两种不同平衡位置的研究。

本研究采用虚拟区域方法,研究中性悬浮球形颗粒在上下前后边界均为固定壁面的方管 Poiseuille 流中的惯性迁移问题。本研究主要关注雷诺数为 100 ~ 1 500 范围内,颗粒粒径对惯性迁移现象的影响。本研究算法中对湍流和颗粒的模拟均使用直接数值模拟,

$$u_z = -\frac{H^2 dp}{2\mu dz} \left[1 - \frac{y^2}{H^2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{32(-1)^{n+1}}{(2n+1)^3 \pi^3} \cos\left(\frac{2n+1}{2H} \pi y\right) \frac{\cosh\left(\frac{2n+1}{2H} \pi x\right)}{\cosh\left(\frac{2n+1}{2H} \pi H\right)} \right] \quad (1)$$

对处于平衡态的方管中的流体,无量纲后的额外压力梯度为:

$$\nabla p = -\frac{3.393\,449}{Re_m} \quad (2)$$

1.2 虚拟区域法

本研究采用的模拟方法是由 Glowinski 等人^[13] 提出、余钊圣^[14] 推广改进的基于非贴体网格的直接力/虚拟区域法(DF/FD)。该方法的核心思想是假设固体颗粒内部充满流体,通过在这部分流体上引入虚拟体积力,使其符合刚体颗粒的运动。基于上述假设,虚

没有引入模型,所以称为完全直接数值模拟。所采用的虚拟区域方法基于非贴体网格,在计算过程中无需移动和重新划分网格,简单高效且精度高。但对于网格大小以及时间步长有比较高的要求,而且计算量大。

1 数值方法

1.1 物理模型

一个颗粒在方管中的简单示意图如图 1 所示,其中 z 表示方管的流向,球形颗粒的半径为 a ;方管边长为 $2H$;方管长度为 L 。在数值模拟中,颗粒与流体密度比 $\rho_r = 1$,即在方管内部球形粒子处于中性悬浮状态。为减少计算区域,流向采用周期性边界条件,从右边界流出的颗粒与流体,再次以相同条件从左边界进入计算区域,如此循环,即可代表无限长的管道; x, y 方向均采用壁面无滑移边界条件。

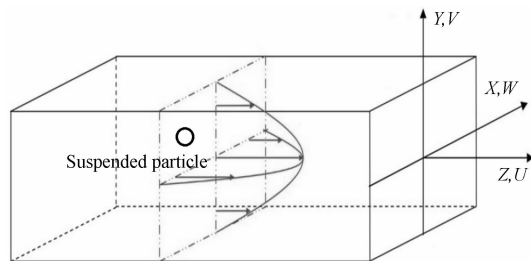


图 1 方管中一个颗粒的示意图

本研究中将方管边长的一半(H)和流向中心线速度(u_m)作为特征长度和特征速度,以此定义的雷诺数为 $Re_m = u_m H / \nu$ 。由于流向采用周期性边界条件,需要额外的压力梯度 $\nabla p = -dp/dz$ 克服壁面摩擦力,以维持流动。方管进口速度剖面为方管 Poiseuille 流动速度剖面:

拟区域法很好地处理了流体跟固体颗粒之间的界面问题以及两者之间的相互作用问题,在槽流和管流中得到了广泛应用,其有效性和正确性得到了充分的证明。

基于虚拟区域法的假定,本研究在颗粒内部引入虚拟体积力 λ ,假设颗粒的密度、体积、转动惯量、速度和角速度分别为 ρ_s, V_p, J, U 和 ω_p ,采用下述特征量来无量纲化控制方程:特征长度 L_c ,特征速度 U_c ,特征时间 L_c/U_c ,特征密度 ρ_f ,特征压力 $\rho_f U_c^2$,特征拟体力 $\rho_f U_c^2/L_c$ 。

