DOI: 10.3969/j.issn.1001-4551.2015.04.006

# 基于IQN-ILS 流固耦合算法的改进及应用

葛佳斌1,王灿星1\*,冯占宸2

(1. 浙江大学 航空航天学院, 浙江 杭州 310027; 2. 沈阳鼓风机有限公司, 辽宁 沈阳 110023)

摘要:针对IQN-ILS流固耦合分离迭代算法存在的稳定性问题,对如何在管道流动的流固耦合数值模拟中提高计算稳定性进行了研究,提出了将松弛因子引入IQN-ILS算法和混合使用Aitken和IQN-ILS的两种基于IQN-ILS算法的改进算法,在CFD开源C++类库OpenFoam的基础上开发了新的流固耦合求解器,编程实现了提出的改进算法,并通过二维标准算例验证了所开发的流固耦合解器的有效性,最终将改进算法应用到三维管道流动算例中。研究结果表明,所提出的改进算法均能够提高计算的稳定性,取得了很好的效果。

文章编号:1001-4551(2015)04-0469-05

# Improvement and application of the algorithm for fluid-structure coupling based on IQN-ILS

GE Jia-bin<sup>1</sup>, WANG Can-xing<sup>1</sup>, FENG Zhan-chen<sup>2</sup>

(1. School of Aeronautics and Astronautics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;2. Shenyang Blower Works Group Corporation, Shenyang 110023, China)

**Abstract**: Aiming at stability performance of IQN-ILS which is a partitioned algorithm for fluid-structure interaction, how to enhance the computational stability in numerical simulation of fluid-structure interaction for pipe flow were studied. Two kinds of improved algorithms based on IQN-ILS algorithm that one is introducing the relaxation factor to IQN-ILS and the anther is combining Aitken with IQN-ILS were proposed. By using OpenFoam which is an open source library of CFD developed by C++, the new fluid-structure interaction solver was developed and improved algorithms were implemented. Two dimensional benchmark was used to verify the effectiveness of the solver newly developed. Finally, the improved algorithms were applied to the three dimensional example for pipe flow. The results indicate that the improved algorithms can enhance the computational stability and achieve good results.

Key words: fluid-structure interaction; IQN-ILS algorithm; Aitken algorithm; relaxation factor; OpenFoam

0 引 言

流固耦合现象广泛存在于叶轮机械、建筑、生物 等领域。近些年来流固耦合及其他多物理场耦合问 题的计算模拟受到了广泛的关注。目前主流的流固 强耦合的计算方法可归为整体法<sup>[1-2]</sup>和分离法。分离 法是指交替求解流体和固体方程,在求解固体方程时 流场保持不变,求解流体方程时固体的位移场保持不 变,通过流固交界面的信息交互实现耦合。分离法可 分为显式耦合和隐式耦合两种。在显式耦合中,速 度、应力和位移在流固交界面上没有被强制平衡,因 此只需要一步迭代,其在求解过程中相对需要更小的 时间步长。显式耦合现已在气动弹性模拟中成功应 用<sup>[3]</sup>。隐式耦合通过流固求解器间的不断迭代实现流 固交界面上各种物理量的平衡,是一类精确的算法。

作者简介: 葛佳斌(1989-),男,浙江湖州人,主要从事流固耦合计算方面的研究. E-mail:489509928@qq.com 通信联系人: 王灿星,男,副教授,硕士生导师. E-mail:mecwangcx@zju.edu.cn

收稿日期: 2014-12-22

IQN-ILS算法是近年来由 Joris Degroote, Jan Vierendeels等人<sup>[4]</sup>提出的一种隐式求解算法。它可以归类 于牛顿迭代法,但其在保证收敛速度的前提下比一般 的牛顿法计算量小。Aitken<sup>[5]</sup>算法是另外一种隐式求 解算法,其实现简单而且被广泛使用,它的基本思想 基于弦截法。对大多数流固耦合问题而言属于牛顿 迭代法的IQN-ILS算法在收敛速度上要快于Aitken算 法。但对于压力驱动为主的流固耦合问题,在某些情 况下IQN-ILS算法不能保证计算的稳定性而Aitken算 法可以。

