

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2016.05.003

# 基于 Epsilon 算法加速的导重法拓扑优化求解研究<sup>\*</sup>

张昆鹏, 吴晓明<sup>\*</sup>

(厦门大学 航空航天学院, 福建 厦门 361005)

**摘要:**针对拓扑优化模型求解过程中需要多次迭代才能得到满足一定精度要求的收敛结果的问题,提出了一种基于向量 Epsilon 算法加速迭代序列收敛的方法。在求解大型连续体结构拓扑优化过程中,依据导重法迭代格式首先迭代了  $k$  次,然后对所得到的迭代序列的后  $m$  项作 Epsilon 算法运算,将所得新向量作为下次导重法迭代的初始值,以此类推直到满足收敛条件。通过两个算例验证了所提出方法的有效性。计算及研究结果表明,用 Epsilon 算法加速后的迭代格式求解拓扑优化问题能够减少迭代次数,具有更高求解效率。

**关键词:**拓扑优化;导重法;Epsilon 算法;收敛加速

**中图分类号:**TH203;TP11

**文献标志码:**A

**文章编号:**1001-4551(2016)05-0521-06

## Convergence acceleration of guide-weight method on solving topology optimization models using Epsilon-algorithm

ZHANG Kun-peng, WU Xiao-ming

(School of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of too much times of iterations to get the convergence results satisfied the accuracy required at the process of solving topology optimization models, a convergence acceleration method was proposed using vector epsilon-algorithm based on Guide-weight method. In the procedure of calculate large continuous structural topology optimization problems,  $k$  iterations were done according to the guide-weight method, then vector epsilon-algorithm was applied to the sequence of last  $m$  terms to obtain a new vector which was regarded as a initial value of next iteration until convergence. The developed method was verified by two examples. The results indicate that epsilon-algorithm can solve topology optimization problems with less iteration and high efficiency.

**Key words:** topology optimization; guide-weight method; epsilon-algorithm; convergence acceleration

## 0 引言

结构优化设计分为拓扑优化、尺寸优化和形状优化。拓扑优化由于其重要的工程意义<sup>[1]</sup>,近几十年随着计算机技术进步得到了快速发展,提出了各种不同优化模型。1981 年程耿东和 Olhoff N<sup>[2]</sup>提出通过尺寸优化来获得最优拓扑结构。1988 年 Bend-soe M P 和 Kikuchi N<sup>[3]</sup>提出了均匀化方法,同年 Sethian J A 和

Osher S<sup>[4]</sup>提出水平集法以减小对有限元网络的依赖性。1993 年 Xie Y M 和 Steven G P<sup>[5]</sup>提出渐进结构法(ESO),通过删除低应力单元进行结构拓扑优化。隋允康等<sup>[6]</sup>提出独立连续映射方法(ICM)。1999 年 Bendsøe M P 和 Sigmund O<sup>[7]</sup>基于变化材料密度,将密度插值函数应用到离散体优化中,通过惩罚中间密度将其转化为连续体优化,提出 SIMP 模型。由于变密度法有设计变量少、程序设计简单、效率高等优点得到

收稿日期:2015-01-04

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51575463)

