

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2016.07.002

平面闭链机构的缩杆邻接矩阵变更研究^{*}

曹纯俊, 贺华波^{*}

(宁波大学 机械工程与力学学院, 浙江 宁波 315211)

摘要:针对平面闭链机构运动特性集成的问题,对闭链机构的设计过程、闭链机构运动链数目综合过程、缩杆邻接矩阵表示、去同构链、去呆链等方面进行了研究,以此获得了各杆件不同自由度的缩杆邻接矩阵数目表。通过对各缩杆邻接矩阵的比较,提出了少杆与多杆机构局部同构的识别方法,建立了平面闭链少杆机构向多杆机构的过渡过程,在此基础上给出了平面闭链机构的缩杆邻接矩阵变更过程。最后,运用平面闭链机构缩杆邻接矩阵变更方法对现有的飞剪机构进行了改进,验证了该变更过程的可行性。研究表明:平面闭链多杆机构可以由少杆机构添加若干杆件及运动副获得。

关键词:平面闭链机构;运动链综合;同构链;呆链;

中图分类号:TH112

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2016)07-0782-07

Change of contracted link adjacency-matrix for planar closed-chain mechanism

CAO Chun-jun, HE Hua-bo

(The Faculty of Engineering and Mechanics, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: In order to solve the problems of the full use of existing planar closed-chain mechanism and to synthesize the contracted link adjacency matrix (CLAM), the solving program about how to remove the isomorphic chains and rigid chains was presented by analyzing the mechanism design process of planar closed-chain. After the comparison of the CLAM, the method about how to change the number of link and joint from less to more was introduced. The two matrix with different ranks but have several same determinant factors can be considered as the local isomorphism and then the change process of the CLAM in planar closed-chain mechanism were determined. At last, the transform of planar closed-chain mechanism was verified by improving the flying shear mechanism. The results indicate that the new planar closed-chain mechanism will be achieved by change the number of link and joint from the previous.

Key words: planar closed-chain mechanism; kinematic synthesis; isomorphic chain; rigid chain;

0 引 言

闭链机构被广泛地应用于制造业各个分支中(工业机器人、工程机械、高精度工具以及链传动)。其中运动链的数目综合在当今的机构和机械设计中占有重要的地位^[1-2],可以满足客户对机构类型多样性的需求^[3-4]。运动链的综合主要指由一定数量构件和一定类型的运动副,能够组成的具有某一自由度的运动链总数目^[5],该过程属于数综合,并不涉及机构间各部

件的几何形状、物理尺寸的确定。

运动链数目综合主要是通过分析构件与运动副之间的相互连接关系获得,为了简化构件和运动副,建立二者之间的关系,可以通过图论(graph theory)^[6]及机械拓扑矩阵(mechanism topology matrix, MTM)等方法来判断,其中包括去“同构链”^[7]、去“呆链”。在运动链的综合和分析中,图论已经使用了很长一段时间, Lu Y 等人^[8-9]利用图论的基本知识对闭链机构综合过程中系统自由度、局部自由度、冗余约束及连杆相互连接关系作出了系统性的分析。

收稿日期:2015-12-08

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51375246)

作者简介:曹纯俊(1990-),男,江苏仪征人,硕士研究生,主要从事机械设计理论与方法方面的研究。E-mail:948350140@qq.com

通信联系人:贺华波,男,博士,副教授。E-mail:hehuabo@nbu.edu.cn

文献[10-14]讨论了单铰链、复合铰链机构运动链拓补图表示,分析了运动链数目求解过程,给出了各杆件不同自由度下的运动链数目综合结果,但只是讨论各杆件、运动副之间的相互连接关系,并没有进一步讨论不同杆件的运动链之间的相互连系。如果多杆机构可以通过少杆机构增加杆件和运动副的方法获得,从设计的角度考虑,这种充分利用以前的机械结构特征的设计方法既能保证机械产品使用的可靠性,又能缩短开发周期。