无量纲化之后的控制方程为:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = \frac{\nabla^2 \mathbf{u}}{Re} - \nabla p + \lambda \text{ in } \Omega \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (4)$$

$$(\rho_r - 1) V_p^* \left(\frac{d\mathbf{U}}{dt} - Fr \frac{\mathbf{g}}{g} \right) = - \int_P \lambda d\mathbf{x} \quad (5)$$

$$(\rho_r - 1) \frac{d(\mathbf{J}^* \cdot \boldsymbol{\omega}_s)}{dt} = - \int_P \mathbf{r} \times \lambda d\mathbf{x} \quad (6)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{U} + \boldsymbol{\omega}_s \times \mathbf{r} \text{ in } P(t) \quad (7)$$

式中: Ω —整个计算区域; $P(t)$ —颗粒占据的区域;
 Ω_f —流体区域, $\Omega_f = \Omega \setminus P(t)$; r —以颗粒中心为原点的位置矢径。

- 无量纲化控制参数如下:
- 密度比: $\rho_r = \rho_s / \rho_f$;
- 雷诺数: $Re = \rho_f U_c L_c / \mu$;
- 弗劳德数: $Fr = g L_c / U_c^2$;
- 无量纲颗粒体积: $V_p^* = V_p / L_c^3$;
- 无量纲的转动惯量: $J^* = J / \rho_f L_c^5$ 。

通过时间分裂步格式离散上述控制方程,将原来流固耦合的问题式(3~7)分解成流体子问题和粒子子问题。其中流体子问题是一个标准 N-S 方程的求解问题,利用基于半交错风格的有限差分法和投影格式来求解,对于压力泊松方程采用基于快速傅里叶变换技巧快速求解。对于空间离散,全部采用基于半交错网格的二阶精度有限差分格式。颗粒问题的求解与 DLM/FD 方法不同,不需要迭代求解。

另外,本研究利用区域分解和 MPI 实现算法的并行化。在并行算法中,速度方程和压力方程均采用多重网格法(MG)进行迭代求解,有效保证了算法求解的速度与精度。

2 颗粒的惯性迁移分析

本节主要研究 Re 在 100 ~ 1 500 之间,颗粒粒径对颗粒在方管中的惯性迁移平衡位置的影响,分别计算了管长为 $2H$ 条件下,颗粒尺寸 $a/H = 0.15$ 、 $a/H = 0.1$ 和 $a/H = 0.075$ 这 3 种工况,划分的网格使得颗粒直径上有 10 个节点,单个颗粒算例的具体参数如表 1 所示。每种工况下,笔者选取约 20 种具有代表性的颗粒的初始位置,具体布置如图(2~5)所示。

表 1 单个颗粒算例的具体参数

Case	L	a/H	Mesh size
Case A	$2H$	0.15	$128 \times 128 \times 128$
Case B	$2H$	0.1	$128 \times 128 \times 128$
Case C	$2H$	0.075	$128 \times 128 \times 128$

以 $a/H = 0.15$ 为例,图(2~5)显示了颗粒迁移轨迹,方管中颗粒的平衡位置有两种:一种位于对角线上靠近角落;另一种位于边线中部,在整个方管中存在 8 个平衡点。两种平衡位置与壁面之间的距离有着明显的区别,在 Re 数(如图 2、图 3 所示)较小时,二者与壁面间距离相差不多,随着 Re 数的增大,边线中部的平衡位置明显远离壁面,而 Chun & Ladd 采用格子玻尔兹曼方法模拟的结果显示,两个平衡位置总是距壁面 $0.2H$ 。

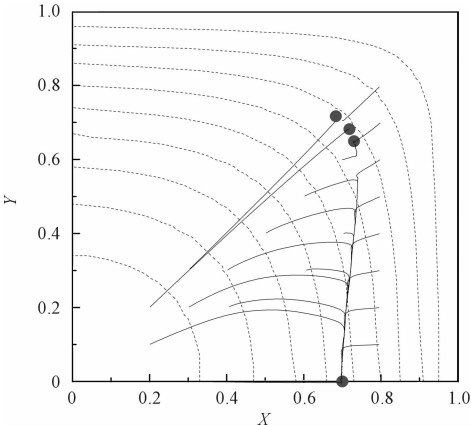


图 2 $Re = 200$ 下颗粒迁移轨迹在流向速度等值上的投影 (Case A);虚线表示流向速度等值线,实线表示颗粒的轨迹。实心圆点表示稳定的平衡点,空心圆点表示相对不稳定的平衡点。