作者简介:张昆鹏(1990-),男,河南洛阳人,主要从事结构动力分析与优化研究. E-mail:xmuzhkp@stu.xmu.edu.cn

通信联系人:吴晓明,男,副教授,硕士生导师. E-mail:xmwuxm@xmu.edu.cn

广泛研究,变密度法研究的热点是讨论合理的密度插值函数,这类工作以 Stolpe M 等<sup>[8]</sup>提出的 RAMP 模型为代表。

不管是均匀化方法、水平集法、ESO 方法、ICM 方法还是变密度法都是针对结构拓扑优化进行数学建模。拓扑优化模型的求解方法是另一个重要研究方向,传统求解方法通常有优化准则法和数学规划法。左孔天等<sup>[9]</sup>对优化准则法进行了深入分析和讨论,优化准则法优化速度较快,求解效率对设计变量增加不敏感,其缺点是针对不同问题需要构建不同准则,通用性不强。文献[10-12]应用数学规划法中的移动渐进线方法(MMA)和混合移动渐进线方法(MMA-MGCM-MA)求解拓扑优化模型,数学规划法能够应用于不同优化问题,具有良好的适用性及收敛性,由于其收敛时迭代次数较多,优化效率不高。陈树勋等<sup>[13-15]</sup>提出一种称为导重法结构优化求解方法,相较于优化准则法和数学规划法,具有更广泛的适用性和较高的求解效率。李枝东等<sup>[16]</sup>对导重法求解单工况问题进行了研究,刘辛军等<sup>[17]</sup>将导重法引入多工况拓扑优化并对多约束优化问题的拉格朗日乘子求法做了改进。2013 年徐华阳等人<sup>[18]</sup>将导重法与 SIMP 和 EAMP 插值模型结合,进行了考虑结构自重时的结构拓扑优化问题。2015 年陈树勋等人<sup>[19]</sup>将导重法与多性能约束相结合提出一种新结构拓扑优化方法。

Epsilon 算法是基于外推的一种有理逼近方法<sup>[20-22]</sup>,已经应用于结构重分析方法中,具有很好的加速效果<sup>[23]</sup>。2014 年孙作振等<sup>[24-25]</sup>人将 Epsilon 算法用于区间参数改变时的结构重分析。

本研究针对拓扑优化求解算法中迭代次数多,计算效率不高的问题,提出一种基于 Epsilon 算法迭代加速方法。原则上本研究所提方法可以应用于基于迭代求解拓扑优化模型的优化准则法和数学规划法当中。作为算例,本研究将该方法应用于具有更高求解效率的导重算法中,比较其计算效果。

## 1 SIMP 优化模型的导重法求解格式

### 1.1 变密度拓扑优化模型

在拓扑优化中,可以设定不同约束及目标函数来进行优化,常作体积约束下柔度最小化(刚度最大化)优化,通过有限元法建立其数学模型如下所示:

$$\text{Find: } X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T \in \Omega$$

$$\text{Minimize: } C = F^T U$$

$$\text{Subject to: } \sum_{i=1}^n x_i v_i - V^* \leq 0$$

$$F = KU$$

$$0 < x_{\min} \leq x_i \leq 1 (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

式中:  $x_i$ —设计变量,代表每个单元相对密度;  $C$ —结构总柔度,  $F$ —载荷向量,  $U$ —位移向量,  $K$ —结构总体刚度矩阵,  $v_i$ —每个单元初始体积,  $V^*$ —结构总体体积约束。

为避免出现刚度阵奇异,  $x_{\min}$  为一个小量,可令  $x_{\min} = 0.001$ ,  $x_i$  为  $[x_{\min}, 1]$  之间连续值。

### 1.2 SIMP 插值模型

引入插值模型的目的是人为建立起设计变量即单元相对密度与弹性模量之间的关系。在变密度法拓扑优化中两种插值模型应用较为广泛即 SIMP 插值模型和 RAMP 插值模型。本研究应用 SIMP 插值模型来对中间密度进行惩罚。

SIMP 插值模型数学表达式为:

$$f(x_i) = x_i^p, x_i \in [x_{\min}, 1] (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

式中:  $p$ —惩罚因子,引入 SIMP 插值模型后材料弹性模量为:

$$E(x_i) = E_{\min} + x_i^p (E_0 - E_{\min}) = E_{\min} + x_i^p \Delta E \quad (3)$$

$$(\Delta E = E_0 - E_{\min})$$

式中:  $E(x_i)$ —第  $i$  个单元弹性模量,  $E_0$ —材料初始弹性模量,  $E_{\min} = E_0/1000$ 。

引入 SIMP 插值模型后刚度阵、柔度函数和敏度函数为:

$$K = \sum_{i=1}^n (E_{\min} + x_i^p \Delta E) K_i \quad (4)$$

$$C(x) = \sum_{i=1}^n (E_{\min} + x_i^p \Delta E) u_i^T k_i u_i \quad (5)$$

$$C'(x) = -p \Delta E \sum_{i=1}^n x_i^{p-1} u_i^T k_i u_i \quad (6)$$

采用 SIMP 插值模型后体积约束下刚度最大化的数学模型如下所示:

$$\text{Find: } X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T \in \Omega$$

$$\text{Minimize: } C(x) = \sum_{i=1}^n (E_{\min} + x_i^p \Delta E) u_i^T k_i u_i$$

$$\text{Subject to: } \sum_{i=1}^n x_i v_i - V^* \leq 0 \quad (7)$$

$$F = KU$$

$$0 < x_{\min} \leq x_i \leq 1 (i = 1, 2, \dots, n)$$

### 1.3 导重法迭代格式

为了求解式(7)优化问题,构造拉格朗日方程:

$$L = f(X) + \lambda g(X) \quad (8)$$

式中: $\lambda$ —拉格朗日乘子, $f(X)$ —式(7)中  $C(X)$ ,  
 $g(X)$ —式(7)中不等式约束  $\sum_{i=1}^n x_i v_i - V^*$ 。