通过对机械产品功能耦合性分析^[15-16]可知机械产品其根本属性会受到自身物理属性的限制,只有物理属性间匹配了,与各物理属性对应的功能才能存在于同一个机械系统中。颜鸿森等人^[17]针对闭链机构,提出了“创造出与既有设计具有相同拓扑结构特性的设计方案”,建立了一般化转动副 (generalized revolute joint) 转换过程,解决了平面闭链机构中物理层面结构兼容的问题。

由此,本研究针对平面闭链机构中各构件兼容性较好的特点,利用多杆之间的相互转化,建立平面闭链机构缩杆邻接矩阵变更过程,从而实现机械系统运动特性集成。

1 闭链机构创新设计过程分析

闭链机构创新设计流程如图 1 所示。

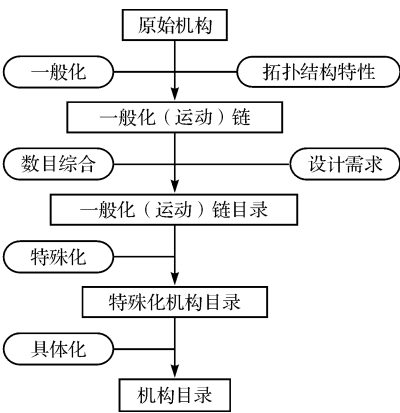


图 1 闭链机构的创新设计流程

- 第一步,找出符合设计要求的原始机构;
- 第二步,按照拓扑结构特性对原始机构进行一般化处理,从而获得原始机构的一般化运动链;
- 第三步,生成与一般化运动链有相同构件数目和连接数目的一般化运动链数目;
- 第四步,指定第三步中综合的一般化运动链的构件和连接类型,获得相应机构的特殊化机构目录。
- 第五步,该过程与第二步的实施过程相反,是将第四

步中获得的特殊化机构具体化,即获得机构的物理尺寸。

1.1 一般化(运动)链的获得

在将原始机构进行一般化处理前必须以一般化原则为前提,按照一般化规则来执行。

一般化原则:

- (1) 机构中的连接都转化成一般化转动连接。
- (2) 机构中的构件都转化成一般化连杆。
- (3) 转化前后的机构拓扑附随和邻接关系不变。
- (4) 转化前后的自由度不变。

一般化规则:主要是将原始机构进行最基本化,简化为只含有一般化转动副和一般化连杆。为了简略,下文所述的连接都为一般化转动副,所述杆都为一般化连杆。

1.2 一般化(运动)链的数目综合

原始机构简化后的一般化杆数目为 N ,一般化转动副数目为 J ,即综合出具有 N 个一般化杆和 J 个一般化转动副的一般化链的总数目,称为一般化(运动)链的数目综合。为了能够方便地使用 Matlab 软件讨论各杆件之间的连接关系,需建立杆件的缩杆邻接矩阵 (Contracted link adjacency matrix)。矩阵中的非对角线数字表示杆件的连接关系,对角线数字表示连杆类型。

1.2.1 缩杆邻接矩阵 (MCLA)

在缩杆邻接矩阵中,对角线的元素表示杆件的种类,对于含有 3 个或 3 个以上转动副的杆件,直接以含有转动副数目来表示。

对于含有 v 个二副杆串联的杆件用 $-v$ 来表示,连杆类型如图 2 所示,其中图 2(c)、2(d)表示缩杆类型。

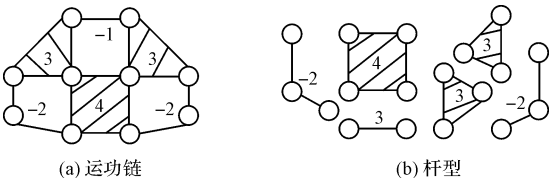
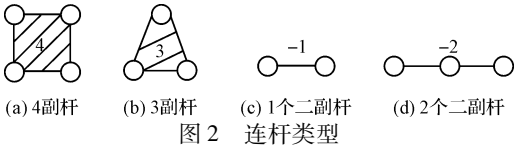