本研究针对这类特殊问题,提出两种基于IQN-ILS算法的改进算法,一种是混合使用Aitken和IQN-ILS两种算法,另一种是将松弛因子引入IQN-ILS算法。

1 基本方程

对于被表面 *S* 包围,体积为 *V* 的连续介质,无论 是流体还是固体以下的物质和动量守恒方程均成立:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{V} \rho \,\mathrm{d}V + \int_{S} n \cdot \rho(u - u_{f}) \mathrm{d}S = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t}\int_{V}\rho u\mathrm{d}V = \int_{S}n \cdot \sigma \mathrm{d}S + \int_{S}\rho f_{b}\mathrm{d}V$$
(2)

式中: $\rho$ 一密度;n一表面S的法向向量;u一物质运 动速度; $u_f$ 一控制体表面的移动速度; $\sigma$ , $f_b$ 一柯西 应力张量和体积力。

以牛顿流体和线弹性固体为例,它们的柯西应力 可分别表示为:

$$\sigma = -pI + \mu(\nabla u + \nabla(u)^{\mathrm{T}}) \tag{3}$$

$$\sigma = \mu (\nabla u_s + \nabla (u_s)^{\mathrm{T}} + \lambda I \operatorname{tr}(\nabla u_s)$$
(4)

式中:p一压强; $\mu$ 一粘度; $u_s$ 一固体的位移场; $\mu_s$ ,  $\lambda_s$ —拉梅常数。

结合式(1~4)就可分别得到求解流体问题的N-S 方程和按位移求解固体问题的方程。这些方程的每 一项都以积分形式表现。在OpenFoam中提供了对积 分形式的拉普拉斯算子、时间导数项、对流项及线性 源项等的显式、隐式离散方法。

# 2 流固耦合的分离迭代算法

分离迭代法通过流固交界面上的信息交互实现 流体方程和固体方程的耦合求解。记 X<sup>n</sup> 代表真实的 流固交界面的位置或位移信息, P<sup>n</sup> 代表真实的流固 交界面的应力分布信息,上标 n 表示表示时间步长 数。向流体求解器 F 输入 X<sup>n</sup> 则可以确定 P<sup>n</sup>,向固体 求解器 S 输入 P<sup>n</sup> 则可以确定 X<sup>n</sup>,因而以下恒等式成 <u>)</u>:

$$\boldsymbol{X}^n = S(F(\boldsymbol{X}^n)) \tag{5}$$

根据式(5)可以构造不动点迭代,即子迭代初始 时猜测一个 X<sup>n</sup> 记为 X<sup>n</sup><sub>0</sub>,代入下式反复迭代直到 X<sup>n</sup><sub>k</sub> 收敛到 X<sup>n</sup> 为止,最简单的不动点迭代形式如下式所 示:

$$\boldsymbol{X}_{k+1}^{n} = S(F(\boldsymbol{X}_{k}^{n})) \tag{6}$$

$$\boldsymbol{X}_{k+1}^{n} = \tilde{\boldsymbol{X}}_{k+1}^{n} \tag{7}$$

式中:下标 k 一子迭代次数。

根据式(5)还可以把流固耦合问题转化为泛函寻 根问题,其基本思想可由如下形式表述:

$$R(X^{n}) = S(F(X^{n})) - X^{n}$$
(8)

然后以一定方式近似 R(X")的雅可比矩阵,利用 牛顿或类牛顿迭代来加速寻根过程。这种方法较之 不动点迭代有更好的稳定性和更快的收敛速度。

#### 2.1 IQN-ILS算法

IQN-ILS(interface quasi newton with inverse Jacobian from least-square model)算法是一种类牛顿迭代 算法,它巧妙避开了对  $R(X^n)$  的雅可比矩阵或其逆矩阵的求解,提高了计算效率,且其在迭代过程中不断利用过往迭代结果使收敛更加快速。

因为 $R_k^n = \tilde{X}_{k+1}^n - X_k^n$ ,以下两式成立:

$$\boldsymbol{X}_{k}^{n} = \boldsymbol{\tilde{X}}_{k+1}^{n} - \boldsymbol{R}_{k}^{n}$$

$$\tag{9}$$

$$\boldsymbol{X}_{k+1}^{n} = \tilde{\boldsymbol{X}}_{k+2}^{n} - \boldsymbol{R}_{k+1}^{n}$$
(10)