式(8)需满足 Kuhn-Tucker 优化条件。具体推导过程这里不再赘述,下面给出质量约束下柔度最小化迭代公式:

$$x_i^{(k+1)} = \begin{cases} x_i^U & x_i \geq x_i^U \\ \alpha \left( \frac{G_i}{\lambda H_i} \right)^{(k)} + (1-\alpha)x_i^{(k)} & \\ x_i^L & x_i \leq x_i^L \end{cases} \quad (9)$$

式中: $H_i$ — $x_i$  的堆密度,  $H_i = \partial g / \partial x_i$ ;  $W_i$ — $x_i$  的等效质量,  $W_i = x_i H_i$ ;  $G_i$ — $x_i$  的导重,  $G_i = -x_i \partial f / \partial x_i$ ;  $G$ —总导重,  $G = \sum_{i=1}^N G_i$ ;  $W_0$ —结构约束,比如体积或质量约束;  
 $\lambda$ —拉格朗日乘子,  $\lambda = G / W_0$ 。

## 2 Epsilon 算法及其在向量序列上的扩展

Epsilon 算法是一种有理逼近算法,可以作为 Pade 近似和 Shanks 变换的有效计算形式,此算法能够加速原序列收敛速度,有关理论见参考文献 [19-21]。

假设某一序列  $\{s_0, s_1, s_2, \dots\}$ , 构造迭代格式:

$$\varepsilon_{-1}^{(j)} = 0 \quad (10)$$

$$\varepsilon_0^{(j)} = s_j \quad (11)$$

$$\varepsilon_{k+1}^{(j)} = \varepsilon_{k-1}^{(j+1)} + [\varepsilon_k^{(j+1)} - \varepsilon_k^{(j)}]^{-1} \quad j, k = 0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

下面用  $n = 4$  的 Epsilon 算法表来说明迭代计算过程, Epsilon 迭代格式图如图 1 所示。

|       |                       |                       |                       |                       |      |
|-------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------|
| 0     | 0                     | 0                     | 0                     | 0                     | 0    |
| $s_0$ | $s_1$                 | $s_2$                 | $s_3$                 | $s_4$                 | L... |
|       | $\varepsilon_1^{(0)}$ | $\varepsilon_1^{(1)}$ | $\varepsilon_1^{(2)}$ | $\varepsilon_1^{(3)}$ | L... |
|       |                       | $\varepsilon_2^{(0)}$ | $\varepsilon_2^{(1)}$ | $\varepsilon_2^{(2)}$ | L... |
|       |                       |                       | $\varepsilon_3^{(0)}$ | $\varepsilon_3^{(1)}$ | L... |
|       |                       |                       |                       | $\varepsilon_4^{(0)}$ | L... |

图 1 Epsilon 迭代格式图

当序列  $\{s_0, s_1, s_2, \dots\}$  为向量时,除倒数外其迭代公式与式(10) - (11) 相同,定义向量倒数:

$$u^{-1} = \frac{u^*}{(u^H u)} = \frac{u^*}{\sum_{i=1}^d |u_i|^2} \quad (13)$$

式中:上标 \*—复数共轭,上标  $H$ —Hermitian 共轭。向量 Epsilon 迭代计算表与图 1 一致。

例 2.1 有以下向量序列:

$$s_0 = (-0.1, 1.5)^T$$
$$s_{j+1} = s_0 + G s_j \quad j = 0, 1, 2, \dots$$
$$G = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.5 \\ -1 & 0.5 \end{bmatrix}$$

从以上方程可以得到  $\lim_{j \rightarrow \infty} s_j \rightarrow (1, 1)^T$ , 也就是方程  $Ax = s_0$  的解,其中  $A = I - G$ 。

