

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2015.03.008

磁流变阻尼器的分数阶 Bingham 模型研究^{*}

刘晓梅,李洪友,黄宜坚
(华侨大学 机电学院,福建 厦门 361021)

摘要:为解决磁流变阻尼器的 Bingham 模型在拟合阻尼力-位移关系时“具有较高精度,但是无法准确描述阻尼力-速度的滞后”的问题,基于传统 Bingham 模型进行了改进,应用分数阶微分形式的 Bingham 模型,更加准确地拟合了速度-阻尼力的滞回特性。在改进的模型中以分数阶导数代替了传统模型中位移的一阶导数,既能够描述磁流变液屈服后的粘性剪切流动,又包含磁流变液体在低剪切速率下未屈服时的弹性变形。对一种磁流变阻尼器进行了实验,比较传统 Bingham 模型和改进分数阶模型阻尼力-位移和阻尼力-速度拟合的精度,分析分数阶微分阶数与控制电流及阻尼力-速度滞后特性的关系。实验结果表明,分数阶微分形式的 Bingham 模型拟合磁流变阻尼器力-位移和力-速度关系,其精度均较传统 Bingham 模型有明显提高。

关键词:磁流变液;阻尼器;Bingham 模型;分数阶微分

中图分类号: O361.3; TH113.1

文献标志码: A

文章编号: 1001-4551(2015)03-0338-05

Fractional derivative Bingham model of MR damper

LIU Xiao-mei, LI Hong-you, HUANG Yi-jian

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

Abstract: In order to describe the velocity-damping force delay more accurately, an improvement based on traditional Bingham model of MR damper was proposed using the fractional derivation in place of integral derivation. The fractional derivative Bingham model could exactly describe both the shearing flow after MR fluid yielding and the elastic deformation at low shear rate before yielding with less parameter and clear physical meaning. Experiments were carried out to compare the fitting precision on damping force-displacement and damping force-velocity between integral and fractional derivative Bingham model. The relationship between derivative order, control current and lagging of damping force-velocity was also discussed. Experiment results indicate that the precision of MR Damper fractional derivative Bingham model is improved obviously on fitting relationship of displacement-force and velocity-force.

Key words: MR fluid; damper; Bingham model; fractional derivation

0 引 言

磁流变效应及磁流变液体 20 世纪 80 年代开始成为研究热点,因具有连续可控、响应迅速、能耗低、出力范围大等优势,已经成为目前广泛应用的智能材料之一。

磁流变液无外加磁场时表现为牛顿流体;在外加磁场的作用下,可磁化粒子极化成链,液体表现粘度增大,呈非牛顿流体特性;当外加磁场撤去,液体又迅速恢复为牛顿流体。磁流变液的“智能”性就体现在其

粘度随外加磁场强度的快速变化,而磁场强度的改变则通过对电磁线圈中电流强度的控制实现。

目前,磁流变液最成功的应用领域为可控阻尼装置,其将磁流变液体作为阻尼液,根据系统振动情况和减振要求调节阻尼器线圈中的电流强度,从而改变磁流变液体的粘度,实现粘性阻尼力的智能控制。振动半主动智能控制效果的优劣在很大程度上取决于对磁流变阻尼器力学性能的正确认识与描述,准确的动力学模型是精确控制的重要前提。理想的磁流变阻尼器

收稿日期:2014-11-16

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61374144);福建省自然科学基金资助项目(2012J01213)

作者简介:刘晓梅(1970-),女,吉林长春人,副教授,硕士生导师,主要从事流体传动及振动控制方面的研究. E-mail:liuxm@hqu.edu.cn

动力学模型应该是既有明确的物理意义同时又具有简单的结构。阻尼器机理研究和结构优化设计需要准确理解各参数的物理意义,而模型结构简单、参数少则更加易于实现控制的程序化和提高响应速度。

本研究针对磁流变阻尼器的分数阶 Bingham 模型进行研究

1 磁流变阻尼器动力学模型研究现状

磁流变阻尼器的动力学模型可以分为参数化的模型和非参数化模型两类。为了准确拟合磁流变液及其装置的非线性特性,所建立的非参数化的模型往往结构复杂,且模型本身不具有物理意义^[1-2],所以研究的重点多集中在参数化模型。参数化模型中,应用最为广泛的是 Bingham 模型。磁流变阻尼器的 Bingham 模型是 Stanway 等 1987 年基于磁流变液 Bingham 本构模型提出的一种理想化的动力模型,是应用最为广泛的磁流变阻尼器动力模型。

