

DOI:10.3969/j. issn. 1001 - 4551. 2016. 04. 001

# 基于 SIMP 理论的衡器载荷测量仪悬臂梁拓扑优化研究 \*

陈垂福<sup>1</sup>, 蓝 双<sup>1</sup>, 杨晓翔<sup>1\*</sup>, 梁 伟<sup>1,2</sup>, 韦铁平<sup>3</sup>, 姚进辉<sup>2</sup>

(1. 福州大学 机械工程及自动化学院,福建 福州 350000;2. 福建省计量科学研究院,福建 福州 350000;  
3. 福建工程学院,福建 福州 350000)

**摘要:**针对高精度衡器载荷测量仪反力机构的悬臂梁质量较大的问题,对高精度衡器载荷测量仪的工作原理、悬臂梁加工工艺和拓扑优化方法进行了研究。利用 ANSYS 对优化前的反力机构进行了静力学分析,基于固体各向同性材料(SIMP)理论对悬臂梁进行了拓扑优化设计,建立了悬臂梁拓扑优化数学模型,运用优化准则法更新了设计变量,求解了位移约束下悬臂梁体积最小的拓扑结构;利用 Tosca Structure 对建立的数学模型进行了求解,得到了满足设计要求的悬臂梁结构,最后对优化后的悬臂梁进行了静力学分析,并与优化前的分析结果进行了对比。研究结果表明,优化后悬臂梁减重 19.8%,悬臂梁结构满足强度要求;且悬臂梁竖直方向最大位移量为 4.796 91 mm,可以保证高精度衡器载荷测量仪检定的准确度,由此验证了新悬臂梁结构的可行性。

**关键词:**拓扑优化;位移约束;悬臂梁;SIMP

中图分类号:TH122;TH82

文献标志码:A

文章编号:1001 - 4551(2016)04 - 0383 - 05

## Topology optimization of weighing instrument load cantilever beam based on SIMP theory

CHEN Chui-fu<sup>1</sup>, LAN Shuang<sup>1</sup>, YANG Xiao-xiang<sup>1</sup>, LIANG Wei<sup>1,2</sup>, WEI Tie-ping<sup>3</sup>, YAO Jin-hui<sup>2</sup>

(1. College of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350000, China;  
2. Fujian Metrology Institute, Fuzhou 350000, China; 3. Fujian University of Technology, Fuzhou 350000, China)

**Abstract:** Aiming at the problem that the weighing instrument load cantilever beam was too heavy, the operational principle of reaction force mechanism, the processing technology of cantilever and topology optimization methods were studied. Firstly, a statics analysis of reaction force mechanism was given by ANSYS software, cantilever topology optimization design was done based on SIMP theory. The topology optimization mathematical model under the displacement constraint was built. The design variables were updated by using optimization criteria method and the topology optimization problem was solved by using Tosca Structure. Statics analysis of the optimized reaction force mechanism was given. The results indicate that the optimized cantilever lighter by 19.8 percent, cantilever structure meet the strength requirements, and the maximum vertical displacement is 4.796 91 mm, it can guarantee the accuracy of the weighing instrument load.

**Key words:** topology optimization; displacement constraints; cantilever; SIMP

## 0 引言

国家重大科学仪器设备开发专项—《高精度衡器

载荷测量仪开发和应用》项目研制出的测量仪能准确、快速地评定大型衡器的准确度。其中反力机构的悬臂梁设计虽然能够满足当前的使用要求,但是仍存

收稿日期:2015 - 12 - 17

基金项目:国家重大科学仪器设备开发专项(2011YQ090009)

作者简介:陈垂福(1991 - ),男,福建泉州人,主要从事连续体结构拓扑优化方面的研究. E-mail: fdchenchufu@163. com

通信联系人:杨晓翔,男,教授,博士生导师. E-mail: yangxx@fzu.edu.cn

在质量较大的情况,测量车每车携带 10 个悬臂梁,进行外出检定时,过重的结构将大大增加燃油消耗,且安装检定设备时,需检定人员搬运悬臂梁,劳动强度较大。根据反力机构的有限元分析结果来看,该悬臂梁具有较大的优化空间。