笔者对上式向量序列使用 Epsilon 算法,可得结果如图 2 所示。

|                                                |                                               |                                               |                                                |                                              |                                        |
|------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|------------------------------------------------|----------------------------------------------|----------------------------------------|
| $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$         | $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$        | $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$        | $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$         | $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$       | $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ |
| $\begin{pmatrix} -0.10 \\ 1.50 \end{pmatrix}$  | $\begin{pmatrix} 0.59 \\ 2.35 \end{pmatrix}$  | $\begin{pmatrix} 1.43 \\ 2.08 \end{pmatrix}$  | $\begin{pmatrix} 1.80 \\ 1.11 \end{pmatrix}$   | $\begin{pmatrix} 1.54 \\ 0.26 \end{pmatrix}$ |                                        |
| $\begin{pmatrix} 0.58 \\ 0.71 \end{pmatrix}$   | $\begin{pmatrix} 1.08 \\ -0.35 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0.34 \\ -0.90 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} -0.33 \\ -1.08 \end{pmatrix}$ |                                              |                                        |
| $\begin{pmatrix} 0.96 \\ 1.58 \end{pmatrix}$   | $\begin{pmatrix} 0.56 \\ 1.43 \end{pmatrix}$  | $\begin{pmatrix} 0.41 \\ 0.75 \end{pmatrix}$  |                                                |                                              |                                        |
| $\begin{pmatrix} -1.12 \\ -1.19 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0.03 \\ -2.30 \end{pmatrix}$ |                                               |                                                |                                              |                                        |
|                                                | $\begin{pmatrix} 1.01 \\ 0.99 \end{pmatrix}$  |                                               |                                                |                                              |                                        |

图 2 例 2.1Epsilon 迭代格式图

如图 2 所示,仅仅 5 个原向量序列值,经过 Epsilon 算法后得到的值已经与收敛值  $(1, 1)^T$  非常近似,而原向量序列  $\{s_j\}$  的收敛速度非常缓慢。因此向量 Epsilon 算法可以加快向量序列收敛速度。

值得注意的是,在 Epsilon 算法表中奇数行没有意义,只有偶数行才有用。

## 3 Epsilon 算法在导重法迭代格式中的应用

在基于 Epsilon 算法导重法拓扑优化过程中,首先用导重法迭代  $k$  次,然后将得到的设计变量序列后  $m$  个作上节所示 Epsilon 算法,得到新设计变量,以这个新设计变量作为下次优化的初值进行迭代,以此类推,直到满足收敛条件。

- 以下为优化迭代的具体过程:
- 第一步。给设计变量  $X_0$  赋值,并设定优化参数,循环次数  $Iter = 0$ ;
- 第二步。进行拓扑优化,得到新设计变量值;
- 第三步。是否满足收敛条件,若满足,则停止迭代,若不满足,则进行下一步;
- 第四步。循环次数  $Iter$  是否大于等于  $k$ ,若满足,则对设计变量序列后  $m$  个进行 Epsilon 算法,若不满足,则直接进行第五步;
- 第五步。更新设计变量,  $Iter = Iter + 1$ 。
- 重复上述第二步至第五步,直到满足收敛条件为止。
- 优化过程如图 3 所示。

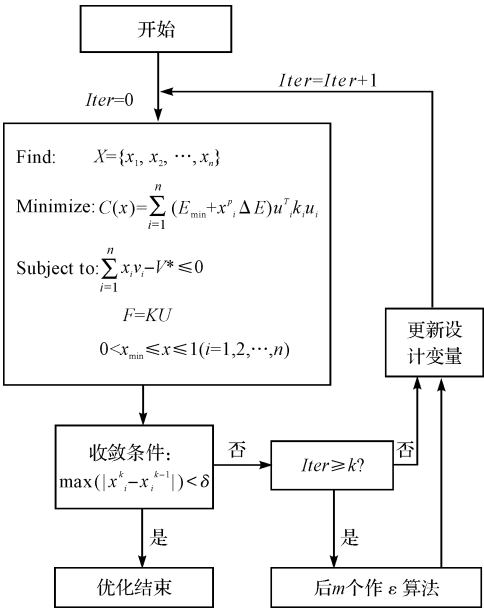
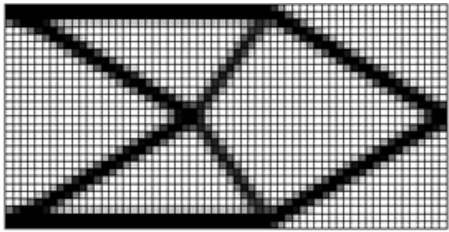
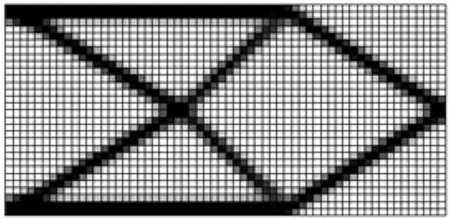