式(10)减去式(9)得到下式:

$$\Delta \boldsymbol{X}_{k}^{n} = \Delta \tilde{\boldsymbol{X}}_{k+1}^{n} - \Delta \boldsymbol{R}_{k}^{n} \tag{11}$$

假设 k +1 步子迭代后收敛即  $R_{k+1}^n$  =0,并通过前几 个子迭代步的计算结果近似估计  $\Delta \tilde{X}_{k+1}^n$ ,利用式(11) 得到  $\Delta X_k^n$ 。IQN-ILS 算法具体流程如图 1 所示。

其中,对 $X_0^n$ 的确定可通过前几个时间步的X外插得到,也可以简单地把 $X_0^n$ 设为零向量。IQN-ILS算法的进行需要至少两个残差向量,因此子迭代开始时要进行一轮不动点迭代, $\beta$ 表示该步不动点迭代的松弛因子,本研究算例中均取值为0.01。 $\Delta R_k^n$ 是零向量和当前 $R_k^n$ 的差值即 $\Delta R_k^n = 0 - R_k^n$ 。 $\alpha_k^n$ 由超定方程决定,在最小二乘意义下求其解需要对 $V^k$ 做QR分解或SVD分解,本研究采用QR分解。通常情况下可以指定矩阵 $V^k$ 和 $W^k$ 的最大列数K,当子迭代次数大于K时则向 $V^k$ 和 $W^k$ 插入新元素的同时舍弃最老元素,记这种方法为IQN-ILS(K)。

#### 2.2 Aitken 算法

Aitken算法实现简单且非常行之有效,已成功地运用到流固耦合计算中。算法的具体步骤可由下式表示:



图1 IQN-ILS算法流程图

$$X_{k+1}^{n} = X_{k}^{n} + \omega_{k}^{n} (S(F(X_{k}^{n})) - X_{k}^{n})$$
(12)  
$$\omega_{k}^{n} = -\omega_{k-1}^{n} \frac{(R_{k-1}^{n})^{\mathrm{T}} (R_{k}^{n} - R_{k-1}^{n})}{\|R_{k}^{n} - R_{k-1}^{n}\|^{2}}$$
(13)

式(12)表示带有松弛因子的不动点迭代,式(13) 表示对松弛因子的修正。Aitken算法的公式推导可比 拟实函数的弦截法思想得到。在实际的计算过程中 ω 的大小要受到限制,即指定一个 ω<sub>max</sub>, 使:

$$\boldsymbol{\omega}_{k}^{n} = \operatorname{sgn}(\boldsymbol{\omega}_{k}^{n}) \operatorname{min}(|\boldsymbol{\omega}_{k}^{n}|, \boldsymbol{\omega}_{\max})$$
(14)

## 3 基于 IQN-ILS 的改进算法

本研究的数值实验表明,对于模拟压力驱动为主 的流动,单纯的IQN-ILS算法相对残差曲线可能出现 发散或是严重振荡的情况,如图2、图3所示,两个图均 是第一个时间步内相对残差随子迭代次数变化曲 线。相对残差曲线的振荡是求解流体方程时高估或







图3 用IQN-ILS求解管道流动问题可能出现振荡的情况

者低估固体的刚度而在求解固体方程时高估或者低 估流体的作用力引起,尤其当流体不可压缩且压强很 大时这种振荡就愈加明显。

管道流动是最常见的压力驱动为主的流动,文献 [6-7]对管道流动的流固耦合问题在简化模型的基础 上做了稳定性分析。分析表明,残差中存在非稳定分 量,其在迭代过程中可能会突然增大,可以通过引入 松弛因子来抑制非稳定性分量。例如当使用 Aitken 算法求解该类问题时,可以通过不断减小 ω<sub>max</sub> 值的大 小,最终使计算收敛,但是此时 ω<sub>max</sub> 的值往往很小,收 敛速度也会变得缓慢。

为了在保证稳定性的前提下提高收敛速度,本研究提出了两种基于IQN-ILS的改进算法:

(1) 将松弛因子  $\omega$  引入到 IQN-ILS 算法中。通过 低松弛的方法增加收敛的稳定性,减小残差中的非稳 定分量对收敛的影响。即图 1 中  $X_{k+1}^n = X_k^n + \Delta X_k^n$  改为:  $X_{k+1}^n = X_k^n + \omega \Delta X_k^n$  (15) (2) 混合使用 Aitken 算法和 IQN-ILS 算法。在迭 代的初始阶段采用 Aitken 迭代,迭代步数达到一定程 度若仍未收敛,考虑到此时残差中的不稳定分量以随 残差一同减小其对收敛的影响被减弱,则可采用 IQN-ILS 加速收敛。

## 4 运用改进算法的管道流动算例

本研究提出的流固耦合改进算法是在 CFD 开源 C++类库 OpenFoam 基础上编程实现。所开发的求解 器的整体框架是 for 循环内嵌套 do-while 循环,即每个 时间步内嵌套流固耦合分离迭代的子循环,每个子循 环包括固体方程,流体方程和流体网格位移方程的求 解,可以规定子循环的最高迭代步数。该求解器通过 了二维标准算例<sup>[8]</sup>的验证。标准算例模拟结果展示如 图4所示。

该算例具体的几何和物理参数设置详见文献[8] 中的关于FSI3的说明。梁末端中点在 *X* 方向的位移 较小,主要是 *Y* 方向的位移,因此 *X* 方向较小的绝对



图4 标准算例模拟结果展示

误差会引起较大的相对误差。梁摆动稳定后末端中 点位移数据与文献数据比较表如表1所示,升阻力数 据与文献数据比较表如表2所示。从表1、表2中看 出,模拟数据和文献提供数据基本相符,在允许的误 差范围之内<sup>[9]</sup>,说明开发的求解器是可靠的。在这里 本研究使用的耦合部分的算法是IQN-ILS。可以认 为,只要收敛达到一定精度,不同的耦合算法只会对 收敛快慢产生影响,对计算结果不会有影响。

#### 表1 梁摆动稳定后末端中点位移数据与文献数据比较表

	X平均	X 振幅	Y 最大	Y 最小
文献数据	-0.002 7	0.002 5	0.035 9	-0.032 9
模拟数据	-0.003 1	0.002 7	0.037 0	-0.034 1
绝对误差	0.000 4	0.000 2	0.001 1	0.001 2
相对误差/(%)	14.81	8.00	3.06	3.65

#### 表2 梁摆动稳定后升阻力数据与文献数据比较表

	阻力平均	阻力振幅	升力最大	升力最小
文献数据	457.3	22.66	152	-147.56
模拟数据	474.8	24.43	153.36	-154.66
绝对误差	17.5	1.17	1.36	7.1
相对误差/(%)	3.83	7.81	0.89	4.81

为了验证改进算法,本研究采用常见的弹性圆管 与管内流体的流固耦合问题。圆管长0.05 m,管内径 0.005 m,管壁厚0.001 m。流体的密度1 000 kg/m³,运 动粘度0.003 m²/s,固体属于St. Venant-Kirchoff物质, 固体的密度1 200 kg/m³,杨氏模量 300 000 N/m²,泊松 比0.3,时间步长0.000 1 s。圆管的前、后两端固定,初 始的0.003 s内圆管一端产生大小为1 333.2 Pa的压 强,另一端的压强值恒为零,管内原本静止的流体在 巨大压强差作用下开始运动。0.003 s两端的压强差 突然消失而压力波继续在管内来回传播不断衰减。 模拟的收敛标准是子迭代初始误差的0.1,规定最大子 迭代步数为30次。

若不考虑流固耦合,管道圆截面的速度分布应为 泊肃叶分布。当考虑流固耦合时,即使管壁位移很 小,管道内流动也会变得相对复杂,局部会产生涡旋、 回流等现象。管内流场的矢量图如图5所示,透明的 颜色表示压强大小。管道位移增量云图如图6所示, 管道位移被放大10倍后显示,从图中可看出压力波在 管道中的传播。IQN-ILS算法难以使该算例收敛,Aitken算法和两种改进算法则都可以。



图5 流场的三维数值模拟结果展示



图6 管道位移增量云图

#### 4.1 引入松弛因子的 IQN-ILS 改进算法的计算分析

Aitken算法和引入松弛因子 ω =0.1 后的 IQN-ILS 算法的子迭代次数比较图如图7所示。Aitken算法中 的松弛因子绝对值不超过0.1。从图7中可看出在使 用同样大小的松弛因子的前提下,引入松弛因子后的 IQN-ILS算法要优于Aitken算法,其中带松弛因子的 IQN-ILS算法的平均子迭代次数为20.22次而Aitken 算法的平均子迭代次数为24.26次。对于该算例,当 松弛因子大于0.1时,两种算法都可能使计算发散。