Bingham 流体的本构方程如下式所示:

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_y(H) \operatorname{sgn}(\dot{\gamma}) + \eta \dot{\gamma} \quad |\tau| > |\tau_y| \\ \dot{\gamma} &= 0 \quad |\tau| < |\tau_y| \end{aligned} \tag{1}$$

式中:τ—磁流变液的剪切应力;τ_y—磁流变液的剪切屈服应力;H—磁场强度;γ̇—磁流变液所受到的剪切速率;η—磁流变液屈服后的粘度。

当剪切应力 τ 小于屈服应力 τ_y 时,磁流变液体的剪切速率为零,即没有剪切流动;只有达到屈服应力之后,才能够产生剪切流动,应力与应变才呈近似线性的变化关系。

磁流变阻尼器的 Bingham 模型是基于磁流变液的 Bingham 流体本构方程得出的,它由一个库伦摩擦环节和一个粘滞阻尼环节并联而成^[3],所以也称 Bingham 粘塑性模型,Bingham 模型物理意义明确、结构简单、参数少、易于程序化。该模型如下式所示:

$$F = f_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) + c_0 \dot{x} + f_0 \tag{2}$$

式中:f_c—库伦阻尼力;ẋ—位移的一阶导数;c₀—粘性阻尼系数;f₀—由补偿器产生,可以忽略。

Bingham 模型能够以简单的形式较准确地拟合磁流变阻尼器力-位移间的非线性关系,但对其阻尼力-速度关系的拟合不够准确(如图 1 所示)。尤其当振动系统速度很小且速度方向与位移方向相同时^[4]。这主要是由于:当磁流变阻尼器活塞运动速度相对较小时,磁流变液可能处于屈服前期,即其剪切应力尚未达到屈服应力,磁流变液聚集成的链状结构仅产生弹性变形,只有当剪切应力大于屈服应力时,磁流变液的链状结构断裂并再聚集,才产生粘性剪切运动。但传

统的 Bingham 模型忽略了屈服前期的弹性变形,仅仅假设液体屈服前为刚性的,这与磁流变阻尼器的实际特性是有区别的。

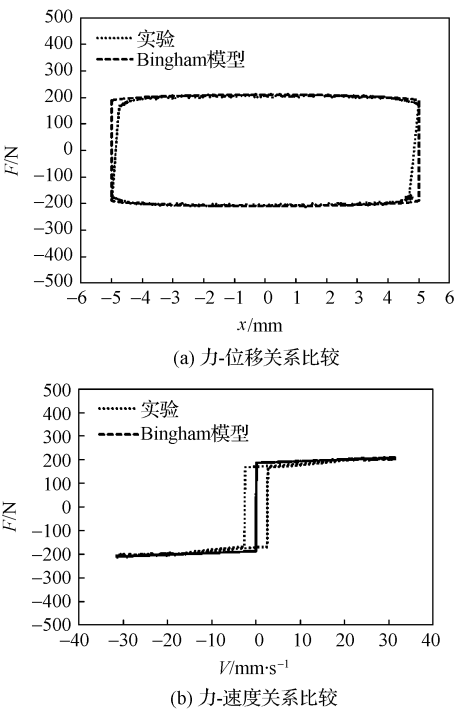


图 1 磁流变阻尼器 Bingham 模型与实验结果比较

正是由于传统 Bingham 模型未考虑磁流变液屈服前的粘弹特性,其不能描述阻尼器速度-力的滞后性,研究者们以磁流变阻尼器传统 Bingham 模型为基础,进行了较多的改进与修正,模型分类如图 2 所示。核心理想都是在 Bingham 模型中加入对磁流变液屈服前期和屈服期的区别考虑,以及增加对低速运动时滞后特性的描述^[5-10]。

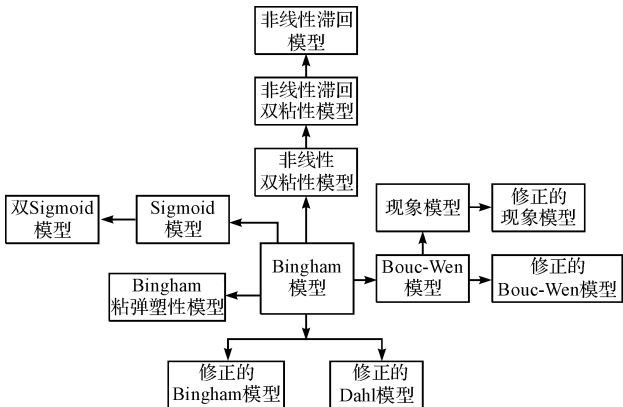


图 2 磁流变阻尼器参数化动力学模型分类

各种修正与改进的模型普遍应用基本线性粘弹性体叠加和组合的方法,去逼近磁流变阻尼器在各阶段不同的粘弹特性,这种方法的主要缺点是为了真实刻画阻尼器的动力学特性,有时需要多个基本元件的组合与叠加才能实现,这就使得拟合精度高的模型往往