目前,连续体拓扑优化的方法主要有均匀化方法、变密度法和渐进结构算法(ESO)等,其中变密度法在工程上得到了较为广泛的应用,并且大多数采用 SIMP 插值模型对结构进行拓扑优化,如郭璐等<sup>[1]</sup>基于变密度理论对驾驶舱进行拓扑优化,解决了多工况载荷下舱体结构设计问题,优化后的舱体结构,弯曲刚度和扭转刚度均满足实际强度要求,质量下降 10% 左右,为驾驶舱的轻量化设计提供了可行方案;王淑芬等<sup>[2]</sup>根据人机工程学以及座椅的基本要求,对汽车座椅坐垫进行了拓扑优化设计,优化后的座椅骨架比优化前减重 20%,得到了可行的新座椅骨架模型;谢伦杰等<sup>[3,4]</sup>对电动汽车车身进行了多目标拓扑优化,以平均柔度最小和平均频率最大为总目标,约束条件为不同的体积比约束,计算得到的车身结构具有较好的静动态特性,可以为电动汽车车身开发提供设计依据。

本研究利用 Tosca Structure 直接对悬臂梁三维结构进行拓扑,基于变密度理论建立拓扑优化模型,求得满足位移要求且具有最小体积的拓扑结构,并对悬臂梁进行优化,验证其可行性。

## 1 反力机构有限元静力学分析

测力仪安装于油缸上方,根据检定时所需加载的力值,液压伺服控制系统对油缸供油,油缸内的活塞带动测力仪上升,测力仪上方的压头和悬臂梁自由端接触,由于力的相互作用,测力仪所受的载荷等于汽车衡秤体上所受的载荷<sup>[5]</sup>。根据反力机构的设计要求,悬臂梁在工作状态下不仅满足强度要求,而且竖直方向上的最大位移量不超过 5 mm。

反力机构工作情况如图 1 所示。

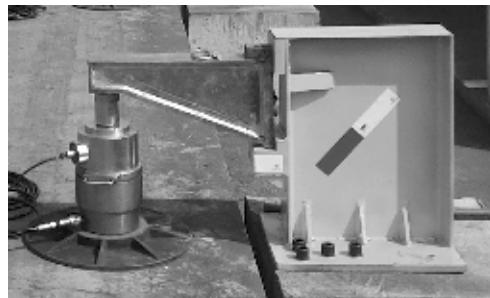


图 1 反力机构实物图

### 1.1 网格划分和材料属性

本研究利用前处理软件 ANSA 对模型进行网格划

分,所选单元为 Solid186 单元。

参数如下:

悬臂梁和钢墩台材料为 Q460,常温下屈服强度  $\sigma_s$  为 460 MPa,弹性模量  $E$  为 2.06e5 MPa,泊松比  $\nu$  为 0.28,密度  $\rho$  为 7 850 kg/m<sup>3</sup>。

采用随动强化双线性弹塑性模型,切线模量取 2.06e3 MPa<sup>[6]</sup>。

反力机构的三维模型如图 2 所示。

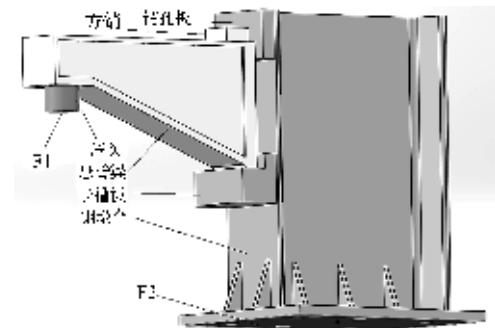


图 2 反力机构三维模型

### 1.2 加载及边界条件

该衡器载荷测量仪的最大量程为 150 t,由 8 台油缸共同对汽车衡秤体施加特定的力值,但该机构用于不同的量程的秤,每台油缸设计最大油压为 200 kN,考虑系统的安全性,设悬臂梁所承受最大压力为 250 kN。