# 4.2 混合算法的改进算法计算分析

引入松弛因子  $\omega$  =0.1 的 IQN-ILS 算法和混合使用 Aitken 和 IQN-ILS 的算法的子迭代次数比较图如图 8 所示。混合算法中迭代步数超过 15 次后改用 IQN-ILS 算法加速收敛,其中 Aitken 算法中的松弛因子绝

对值不超过0.1。如果改用10次后使用IQN-ILS算法则计算会发散。从图8中可以看出混合算法的迭代次数曲线出现明显的振荡,且振荡幅度要远大于引入松弛因子的IQN-ILS算法。但从平均子迭代次数的角度而言,混合算法表现出了更好的收敛性,其平均子迭代次数仅为15.63次,大大优于引入松弛因子的IQN-ILS算法和Aitken算法。



# 5 结束语

本研究提出了两种基于IQN-ILS流固耦合算法的 改进算法并将其应用到管道流动的流固耦合问题的 求解。三维算例显示,单纯的IQN-ILS算法难以使其 收敛,而提出的两种改进算法可以。与原有的IQN-ILS算法相比,在管道流动的流固耦合问题中,改进算 法都大大提高了计算的稳定性,取得了很好的效果。 如果以平均子迭代次数为评价标准,则混合算法的表 现更为突出要优于引入松弛因子的IQN-ILS算法。

接下去有必要对两种改进方案作进一步的研究, 如对IQN-ILS算法的松弛因子的选取,是否可以采用 动态的松弛因子,在混合算法中何时开始IQN-ILS算 法加速收敛及找出其迭代次数曲线出现明显振荡的 原因等问题进行研究。

#### 参考文献(References):

- HEIL M, HAZEL A L. Oomph-lib- an object- oriented multi-physics finite-element library [J]. Fluid-Structure Interaction, 2006, 53(1):19-49.
- [2] CHABANNES V, PENA G, HOMME C P. High order fluid structure interaction in 2D and 3D Application to Blood flow in arteries [J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2013, 246(6):1–9.
- [3] FARHAT C, VAN DER ZEE K G, GEUZAINEP P. Provably second-order time accurate loosely-coupled solution algorithms for transient nonlinear computational aeroelasticity [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2006, 195(17-18): 1973-2001.
- [4] DEGROOTE J, BATHE K J, VIERENDEELS J. Performance of a new partitioned procedure versus a monolithic procedure in fluid- structure interaction [J]. Computers and Structures, 2009(87):793-801.
- [5] KÜTTLER U, WALL W A. Fixed-Point Fluid-Structure Interaction Solvers With Dynamic Relaxation [C]//Computational Mechanics, 2008, 43(1):61-72.
- [6] CAUSIN P, GERBEAU J F, NOBILE F. Added-mass effect in the design of partitioned algorithms for fluid-structure problems [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194(42-44):4506-4527.
- [7] DEGROOTE J, BRUGGEMAN P, HAELTERMAN R, et al. Stability of a coupling technique for partitioned solvers in FSI applications [J]. Comput Struct, 2008, 86 (23-24): 2224-2234.
- [8] TUREK S, HRON J. Proposal for numerical benchmarking of fluid-structure interaction between an elastic object and laminar incompressible flow [J]. Fluid-Structure Interaction, 2006, 53(1):371-285.
- [9] TUREK S, HRON J. Numerical benchmarking of fluidstructure interaction: a comparison of different discretization and solution approaches[J]. Fluid-Structure Interaction, 2010, 73(1):413-424.

[编辑:李 辉]

#### 本文引用格式:

葛佳斌,王灿星,冯占宸. 基于 IQN-ILS 流固耦合算法的改进及应用 [J]. 机电工程,2015,32(4):469-473.

GE Jia-bin, WANG Can-xing, FENG Zhan-chen. Improvement and application of the algorithm for fluid-structure coupling based on IQN-ILS[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2015, 32(4):469-473. 《机电工程》杂志:http://www.meem.com.cn