结构复杂、参数多,参数辨识困难;结构简单的模型拟合精度低,难以准确描述阻尼器的力学特性^[11-13]。

2 磁流变阻尼器分数阶 Bingham 模型

分数阶 Bingham 模型如下式所示:

$$F = f_c \operatorname{sgn}(\dot{x}^{(\alpha)}) + c_1 \dot{x}^{(\alpha)} + f_0 \quad (3)$$

式中: f_c —库伦阻尼力; $\dot{x}^{(\alpha)}$ —位移的 α 阶导数; α —微分阶数, $0 \leq \alpha \leq 1$; c_1 —粘性阻尼系数; f_0 —由补偿器产生,可以忽略。

该模型用具有分数阶微分本构关系的 Abel 粘壶代替牛顿粘性阻尼环节。Abel 粘壶可以看做线性弹簧和牛顿粘性阻尼环节的综合,既包含线性弹簧的特性,又含有粘性阻尼元件的动力学特征^[14],模型如图 3 所示。

本研究应用分数阶微分方法对磁流变阻尼器的 Bingham 模型进行修正,能够使模型在保留简单形式的同时,兼顾阻尼器屈服前、后的粘弹特性变化,利用分数阶导数具有“时间记忆”的特点,描述磁流变阻尼器在低速运动时的滞回特性。

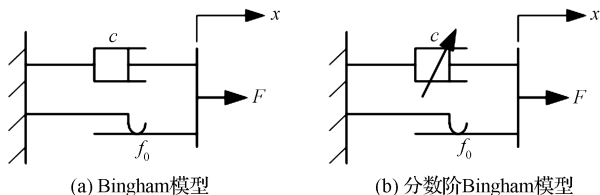


图 3 磁流变阻尼器

目前应用较为广泛的分数阶微积分定义式为 Grünwald-Letnicov 定义^[15],它从研究连续函数整数阶导数的经典定义出发,将微分的阶数由整数扩大到分数。Grünwald-Letnicov 的分数阶微分表达式如下式所示:

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{\frac{t-a}{h}} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t-jh) \quad (6)$$

式中: $[\]$ —取整; $\binom{\alpha}{j}$ —二项式的系数。

对于实验中拾取的离散振动信号,本研究采用离散形式的 Grünwald-Letnicov 定义:

$${}_a D_t^{\beta_i} x(t) \approx \frac{1}{h^{\beta_i}} \sum_{j=0}^{[(t-a)/h]} w_j^{(\beta_i)} x_{t-jh} = \frac{1}{h^{\beta_i}} [x_t + \sum_{j=1}^{[(t-a)/h]} w_j^{(\beta_i)} x_{t-jh}] \quad (7)$$

式中: h —离散化的步长; $w_j^{(\beta_i)}$ —权重。可由下面的递推公式得出:

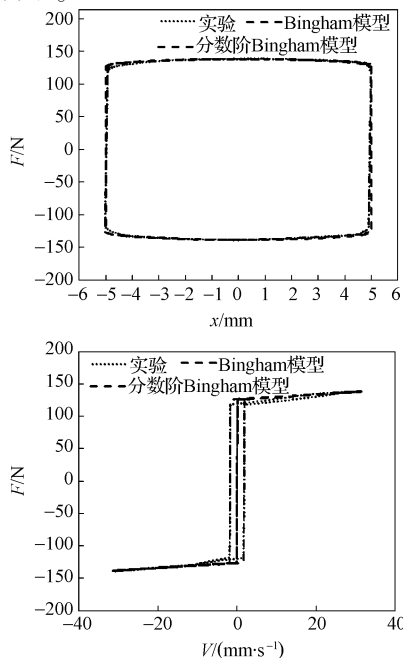
$$w_0^{(\beta_i)} = 1, w_j^{(\beta_i)} = 1 + \frac{\beta_i + 1}{j} w_{j-1}^{(\beta_i)}, j = 1, 2 \quad (8)$$