图 3 8杆10运动副类型的运动链及各杆件类型

缩杆邻接矩阵中非对角线元素表示两杆相互间连接数目,因此可以用 0、1、2 来表示,0 表示两杆间无连接关系,1 表示两杆间有一个连接关系,2 表示两杆间有两个连接关系,获得连杆的种类后对角线元素按照不增的顺序排列,对于图 3(a) 中的运动链其缩杆邻接矩阵可以表示为:

$$M_{CLA} = \left[\begin{array}{cccccc} 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -2 \end{array} \right],$$

$$M_{CLA} = \left[\begin{array}{c|c} \frac{MM}{CM} & \frac{MC}{CC} \end{array} \right].$$

缩杆邻接矩阵可以划分为 4 个部分: MM 矩阵、 MC 矩阵、 CM 矩阵、 CC 矩阵。 MM 矩阵是以多副杆类型为对角线的矩阵,表示多副杆之间的连接关系, CC 矩阵是以缩杆类型为对角线的矩阵,而另外 MC 和 CM 矩阵互为转置矩阵,表示多副杆与缩杆之间的连接关系。

1.2.2 缩杆邻接矩阵的求解步骤分析

一般化运动链的综合问题,是一个十分复杂的过程,且计算量很大。将对一般化运动链的综合问题转化为相应缩杆邻接矩阵的综合问题,可以很好地利用 Matlab 软件来计算:

(1) 根据原始机构的杆件数 N 和自由度数 F , 求出相应的机构转动副数 J 。

平面自由度计算公式如下式所示:

$$F = 3 \times (N - 1) - 2 \times J \quad (1)$$

在原始机构中如果按照一般化规则将当中除转动副以外的运动副都化为转动副,过程繁琐,容易出错,可以由式(1)直接求得相应的转动副数目 $J = (3 \times (N - 1) - F)/2$ 。考虑不包括单环链, $j_{\min} = N + 1$, 可得 $F_{\max} = N - 5$ 。

(2) 计算连杆类配 $LA = [n_2, n_3, \dots, n_q]$ 。在连杆类配中 q 表示连杆的类型, n_q 表示该类型杆件的数目,各类型杆件的数目满足下式:

$$\begin{cases} n_2 + n_3 + \dots + n_q = N \\ 2n_2 + 3n_3 + \dots + qn_q = 2J \end{cases} \quad (2)$$

$$q = \begin{cases} J - N + 2, N \leq J \leq 2N - 3 \\ N - 1, 2N - 3 \leq N \leq (N(N - 1)/2) \end{cases} \quad (3)$$

由式(2)所求得的 9 杆 2 自由度 $n_3, n_4, \dots, n_q$ 的值作为 MM 矩阵对角线的元素,如表 1 所示。

表 1 $LA(9\ 2)$ 连杆类配

n_2	n_3	n_4	n_5
7	0	2	0
7	1	0	1
6	2	1	0
5	4	0	0

(3) 根据式(2)所求的 n_2 值求相应的缩杆类配 $CA = [b_1, b_2, \dots, b_r]$ 。在缩杆类配中 r 表示缩杆的类

型,其中 $r = F + 1$,各杆件数目满足下式(4):

$$\begin{cases} b_1 + b_2 + \dots + b_r = N_c \\ b_1 + 2b_2 + \dots + rb_r = n_2 \end{cases} \quad (4)$$

$$J_m - J_{m1} \leq N_c \leq \min\{n_2, J_m\} \quad (5)$$

$$2J_m = 3n_3 + 4n_4 + \dots + qn_q \quad (6)$$

$$2J_{m1} = \begin{cases} 0, N_m = 1 \\ 3(N_m - 1) - 1, N_m = 2 \setminus 4 \dots \\ 3(N_m - 1) - 2, N_m = 3 \setminus 5 \dots \end{cases} \quad (7)$$

由式(4 ~ 7)可以求得表 1 中 7、6、5 的缩杆类配 CA ,如表 2 所示。

表 2 $CA(7,6,5)$ 缩杆类配

n_2	7	6	5
b_1	0 1 1 2 0 1 2 3 4 0 1 2 3 5		
b_2	2 0 3 1 3 1 2 0 1 1 2 0 1 0		
b_3	1 2 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 0		