图 3 优化过程

导重法及基于 Epsilon 算法导重法优化结果如图5所示。



(a) 导重法优化结果



(b) 基于Epsilon算法导重法优化传导

图 5 导重法及优化结果

4 算例对比分析

本研究以下两个算例为文献[15,16]中算例,分别用导重法及本研究提出的基于 Epsilon 算法导重法拓扑优化方法做优化,对比优化结果。

4.1 单工况条件下的优化

一个长  $l = 60\text{ mm}$ , 宽  $w = 30\text{ mm}$  的矩形如图 4 所示。

材料去除率为 70%, 即约束因子  $f = 0.3$ , 收敛条件  $\delta$  取 0.01。

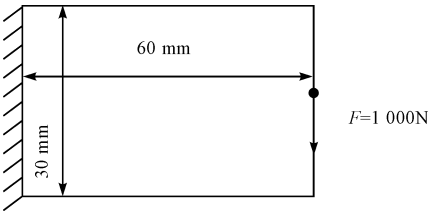


图 4 悬臂梁设计域示意图

设计域左端被约束,右端中点受到一个竖直向下的拉力  $F = 1\ 000\text{ N}$ 。

其他优化参数如表 1 所示。

表 1 拓扑优化参数

| 参数               | 值                    | 含义   |
|------------------|----------------------|------|
| $E_0/\text{MPa}$ | $2.06 \times 10^5$   | 弹性模量 |
| $\mu$            | 0.3                  | 泊松比  |
| $p$              | 3                    | 惩罚因子 |
| $\alpha$         | 0.5                  | 步长因子 |
| $x_0$            | $[1, 1, \dots, 1]^T$ | 初始值  |
| $k$              | 8                    | 迭代次数 |
| $m$              | 3                    | 向量个数 |

目标函数(柔度值)对迭代过程变化规律如图 6 所示。

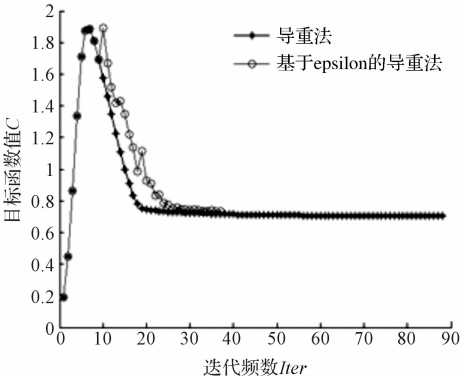


图 6 目标函数(柔度值)随迭代次数变化规律

结果对比如表 2 所示。

表 2 结果对比

| 优化方法        | 终止迭代步 | CPU 时间/s |
|-------------|-------|----------|
| 导重法         | 88    | 40.94    |
| Epsilon-导重法 | 37    | 19.02    |

从优化结果可知,单工况条件下导重法需 88 次迭代后柔度值收敛于 0.704, 计算机 CPU 时间为 40.94 s。使用本研究提出的基于 Epsilon 算法导重法优化只需 37 次迭代即可满足收敛条件,收敛于0.733, CPU 时间为 19.02 s。可知,Epsilon 算法加速了原序列收敛速度。