由以上的定义式可以看出,函数 $x(t)$ 在 t 时刻分数阶微分还受到之前一段时间内的值 $x(t-jh)$ 的影响,与 t 时刻的距离越近,影响的权重越大。这也正说明分数阶微分具有“时间记忆”的特点,因此可以用它来描述磁流变阻尼器由于屈服前期弹性变形而产生的速度-力滞后,这是整数阶微分的 Bingham 模型所不具备的能力。

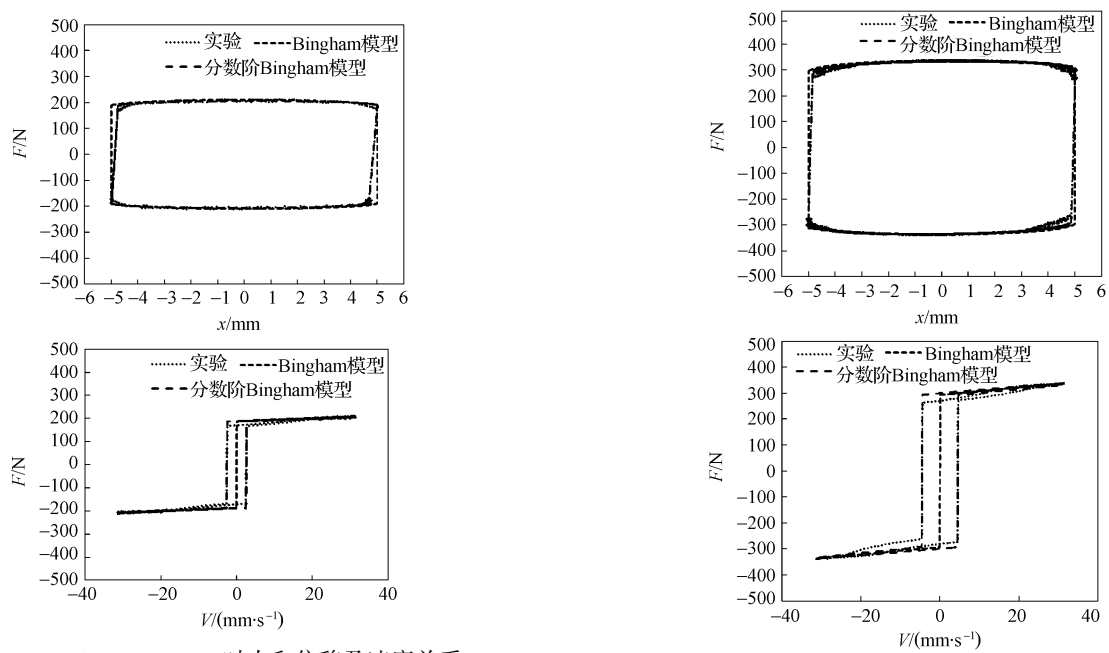
如果把分数阶微分看做整数阶微分的推广,那么整数阶微分实际上就是分数阶微分的特例^[16]。以 Bingham 模型来说,当模型中的 $c\dot{x}$ 项阶数为 1 时,就是传统的 Bingham 模型,它仅仅考虑了磁流变液体粘性产生的阻尼力;当位移的微分阶数为 0 时,粘性力影响就转变为弹性力影响,即相当于 kx 。以非整数作为阶数,相当于在一项内把弹性与粘性统一,兼顾了阻尼器屈服前的弹性与屈服后的粘性,因此它是对阻尼器力学性能更准确、全面地刻画^[17]。

3 实验结果

本研究以一种压差流动式磁流变阻尼器为例,自行配制磁流变液,在振动实验台上以频率 $f = 1 \text{ Hz}$ 、振幅 $x = 5 \text{ mm}$ 进行减振实验,拾取振动台面加速度信号经滤波等处理后,通过积分建立参数化的位移和速度时间序列模型。阻尼器分别应用传统的整数阶 Bingham 模型和分数阶微分的 Bingham 模型进行拟合的效果如图 4 所示。