缩杆与多副杆之间的连接关系用 0、1、2 表示,且只有当缩杆中的连杆数超过 2 时才能为 2。

(4) 在获得缩杆邻接矩阵的对角线元素后,对于多副杆而言,对角线上的数字大小等于所在行或所在列总和的一半;对于缩杆所在的行或所在列的和(不包括对角线元素)都等于 2,则有以下式:

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_m} e_{ij} = 2J_m - 2N_c, i = 1 \setminus 2 \setminus 3 \dots N_m \quad (8)$$

(5) 去同构链及呆链。由图论知识可知第 4 步中综合出的缩杆矩阵存在同构的情况:两个运动链具有相同的连接关系,因此当中的同构矩阵只保留一个。在缩杆邻接矩阵中重新将杆件排序后再任意交换其行和列后,两个缩杆邻接矩阵相同可以判断两个缩杆邻接矩阵同构,而“同构”可以通过判断两缩杆矩阵的各级行列式因子是否相同来区分^[18]。

呆链是指所构成的一般化运动链中含有非正自由度的子链。由平面自由度公式(1)可以知道,一个局部机构含有 3 杆 3 转动副、5 杆 6 转动副、7 杆 9 转动副等结构时自由度为 0,即局部机构自由度为 0 时形成“呆链”,应将满足下式以内的 n 杆 j 转动副呆链去除:

$$\begin{cases} b_1 + n_3 + n_4 + \dots + n_q \geq n \\ J_m - N_c + 2b_1 \geq j \end{cases} \quad (9)$$

对于求得的缩杆矩阵中的元素满足下式:

$$\left(\sum_{i=1}^{N_m+N_c-1} \sum_{j>i}^{N_m+N_c} e_{ij} \right) = \frac{3(N_1 - 1)}{2} \quad (10)$$

同时对应元素 e_{ij} 的下标 i, j (杆) 的个数也为 N_1 时,可知该缩杆矩阵中含有呆链结构,应去除。公式(10)中 N_1 的取值范围为 $[3, N]$ 以内的奇数。

1.3 缩杆邻接矩阵 Matlab 求解结果

由于缩杆邻接矩阵数目综合计算量较大,本研究借助 Matlab 程序进行计算。此程序中各变量的初始值

为0,矩阵的变量初始值为空矩阵,当设计人员输入杆数和自由度数后,便可获得缩杆邻接矩阵 *MCLA*,数目及类型如表3所示。

表3 缩杆邻接矩阵数目综合

<i>N</i>	<i>J</i>	<i>N_m,N_c</i>																							
		1,2	1,3	2,2	2,3	2,4	2,5	3,3	3,4	3,5	3,6	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	5,3	5,4	5,5	5,6	6,2	6,3	6,4	6,5
6	7			1	1																				
7	8	1		1	2																				
8	10				1	1		2	2	1		2	4	3											
8	9	1		3	3																				
9	11				2	3		7	7	2		2	9	6	2										
9	10	2		3	5																				
10	13					1	1		4	5	2		6	32	28	7		20	54	21		5	24	21	
10	12		1		5	8		16	16	6		4	17	18	5	2									
10	11	2		5	7																				
11	14					2	3		20	25	10		16	111	108	28	4	59	174	104	22	6	52	66	29
11	13		1		10	13		28	36	13		4	29	36	16	3									
11	12	3		5	11																				

按表3的形式统计缩杆邻接矩阵数目优点在于设计人员可以快速查找出与已知矩阵有相同连接关系的其他矩阵,只要保证找出的矩阵中 *N_m* 和 *N_c* 的值不小于原先矩阵中 *N_m* 和 *N_c* 的值即可,具体分析见第2节。