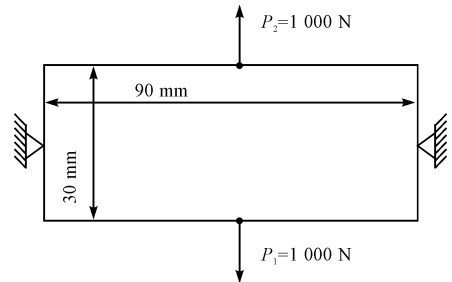
4.2 多工况条件下拓扑优化

初始设计域如图 7(a) 所示。设计域为  $90\text{ mm} \times 30\text{ mm}$  矩形,左、右两端中点被约束,上、下两端中点受

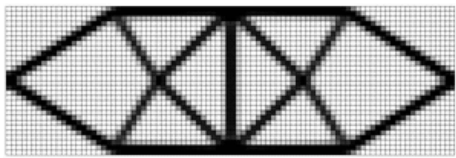
竖直拉力  $P_1 = P_2 = 1\,000\text{ N}$ , 权重因子为  $w_1 = w_2 = 0.5$ , 要求去除材料 70%, 即约束因子  $f = 0.3$ , 其他优化参数如表 3 所示。收敛条件  $\delta$  取 0.01。导重法及基于 Epsilon 算法导重法优化结果如图 7(b)、7(c) 所示。

表 3 拓扑优化参数

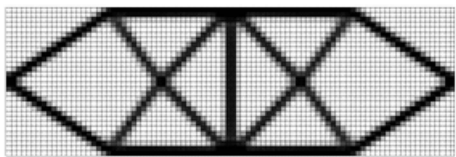
| 参数               | 值                    | 含义   |
|------------------|----------------------|------|
| $E_0/\text{MPa}$ | $2.06 \times 10^5$   | 弹性模量 |
| $\mu$            | 0.3                  | 泊松比  |
| $\rho$           | 3                    | 惩罚因子 |
| $\alpha$         | 0.5                  | 补偿因子 |
| $x_0$            | $[1, 1, \dots, 1]^T$ | 初始值  |
| $k$              | 9                    | 迭代次数 |
| $m$              | 3                    | 向量个数 |



(a) 初始设计域



(b) 导重法优化结果



(c) 基于 Epsilon 算法导重法优化结果

图 7 初始设计域及优化结果

目标函数(柔度值)随迭代次数变化过程如图 8 所示。

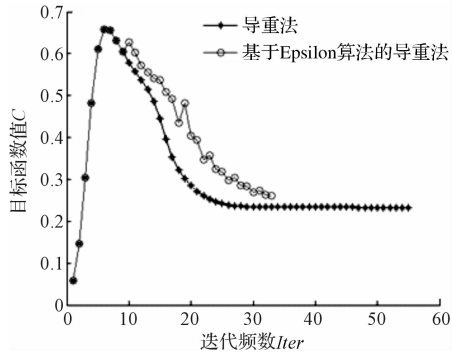


图 8 目标函数(柔度值)随迭代次数变化规律

结果对比如表 4 所示。

表 4 结果对比

| 优化方法        | 终止迭代步 | CPU 时间/s |
|-------------|-------|----------|
| 导重法         | 55    | 125.19   |
| Epsilon-导重法 | 33    | 86.36    |

从表 4 可知,多工况条件下导重法经过 55 次迭代后柔度值收敛于 0.233, 计算机 CPU 时间 125.19 s。使用本研究提出的基于 Epsilon 算法加速导重法只需 33 次迭代即可满足收敛条件, 柔度值收敛于 0.260, CPU 时间为 86.36 s。可知, Epsilon 算法加速了原序列收敛速度, 节省了大量计算机资源。

5 结束语

本研究将向量 Epsilon 算法引入到拓扑优化模型求解过程中,在拓扑优化模型的导重法迭代求解基础上构造出新的迭代格式。通过单工况及多工况两个算例验证所提方法的有效性,从表 2、表 4 两个算例的优化结果对比分析可以看出,基于 Epsilon 算法的导重法迭代所需 CPU 时间比单纯导重法迭代减少 53.5%、30.9%。

本研究笔者所提方法具有简单易操作、收敛速度快等优点。由于所提出的方法是针对迭代序列加速收敛,可以方便地移植到基于迭代求解拓扑优化模型的优化准则法和数学规划法当中,形成加速收敛的拓扑优化求解新算法。

参考文献(References):

[1] BENDSOE M P, SIGMUND O, Topology optimization: Theory, Methods, and Applications [M]. New York: Methods and Applications, 2003.

[2] CHENG K T, OLHOFF N. An investigation concerning optimal design of solid elastic plates[J]. **International Journal of Solids & Structures**, 1981, 17(3): 305 - 323.

[3] BENDSØ M P, KIKUCHI N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method [J]. **Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering**, 1988, 71(2): 197-224.