为了提高计算精度,本研究建立直径为 Φ70 mm 的压头模型,压头上表面和悬臂梁底部接触类型设为 No Separation (always),其余接触均设为 standard。

根据上述反力机构三维模型,在压头底部 F1 面施加 64.96 MPa 均布压力,边界条件简化为钢墩台底部 F2 面完全固定。

### 1.3 有限元分析结果

本研究将建立的有限元模型导入 ANSYS 进行静力学分析。

优化前反力机构的有限元分析结果如图 3、图 4 所示。

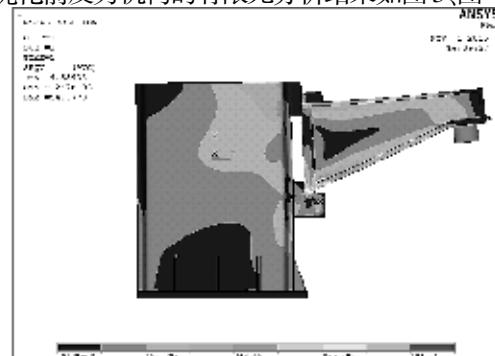


图 3 反力机构 Von Mises 应力云图

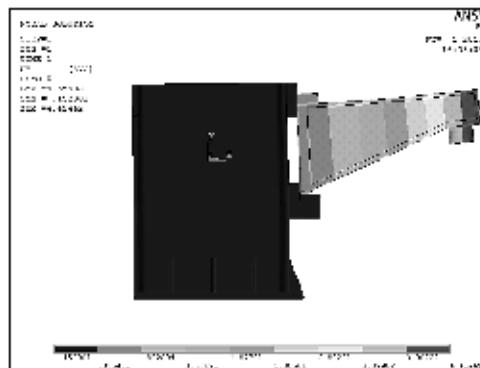


图 4 反力机构竖直方向位移云图

由图 3 可知反力机构的整体应力分布情况:

最大 Von Mises 应力发生在下卡槽应力集中处, 应力值为 547.773 MPa;

悬臂梁最大 Von Mises 应力为 508.189 MPa, 超出 Q460 材料的屈服极限, 存在微小的塑性变形, 最大 Von Mises 塑性应变为 0.008261, 发生在与下卡槽应力集中处接触的部位, 不影响悬臂梁结构的使用。

由图 4 可知反力机构竖直方向位移云图中, 反力机构竖直方向的最大位移值为 4.41462 mm, 满足反力机构的设计要求。

## 2 拓扑优化数学模型

### 2.1 固体各向同性惩罚微结构模型(SIMP)

基于变密度理论的拓扑优化, 本研究以有限元法为基础, 将连续体结构离散化成有限个单元, 以每个单元的相对密度为设计变量, 每个单元的弹性模量为相对密度的函数。变密度理论将离散问题转化成连续问题来研究, 采用寻优算法更新设计变量, 结构优化问题转化为求解单元材料的有无问题, 即通过单元的删减来寻求结构的最佳传力路径。

Sigmund 提出的 SIMP 插值模型<sup>[7]</sup>, 优化前、后材料弹性模量满足以下关系(SIMP 模型假设材料的弹性张量是各向同性的, 泊松比  $\nu$  为常量, 不随着单元的相对密度的变化而变化):

$$E_i(\rho) = \rho^p E_i^0 \quad (i = 1, 2, 3 \dots, N) \quad (1)$$

式中:  $E_i(\rho)$ —第  $i$  个单元优化后的弹性模量;  $\rho_i$ —第  $i$  个单元的相对密度,  $0 < \rho_i < 1$ ;  $E_i^0(\rho)$ —第  $i$  个单元优化前的弹性模量;  $N$ —单元数目;  $p$ —刚度 - 密度插值模型中引入的惩罚因子, 引入的惩罚因子  $p$  用于抑制中间相对密度单元的出现, 即减少相对密度介于 0 和 1 之间的单元, 使得单元的相对密度趋近于 0 或 1。