2 机构缩杆邻接矩阵变更过程实现

2.1 不同运动特性的平面闭链机构获取

下文(1)、(2)部分为一般的机构创新方法,本研究在此基础上给出了改变原机构中杆件和运动副数目,重新获得机构拓扑结构,实现机构创新,具体过程如(3)部分所述。

(1)针对同一运动链类型选不同构件为机架或改变杆件物理尺寸。原机构中各杆件的连接关系没有变化,在机构当中以不同的构件为机架或改变杆件的物理尺寸可以获得不同的运动特性。如在四杆机构中,满足杆长条件,以最短杆为机架可以获得双曲柄机构;以最短杆的邻杆为机架可以获得曲柄摇杆机构;以最短杆的对杆为机架可以获得双摇杆机构。

(2)改变各杆件相互连接关系。不增加或减少杆件及转动副数目,将原来的杆件重新连接,改变各杆件相互间的连接关系,在此基础上设定不同杆件为机架,以此获得不同的运动特性,各杆件之间的重新组合方式可以通过运动链数目综合获得。以6杆1自由度平面闭链机构为例,通过 Matlab 对其缩杆矩阵综合可以获得满足要求的两个缩杆矩阵,如图4所示。

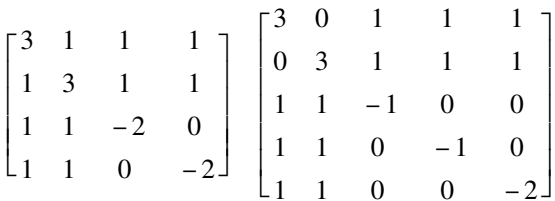


图4 6杆1自由度缩杆邻接矩阵

缩杆矩阵反映了各类型杆件之间的连接关系,可以进一步转化为运动链,6杆1自由度运动链目录如图5所示。

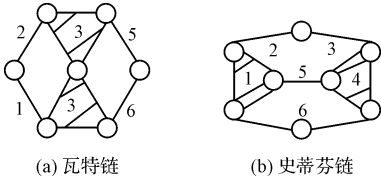


图5 6杆1自由度运动链目录

(3)改变原机构中杆件和运动副数目,重新获得机构拓扑结构。改变原机构中杆件和运动副数目是指在原机构系统中增加或减少杆件数目或运动副数目。以增加杆件和运动副数目为例,为了保证原机构当中的连接关系不变,且新机构易于获得,这就要保证原机构和新机构的缩杆矩阵有着较高的“相似度”。由平面自由度公式(8)可知,要想自由度不发生改变,所加杆件数目须为偶数个。通过图6(a)添加两根杆及3个转动副可以获得图6(b),虚线连接的部分可以看做8杆1自由度运动链,运动链如图6所示。

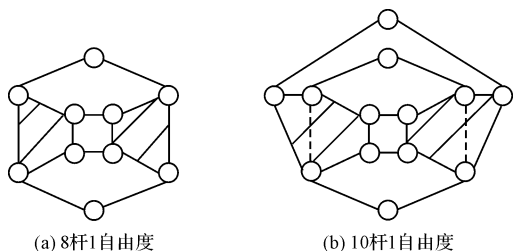


图 6 运动链

写出对应的缩杆邻接矩阵如图 7 所示。

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

(a) 8 杆 1 自由度缩杆邻接矩阵

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

(b) 10 杆 1 自由度缩杆邻接矩阵

图 7 缩杆邻接矩阵

比较图 7(a)、7(b) 两个矩阵可以知道,在 10 杆 1 自由度矩阵中,虚线方框所包括的范围各杆件的连接关系与 8 杆 1 自由度各杆件的连接关系是一致的,虽然对角线上多副杆标的是 5,但与之连接的运动副数目为 4,多副杆上其中的一个运动副其实是没有用的,该虚线方框范围内的缩杆矩阵可以近似看成 8 杆 1 自由度缩杆矩阵,图 7(a) 和 7(b) 的虚线部分同构,由此可知多杆机构可以由少杆机构增加若干杆件及运动副获得。