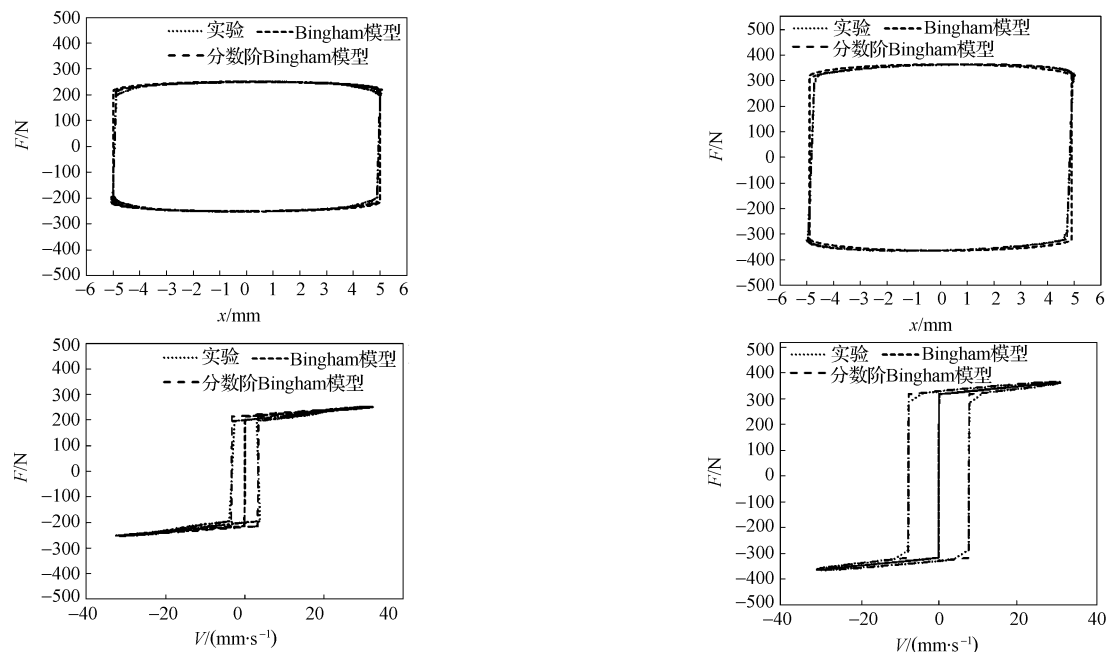


(a) $I = 0 \text{ A}$, $\alpha = 0.964$ 时力和位移及速度关系



(b) $I = 0.5 \text{ A}, \alpha = 0.948$ 时力和位移及速度关系

(d) $I = 1.5 \text{ A}, \alpha = 0.908$ 时力和位移及速度关系



(c) $I = 1.0 \text{ A}, \alpha = 0.932$ 时力和位移及速度关系

(e) $I = 2.0 \text{ A}, \alpha = 0.840$ 时力和位移及速度关系

图 4 磁流变阻尼器模型比较

由图 4 中可以看出,分数阶 Bingham 模型与整数阶 Bingham 模型均能够较好地拟合磁流变阻尼器的力-位移关系,分数阶 Bingham 模型的拟合精度略高于整数阶模型。但在拟合力-速度关系时,分数阶 Bingham 模型准确描述了速度-力的滞后,表现出了明显的优势。整数阶 Bingham 模型不能够拟合阻尼力-速度的滞后特性,是由于它忽略了磁流变液屈服而产生剪切流动前的弹性变形。

分数阶 Bingham 模型阶数 α 的大小描述了磁流变阻尼器在不同控制条件下的速度-力滞后情况: α 越接

近 1,阻尼器中液体屈服前的弹性变形影响越微弱,粘性力作用占优势; α 越接近 0,其弹性变形的影响越明显。实验与拟合结果表明,随着磁流变阻尼器控制电流强度的增大,分数阶微分项的阶数 α 随之减小,滞回环宽度同时增加,电流强度与微分阶数的关系如图 5 所示。这是由于磁流变液体的剪切屈服应力是随磁场强度的增强而增大的,加大阻尼器线圈中的控制电流强度,就增大了阻尼器工作间隙内的磁场强度。磁流变液剪切屈服应力越大,其屈服前的弹性变形也就

越大,在低剪切速率时,即位移达到最大值并即将换向时,速度-力的滞后也就更大。模型中其他项的物理意义与整数阶 Bingham 模型相同:

f_c —库伦阻力,与磁流变液体的剪切屈服应力有关; c_1 —粘性阻尼系数,由磁流变液产生流变效应后的粘度决定。

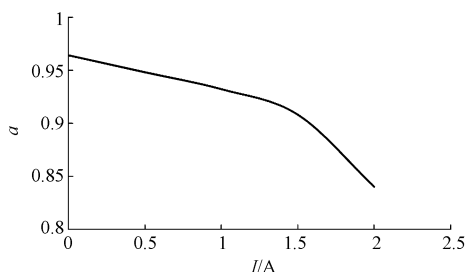


图 5 电流强度与模型阶数的关系

分数阶 Bingham 模型保留了传统 Bingham 模型的简单结构,模型中只有 4 个参数,实际拟合时忽略 f_0 后,就只有 f_c 、 c_1 和 α 这 3 个参数,计算量小易于处理。同时,模型的物理意义明确:

f_c —磁流变液的剪切屈服应力; c_1 —磁流变液的粘性阻尼; α —衡量磁流变液屈服前的弹性和屈服后粘性的影响程度之比。

4 结束语

本研究针对磁流变阻尼器的分数阶 Bingham 模型进行了研究,研究表明,磁流变阻尼器的分数阶微分 Bingham 模型以明确的物理意义和简单的结构,准确描述了磁流变阻尼器阻尼力与位移、速度的关系,尤其在速度-力的拟合方面,克服了传统 Bingham 模型不能够表达出阻尼器的滞回特性的问题,同时曲线的圆滑程度表现也较好。

参考文献 (References):

- [1] CHOI S B, LEE S K. A hysteresis model for the field-dependent damping force of a magnetorheological damper[J]. *Jurnal of Sound and Vibration*, 2001, 245(2): 375-383.
- [2] 周铁明,陈恩伟,陆益民,等. 磁流变阻尼器的改进多项式

模型及验证[J]. *振动与冲击*, 2014(7): 221-226.

- [3] STANWAY R, SPROSTON J L, STEVENS N G. Nonlinear modeling of an electrorheological vibration damper[J]. *Electrostatics*, 1987, 4(2): 179.
- [4] SPENCER J B F, DYKE S J. Phenomenological model of a magnetorheological damper[J]. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 1997, 123(3): 230-233.
- [5] 马 然,朱思洪,梁 林,等. 磁流变减振器建模与试验[J]. *机械工程学报*, 2014, 50(4): 136-140.
- [6] 施 亮,何 琳. 磁流变阻尼器参数辨识方法研究[J]. *振动与冲击*, 2009, 28(1): 131-133.
- [7] 臧彦升,谢光汉,黄超灵. 磁流变阻尼器力学模型动态特性实验研究[J]. *机床与液压*, 2008(4): 299-301.
- [8] 郭耀辉,陈恩伟,陆益民,等. 磁流变阻尼器等效线性阻尼系数计算[J]. *中国机械工程*, 2014(13): 1719-1723.
- [9] 孙 清,伍 晓,胡志义,等. 磁流变阻尼器性能试验及其非线性力学模型[J]. *工程力学*, 2007, 24(4): 183-187.
- [10] 曹宽宽,邓益民,叶伟强. 基于磁流变弹性体的汽车减振系统仿真分析[J]. *机电工程*, 2010, 27(3): 25-28.
- [11] YI F, DYKE S J, CARLSON J D, et al. Experimental verification of multiinput seismic control strategies for smart dampers[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1998, 127(11): 1152-116.
- [12] YANG G, SPENCER B F, CARLSON J D, et al. Large-scale MR fluid dampers: modeling and dynamic performance considerations[J]. *Journal of Sfrnctural Zngtieering*, 2002(24): 309-323.
- [13] 王 唯,夏品奇. 一种改进的磁流变阻尼器模型及其对振动主动控制的应用[J]. *力学季刊*, 2008, 29(2): 194-198.
- [14] 张为民. 一种采用分数阶导数的新流变模型理论[J]. *湘潭大学自然科学学报*, 2001, 23(3): 30-36.
- [15] SONG D Y, JIANG T Q. Study on the constitutive equation with fractional derivative for viscoelastic fluids-modified Jeffreys model and its application[J]. *Rhelo. Acta*, 1998(37): 512-517.
- [16] DROZDOV A D. *Mechanics of viscoelastic solids* [M]. New York: John Wiley & Sons Ltd, 1998.
- [17] 刘晓梅,徐西鹏,黄宜坚. 一种磁流变阻尼器的分数阶微分模型[J]. *仪器仪表学报*, 2009(12): 2659-2663.

[编辑:李 辉]

本文引用格式:

刘晓梅,李洪友,黄宜坚. 磁流变阻尼器的分数阶 Bingham 模型研究[J]. *机电工程*, 2015, 32(3): 338-342.

LIU Xiao-mei, LI Hong-you, HUANG Yi-jian. Fractional derivative Bingham model of MR damper[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2015, 32(3): 338-342.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>