对于惩罚因子的取值范围, 经过许多学者的研究和讨论, SIMP 模型所表示的材料特性要具有可实现性和真实性, 必须满足以下条件<sup>[8]</sup>:

(1) 二维情况:

$$p \geq p^* = \max\left\{\frac{2}{1-v}, \frac{4}{1+v}\right\} \quad (2)$$

(2) 三维情况:

$$p \geq p^* = \max\left\{15 \frac{1-v}{7-5v}, \frac{3}{2} \frac{1-v}{1-2v}\right\} \quad (3)$$

### 2.2 悬臂梁的拓扑优化数学模型

反力机构设计要求为加载后竖直方向上最大位移量不超过 5 mm, 为减少计算成本, 本研究仅取悬臂梁和传感器压头进行拓扑计算, 边界条件为悬臂梁与其余部件(压头除外)的接触面均设为完全固定, 压头和悬臂梁底部接触类型设为 No Separation(always), 压头底部施加 64.96 MPa 的均布载荷。

本研究取该次分析的最大位移值为拓扑优化数学模型的位移约束值, 经分析, 最大竖直方向位移量为 1.7492 mm, 取约束值为 1.8 mm。

悬臂梁竖直方向位移云图如图 5 所示。

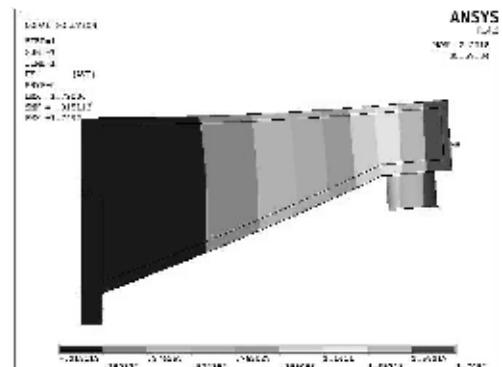


图 5 悬臂梁独立有限元分析竖直方向位移云图

建立拓扑优化数学模型为:

$$\begin{aligned} \text{Find: } x &= \{x_1, x_2, \dots, x_i\}^T \quad (i = 1, \dots, N) \\ \text{Minimize: } V &= \sum_{i=1}^N x_i v_i \\ \text{S. t: } u &\leq 1.8 \text{ mm} \\ F &= KU \\ 0 < x_{\min} &\leq x_i \leq x_{\max} \leq 1 \end{aligned} \quad (4)$$

式中:  $x_i$ —第  $i$  个单元的相对密度,  $N$ —单元数目,  $V$ —优化后悬臂梁结构的体积,  $v_i$ —优化后第  $i$  个单元的体积,  $u$ —悬臂梁结点在竖直方向的最大位移量,  $K$ —优化前的整体刚度矩阵,  $U$ —位移列向量,  $F$ —载荷列向量。

### 2.3 拓扑优化求解算法

拓扑优化的求解算法用于设计变量的更新, 主要有优化准则法和数学规划法。数学规划法用于拓扑优化的算法主要包括移动近似算法(MMA)和全局收敛移动近似算法(GCMMA), 适用于多约束的拓扑优化问题, 其计算结果精确度高, 但是在计算过程中需要不断地重复计算目标函数和约束函数值及其梯度, 收敛