2.2 平面闭链机构缩杆邻接矩阵变更过程

本研究调整杆件及运动副数目,以原机构的缩杆矩阵为基础,在多副杆缩杆矩阵数目综合中找出具有此类特征的多杆矩阵,多出来的杆件即为增加的杆件。若多杆缩杆邻接矩阵的行列式因子完全包含少杆的行列式因子,则该多杆结构包含少杆结构,可理解为少杆与多杆机构“局部同构”。注意的是在算局部各阶行列式因子时,对角线的多副杆类型元素应等于该局部矩阵中非对角线上行或列的和,如图 7(b) 中虚线所包围矩阵中 5 应改为 4。

以增加杆件方案为例,由平面自由度公式(8)可知最少杆的机构(单环杆除外)为 6 杆 1 自由度,由 Matlab 求解程序可以获得相应的缩杆矩阵,具体的矩阵变更过程如图 8 所示(其中:虚线箭头表示对原矩阵的数目综合,实线箭头表示两平面闭链机构缩杆邻接矩阵变更过程)。

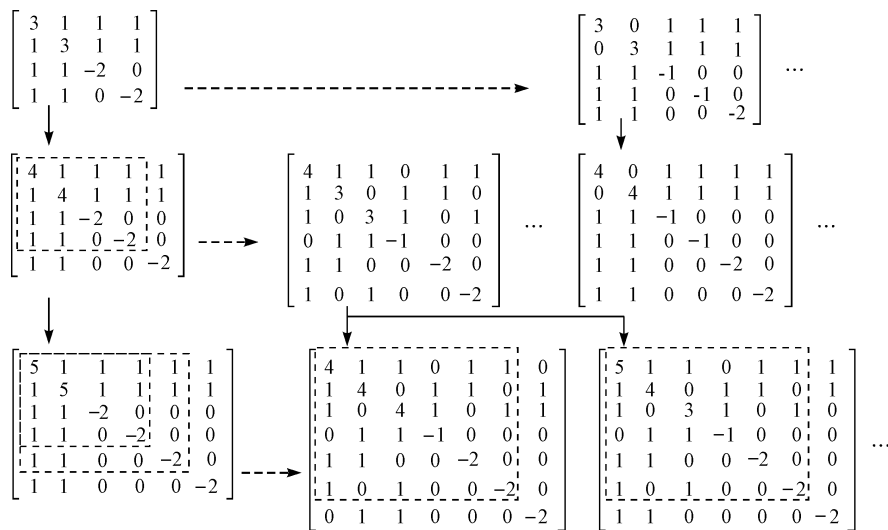


图 8 平面闭链机构缩杆邻接矩阵变更过程

3 平面闭链机构缩杆邻接矩阵变更案例分析

飞剪机构简图如图 9(a) 所示(图中:1—机架,2—主动件并绕机架 1 逆时针转动)。当材料经过构件 3、

4 时被剪断,构件 3、4 刀口处看成高副连接,图 9(a) 可以简化为图 9(b),为 6 杆 1 自由度瓦特型链。此时的机构只具有切断功能,为了能够使机构同时具有“切断”及“送料”功能,需对机构进行改进。

本研究首先将原机构一般化,获得相应机构的一

般化运动链如图 5(a) 所示,并求出缩杆邻接矩阵;接着按照平面闭链机构缩杆邻接矩阵变更过程,按照方法三找出符合要求的 8 杆 1 自由度缩杆邻接矩阵,对应运动链如图 10(a~f) 所示;最后将运动链特殊化,考虑到结构的对称性,图 10(a) 特殊化后得到图 11(a);图 10(b) 特殊化后得到图 11(b);图 10(c) 特殊化后得到图 11(c)、11(d);图 10(f) 特殊化后得到图 11(e)、11(f)。另外杆件 5、6 为简化杆件的特殊性,因此图 10(d)、10(e) 无法特殊化。最后给出机械系统合适的几何参数,使得滑块的运动轨迹与材料运动轨迹一致,保证直线运动即可。