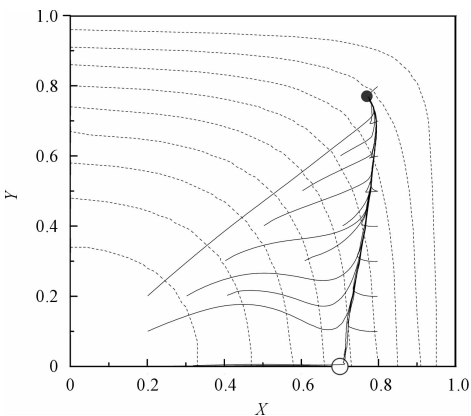


图 3 $Re = 500$ 下颗粒迁移轨迹在流向速度等值上的投影 (Case A),其他同图 2。

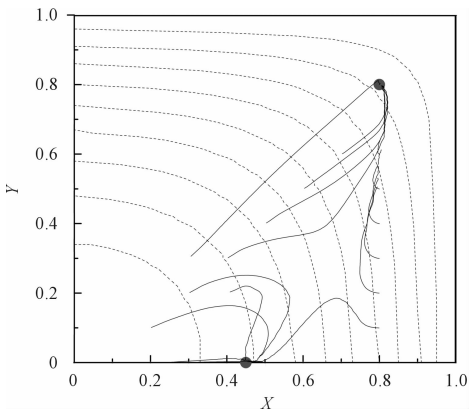


图 4 $Re = 1000$ 下颗粒迁移轨迹在流向速度等值上的投影 (Case A),其他同图 2。

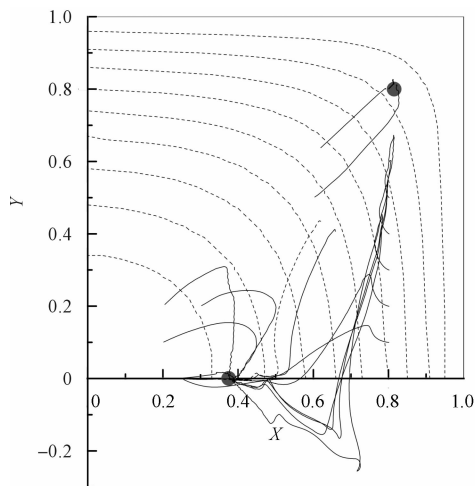


图 5 $Re = 1500$ 下颗粒迁移轨迹在流向速度等值上的投影 (Case A), 其他同图 2。

$a/H = 0.15$ 条件下, 方管、圆管和槽道迁移平衡位置的比较如图 6 所示。方管和圆管中的颗粒平衡位置相近, 与槽道则明显不同。颗粒的迁移, 如前所述, 源于固壁施加给颗粒的力与速度梯度产生的力之间的不平衡, 而方管与圆管在两个方向上为固壁边界, 而槽道只有法向为固壁边界, 这可以被认为是差异产生的主要原因。方管中对角线上的平衡位置, 随着 Re 数从 100 增加到 1500, 逐渐向管壁靠近, 直至颗粒中心距管壁约为 $0.2H$ 处, 这与实验中结果相似。方管边线中间处的平衡位置, 随着 Re 数的增加, 先靠近壁面, 在 Re 数增加到 800 附近后, 反而出现向方管中心迁移的现象, 形成类似于圆管的内部平衡点。