速度低于优化准则法。本研究优化问题属于位移约束下的最小体积拓扑优化问题,采用适合于单目标函数、单约束条件的优化准则法<sup>[9-11]</sup>。

基于 SIMP 理论的优化准则法,需建立 Lagrangian 函数:

$$L = V + \lambda_1^T(u - 1.8) + \lambda_2^T(KU - F) + \lambda_3(x_{\min} - x_i + c_i^2) + \lambda_4(x_i - x_{\max} + d_i^2) \quad (5)$$

式中: $\lambda_j$ —Lagrangian 乘子, $\lambda_j > 0, j = 1, 2, 3, 4; c_i, d_i$ —松弛变量, $i = 1, 2, \dots, N$ 。

单元的相对密度  $x_i$  取极值  $x^*$  时,所建立的 Lagrangian 函数需满足 Kuhn-tucker 条件,当不同的约束条件起作用时,有:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial V}{\partial x_i} + (\lambda_1^i)^T \frac{\partial U}{\partial x_i} + (\lambda_2^i)^T \frac{\partial (KU)}{\partial x_i} = 0 \\ \text{if } x_{\min} < x_i < x_{\max} \\ \frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial V}{\partial x_i} + (\lambda_1^i)^T \frac{\partial U}{\partial x_i} + (\lambda_2^i)^T \frac{\partial (KU)}{\partial x_i} > 0 \\ \text{if } x_i = x_{\min} \\ \frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial V}{\partial x_i} + (\lambda_1^i)^T \frac{\partial U}{\partial x_i} + (\lambda_2^i)^T \frac{\partial (KU)}{\partial x_i} < 0 \\ \text{if } x_i = x_{\max} \end{array} \right. \quad (6)$$

$$F = KU$$

$$(\lambda_1^i)^T(u - 1.8) = 0, u - 1.8 \leq 0$$

$$(\lambda_3^i)^T(x_{\min} - x_i) = 0$$

$$(\lambda_4^i)^T(x_i - x_{\max}) = 0$$

$$x_{\min} < x_i < x_{\max}$$

$$\lambda_1^i > 0, \lambda_3^i > 0, \lambda_4^i > 0 \quad i = 1, 2, \dots, N$$

则基于优化准则法的迭代公式为:

$$\left\{ \begin{array}{ll} x_i^{k+1} = (D_i^k)^{\eta} x_i^k & \text{if } x_{\min} < (D_i^k)^{\eta} x_i^k < x_{\max} \\ x_i^{k+1} = x_{\min} & \text{if } (D_i^k)^{\eta} x_i^k \leq x_{\min} \\ x_i^{k+1} = x_{\max} & \text{if } (D_i^k)^{\eta} x_i^k \geq x_{\max} \end{array} \right. \quad (7)$$

式中: $\eta$ —为了保证计算的稳定性和收敛性引入的阻尼因子, $D_i^k$ —迭代因子。

### 3 基于 Tosca 的拓扑优化

#### 3.1 建立 Tosca structure 拓扑优化模型

本研究根据上节建立的拓扑优化数学模型,在 Tosca Structure 中建立优化模型。

目标函数设为结构总体积最小;约束条件设为悬臂梁竖直方向最大位移量  $u \leq 1.8 \text{ mm}$ ;刚度-密度插值模型设为 SIMP 模型;迭代终止判断准则为<sup>[12]</sup>:

(1) 目标函数满足:

$$|V^{k+1} - V^k| / |V^{k+1}| \leq 0.001 \quad (8)$$

(2) 设计变量满足:

$$|x^{k+1} - x^k| / |x^{k+1}| \leq 0.005 \quad (9)$$

#### 3.2 拓扑优化结果

考虑悬臂梁和其他部件的接触部位,以及悬臂梁焊接加工的工艺问题,本研究选择如图 6 所示的黑色区域为冻结区域,该区域不参与优化过程,图 6 中灰色区域为设计区域。

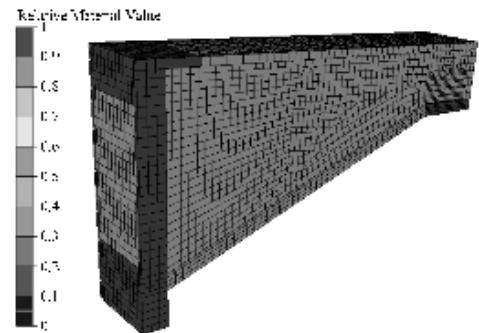


图 6 拓扑优化设计区域与冻结区域

经过 Tosca Structure 计算产生的拓扑结构如图 7 所示。

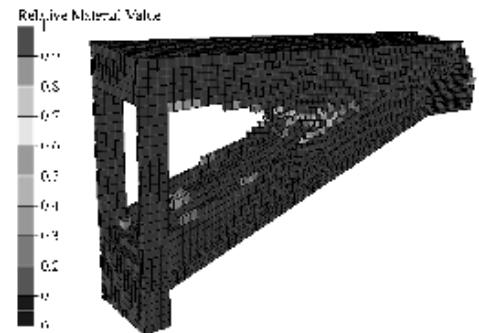


图 7 悬臂梁拓扑结构

本研究根据优化所得的拓扑结构,对悬臂梁模型进行优化设计,优化后的悬臂梁模型如图 8 所示。

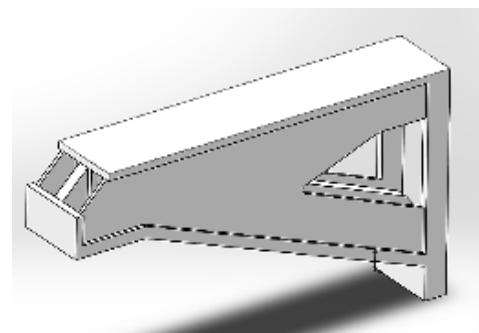


图 8 优化后悬臂梁模型

### 4 新悬臂梁静力学分析

本研究将新悬臂梁模型装配至反力机构中,重新建立有限元模型,单元类型、边界条件、接触类型及加载方式与优化前分析设置完全一致。导入 ANSYS 中进行静力学分析,得到的分析结果如图 9、图 10 所示。

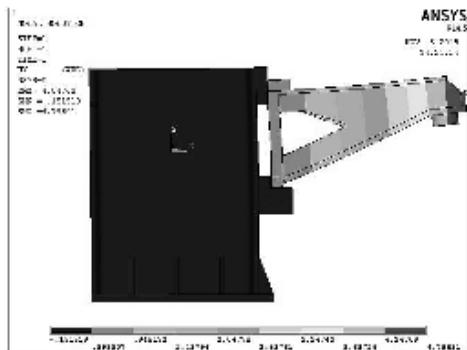


图9 优化后反力机构竖直方向位移云图

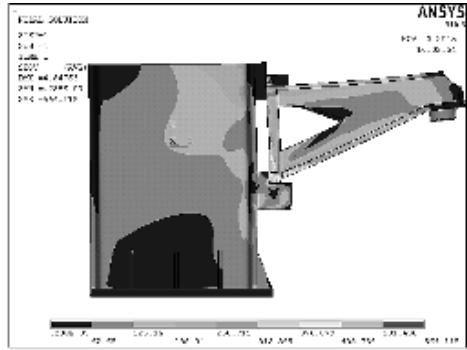


图10 优化后反力机构 Von Mises 应力云图

本研究将新悬臂梁的仿真结果与优化前仿真结果进行对比。优化前、后悬臂梁在装配工作环境下分析结果的对比如表1所示。

表1 悬臂梁优化前、后分析结果对比

对比项目	优化前	优化后
质量/kg	31.341	25.134
竖直方向位移/mm	4.414 62	4.796 91
最大 Von Mises 应力/MPa	508.183	503.783
最大 Von Mises 塑性应变	0.008 261	0.005 385
竖直方向位移要求/mm	5	5
合格/不合格	合格	合格