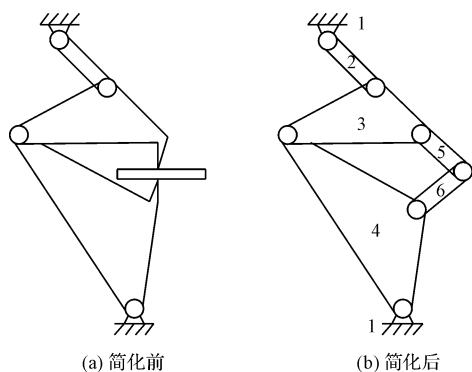


图9 原飞剪机构

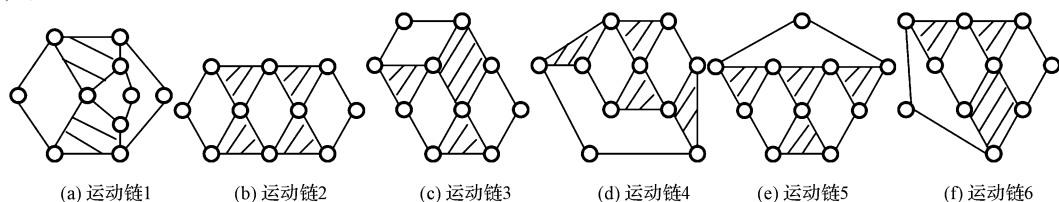


图10 8杆1自由度运动链

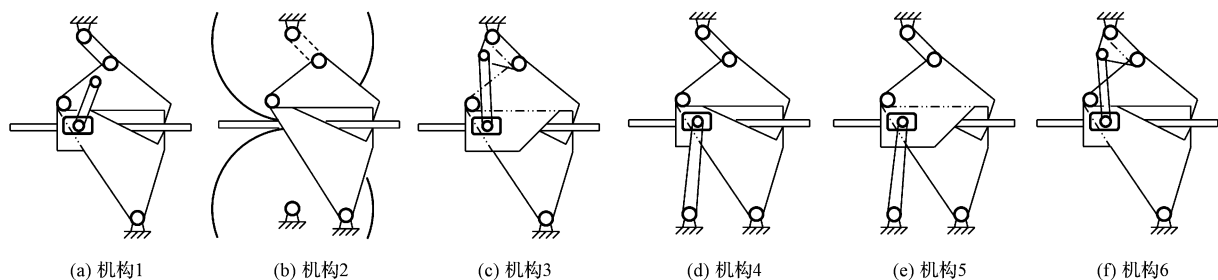


图11 改进后飞剪机构

4 结束语

本研究结合平面闭链机构的设计方法,分析了闭链机构拓扑矩阵综合方法,以此建立平面闭链机构缩杆邻接矩阵变更过程,特点如下:

(1) 原始机构按照一般化原则及一般化规则转化为一般化链,使机构在设计计算时更具有一般性。

(2) 借助 Matlab 求解程序求解出不同杆件相应自由度下的平面闭链机构缩杆矩阵,能够较快速地识别拓扑矩阵中的同构矩阵及呆链矩阵并去除,以获得相应的缩杆邻接矩阵,便于后期设计人员利用计算机搜索、处理和保存。

(3) 通过对缩杆矩阵局部同构性分析可知,闭链

机构产品运动特性的叠加可以通过改变机构中一般化杆和一般化运动副数目获得。新机构充分利用了原机构的结构特征,实现了一种运动特性向多种运动特性转换,保证了不同功能属性存在于同一系统中的可能性。

(4) 该平面闭链机构缩杆邻接矩阵变更过程并不是对最终机械产品种类的穷尽,使得机械产品类型过于单一,而是对可变功能机械设计过程中机构拓扑关系进行一定的量化,赋予机构不同的物理几何参数便会获得不同的机构特征。

(下转第 821 页)

本文引用格式:

曹纯俊,贺海波. 平面闭链机构的缩杆邻接矩阵变更研究[J]. 机电工程, 2016, 33(7): 782-787, 821.

CAO Chun-jun, HE Hua-bo. Change of contracted link adjacency-matrix for planar closed-chain mechanism[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2016, 33(7): 782-787, 821.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>