[4] OSHER S, SETHIAN J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations [J]. **Journal of Computational Physics**, 1988, 79(1): 12-49.

[5] XIE Y M, STEVEN G P. A Simple Evolutionary Procedure for Structural Optimization[J]. **Computers & Structures**, 1993, 49(5): 885-896.

[6] 隋允康, 彭细荣. 结构拓扑优化 ICM 方法的改善[J]. 力

- 学学报,2005,37(2):190-198.
- [7] BENDSØE M P, SIGMUND O. Material interpolation schemes in topology optimization[J]. **Archive of Applied Mechanics**,1999,69(69):635-654.
- [8] STOLPE M, SVANBERG K. An alternative interpolation scheme for minimum compliance optimization[J]. **Structural & Multidisciplinary Optimization**,2001,22(2):116-124.
- [9] 左孔天,陈立平,钟毅芳等. 基于人工材料密度的新型拓扑优化理论和算法研究[J]. 机械工程学报,2004,40(12):31-37.
- [10] 王晓慧,荣见华,赵志军,等. 基于移动渐进线展开式的结构位移拓扑优化[J]. 长沙理工大学学报,2009,6(2):33-38.
- [11] 李海军,罗 静,龚 姣. 结合专家群体评估法的渐进结构优化算法[J]. 机械,2014,41(7):60-63.
- [12] ZUO Kong-tian, ZHAO Yu-dong, CHEN Li-ping, et al. New HMM algorithm for topology optimization[J]. **Chinese Journal of Mechanical Engineering**,2005,18(3):346-350.
- [13] CHEN SHU-XUN, YE SHANG-HUI. A GUIDE-WEIGHT CRITERION METHOD FOR THE OPTIMAL DESIGN OF ANTENNA STRUCTURES[J]. **Engineering Optimization**,1986,10(3):199-216.
- [14] 陈树勋. 精密复杂结构的几种现代设计方法[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,1992.
- [15] 陈树勋. 工程结构系统的分析、综合与优化设计[M]. 北京:中国科学文化出版社,2008.
- [16] 李枝东,刘辛军. 导重法求解单工况的拓扑优化问题[J]. 机械工程学报,2012,47(15):107-114.
- [17] 刘辛军,李枝东,陈 祥. 多工况拓扑优化问题的一种新解法——导重法[J]. 中国科学:技术科学,2011,41(7):920-928.
- [18] XU H, GUAN L, CHEN X, et al. Guide-Weight method for topology optimization of continuum structures including body forces[J]. **Finite Elements in Analysis & Design**,2013,75(3):38-49.
- [19] CHEN S X, WWI Q F, HUANG J C. Guide-weight method for structural topology optimization[J]. **Jisuan Lixue Xuebao/Chinese Journal of Computational Mechanics**,2015,32(2):160-166.
- [20] WYNN P. The Epsilon Algorithm and Operational Formulas of Numerical Analysis[J]. **Mathematics of Computation**,1961,15(74):151-158.
- [21] WYNN P. On the Convergence and Stability of the Epsilon Algorithm[J]. **Siam Journal on Numerical Analysis**,1966,3(1):91-122.
- [22] WYNN P. Acceleration Techniques for Iterated Vector and Matrix Problems[J]. **Math Comp**,1962,16(16):301-301.
- [23] WU Xiao-ming, Chen Su-huan, YANG Zhi-Jun, et al. Static displacement reanalysis of modified structures using the epsilon algorithm[J]. **AIAA Journal**,2007,45(45):2083-2086.
- [24] SUN Z Z, MENG G W, LI F, et al. Multi-Objective Control Method in Structural Stress Interval Reliability Based on Epsilon Algorithm[J]. **Applied Mechanics & Materials**,2014(483):625-629.
- [25] SUN Z Z, MENG G W, ZHOU L M, et al. Multi-objective Control Method in Structural Displacement Interval Reliability Based on Epsilon Algorithm[J]. **Advanced Materials Research**,2014(893):707-711.

[编辑:李 辉]

## 本文引用格式:

张昆鹏,吴晓明. 基于 Epsilon 算法加速的导重法拓扑优化求解研究[J]. 机电工程,2016,33(5):521-526.

ZHANG Kun-peng, WU Xiao-ming. Convergence acceleration of guide-weight method on solving topology optimization models using Epsilon-algorithm[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2016,33(5):521-526.《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>