#### 仿真结果的分析:

优化前的悬臂梁在该项目中已经投入使用,原悬臂梁的结构能够满足刚度和强度要求,保证衡器载荷测量仪检定时的准确度,因此本研究将优化前、后的仿真分析数据进行对比,分析新悬臂梁的可行性:

(1) 新悬臂梁在相同的工况下,竖直方向最大位移量为 4.796 91 mm,与原悬臂梁的最大位移量相比增大了 0.382 mm,满足反力机构竖直方向最大位移量为 5 mm 的设计要求。

(2) 由表1可知,新悬臂梁的最大 Von Mises 应力和最大 Von Mises 塑性应变和原悬臂梁的相比相差不

大,满足悬臂梁设计的强度要求。

(3) 新悬臂梁的重量减少了 6.207 kg,与优化前相比减重 19.8%,可大幅度减轻整套检定设备的质量和检定人员人工搬运的劳动强度。

## 5 结束语

本研究建立了高精度衡器载荷测量仪反力机构有限元模型,并进行了分析;基于 SIMP 理论,并根据设计要求建立了位移约束下结构体积最小的拓扑优化数学模型,使用 Tosca Structure 单独对悬臂梁结构建立优化模型,进行了拓扑优化分析。优化后的悬臂梁结构较优化前减重 19.8%,满足高精度衡器载荷测量仪反力机构的强度和刚度要求。

该研究所得到的悬臂梁结构可为该项目的悬臂梁提供优化思路,亦可为同类型的工程问题提供一定的参考。

#### 参考文献(References):

- [1] 郭璐,杨云.基于 SIMP 拓扑优化的驾驶舱轻量化设计[J].计算机工程与设计,2015,36(9):2490-2495.
- [2] 王淑芬,胡文文.汽车座椅骨架的拓扑优化研究[J].机电工程,2014,31(9):1149-1153.
- [3] 谢伦杰,张维刚.基于 SIMP 的电动汽车车身多目标拓扑优化[J].汽车工程,2013,35(7):583-587.
- [4] 尹洪波,沈惠平,马小蒙,等.基于 BKC 的并联机构拓扑结构分析及其综合方法[J].机械设计,2015,32(6):11-17.
- [5] 姚进辉,王秀荣,梁伟.衡器载荷测量仪检定固定式电子秤[J].衡器,2014,43(8):43-48.
- [6] 戴国欣,王飞.Q345 与 Q460 结构钢材单调和循环加载性能比较[J].工业建筑,2012,42(1):13-17.
- [7] BENDSOE M P, SIGMUND O. Material interpolations in topology optimization[J]. Archive of Applied Mechanics, 1999(69): 635-654.
- [8] 左孔天,陈立平,等.基于人工材料密度的新型拓扑优化理论和算法研究[J].机械工程学报,2004,40(12):31-37.
- [9] 左孔天,王书亭.拓扑优化中两类不同优化数值算法研究[J].华中科技大学学报,2004,32(9):63-65.
- [10] 程耿东.工程结构优化设计基础[M].大连:大连理工大学出版社,2012.
- [11] 姚涛,刘圣杰.“U”型结构多目标拓扑优化[J].机电工程技术,2015,44(1):56-59.
- [12] 罗震,陈立平.基于 RAMP 密度—刚度插值格式的结构拓扑优化[J].计算力学学报,2005,22(5):585-591.

[编辑:李辉]

#### 本文引用格式:

陈垂福,蓝双,杨晓翔,等.基于 SIMP 理论的衡器载荷测量仪悬臂梁拓扑优化研究[J].机电工程,2016,33(4):383-387.

CHEN Chui-fu, LAN Shuang, YANG Xiao-xiang, et al. Topology optimization of weighing instrument load cantilever beam based on SIMP theory[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2016,33(4):383-387.