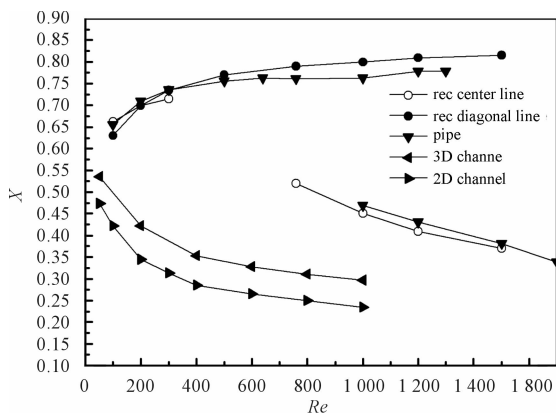


图 6 $a/H = 0.15$ 条件下, 方管、圆管和槽道中颗粒迁移平衡位置的比较

两种不同粒径的颗粒都具有两种平衡位置, 且两种位置都能够稳定存在。随着 Re 数的增加, 3 种大小颗粒的平衡位置改变的趋势相同, 如图 7 所示。其区别主要体现在: 相同 Re 数下, 相对于大颗粒, 小颗粒的平衡位置要更靠近于壁面。高 Re 数下, 边线中部的平

衡位置相差较大, 大颗粒更易形成内部平衡点。

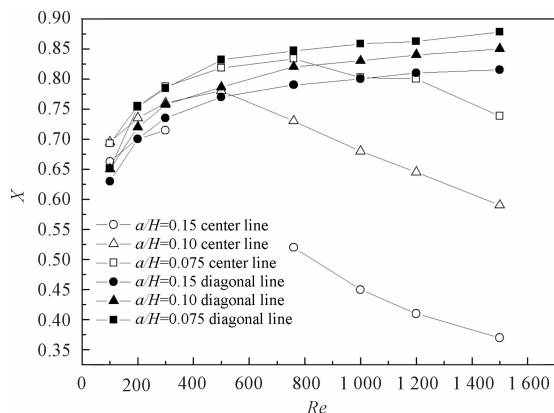


图 7 $a/H = 0.1$ 、 $a/H = 0.15$ 和 $a/H = 0.075$ 颗粒的平衡位置

3 结束语

本研究采用并行虚拟区域对方管中中性悬浮颗粒惯性迁移现象进行了完全直接数值模拟, 研究了雷诺数为 100 ~ 1500 范围内, 颗粒粒径对惯性迁移现象的影响, 丰富和完善了颗粒迁移运动的机理研究。

研究表明: 颗粒的迁移平衡位置分为方管对角线和边线中间两种。在周期性管长 ($L = 2H$) 条件下, 其平衡位置与粒径大小密切相关。稳定存在的对角线和边线中间两个平衡位置, 随着雷诺数的增加, 对角线上的平衡位置愈靠近角落, 边线中间的平衡位置则先靠近壁面, 再远离壁面, 向管芯靠近; 相同 Re 条件下, 小颗粒的平衡位置比大颗粒更靠近壁面, 尤其边线中部的平衡位置差别较大。高 Re 条件下, 大颗粒更易形成类似管流中的内部平衡点。

参考文献 (References):

- [1] SEGRE G, SILBERBERG A. Behaviour of macroscopic rigid spheres in poiseuille flow part 2. experimental results and interpretation[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1962, 14 (1): 136 - 157.
- [2] SEGRE G, SILBERBERG A. Behaviour of macroscopic rigid spheres in poiseuille flow part 1. determination of local concentration by statistical analysis of particle passages through crossed light beams[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1962, 14 (1): 115 - 135.
- [3] JEFFREY R C, PEARSON J R A. Particle motion in laminar vertical tube flow[J]. *J. Fluid Mech*, 1965, 22 (4): 721 - 735.
- [4] KARNIS A, GOLDSMITH H L, MASON S G. The flow of suspensions through tubes: V. inertial effects[J]. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 1966, 44 (4): 181 - 193.

- [5] MATAS J P, MORRIS J F, GUAZZELLI E. Inertial migration of rigid spherical particles in poiseuille flow[J]. **Journal of Fluid Mechanics**,2004,515(1):171-195.
- [6] MATAS J P, MORRIS J F, GUAZZELLI E. Lateral forces on a sphere[J]. **Oil & Gas Science and Technology**, 2004,59(1):59-70.
- [7] FENG J, HU H H, JOSEPH D D. Direct simulation of initial value problems for the motion of solid bodies in a Newtonian fluid. part 2. couette and poiseuille flows[J]. **Journal of fluid mechanics**,1994,277(271):271-301.
- [8] PAN T W, GLOWINSKI R. Direct simulation of the motion of neutrally buoyant circular cylinders in plane poiseuille flow[J]. **Journal of Computational Physics**, 2002, 181(1):260-279.
- [9] PAN T W, GLOWINSKI R. Direct simulation of the motion of neutrally buoyant balls in a three-dimensional poiseuille flow[J]. **Comptes Rendus Mécanique**,2005,333(12):884-895.
- [10] YU Z, PHAN-THIEN N, TANNER R I. Dynamic simulation of sphere motion in a vertical tube[J]. **Journal of Fluid Mechanics**,2004(518):61-93.
- [11] SHAO X, YU Z, SUN B. Inertial migration of spherical particles in circular poiseuille flow at moderately high Reynolds numbers[J]. **Physics of Fluids**,2008(20):103-307.
- [12] CHUN B, LADD A J C. Inertial migration of neutrally buoyant particles in a square duct: an investigation of multiple equilibrium positions[J]. **Physics of Fluids**, 2006(18):317-320.
- [13] YU Z, SHAO X. A direct-forcing fictitious domain method for particulate flows[J]. **Journal of computational physics**,2007,227(1):292-314.
- [14] YU Z. A DLM/FD method for fluid/flexible-body interactions[J]. **Journal of Computational Physics**,2005,207(1):1-27.

[编辑:张翔]

本文引用格式:

姚同林,余钊圣,邵雪明. 方管中中性悬浮颗粒惯性迁移现象的数值研究[J]. 机电工程,2014,31(3):301-305.

YAO Tong-lin, YU Zhao-sheng, SHAO Xue-ming. Numerical studies on inertial migration of neutrally buoyant particles in a square duct[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2014,31(3):301-305.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>

(上接第294页)

参考文献(References):

- [1] KARNOPP D. Power requirement for vehicle suspension systems[J]. **Vehicle System Dynamics**,1992,21(1):65-71.
- [2] SEGEL L, LU X P. Vehicular resistance to motion as influenced by road roughness and highway alignment[J]. **Australian Road Research**,1982,12(4):211-222.
- [3] HSU P. Power Recovery Property of Electrical Active Suspension Systems[C]// Proceedings of the Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, Washington, DC, USA, IEEE,1996:1899-1904.
- [4] 喻凡,郑雪春. 馈能式电动主动悬架的理论及试验研究[D]. 上海:上海交通大学机械与动力工程学院,2007.
- [5] ABOUELNOUR A, HAMMAD N. Electric Utilization of Vehicle Damper Dissipated Energy[C]. Electronics Research Institute, AEIC,2003.
- [6] KAWAMOTO Y, SUDA Y, HOUE H, et al. Modeling of electromagnetic damper for automobile suspension[J]. **Journal of System Design and Dynamics**, 2007, 1(3):524-535.
- [7] 喻凡,林逸. 汽车系统动力学[M]. 北京:机械工业出版社,2005.
- [8] 陈少君. 能量可再生汽车悬架系统建模与控制研究[D]. 西安:西北工业大学机械学院,2007.
- [9] 彭庆红,杜群贵. 电动客车变频热泵空调系统及其性能的试验研究[J]. 流体机械,2013,41(12):65-69.
- [10] ZHU Song-ye, SHEN Wen-ai. Linear electromagnet device for vibration damping and energy harvesting: modeling and testing[J]. **Engineering Structure**, 2012(34):198-212.
- [11] STEPHEN N G. On energy harvesting from ambient vibration[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2006(93):409-425.

[编辑:张翔]