

DOI:10.3969/j. issn. 1001 - 4551. 2016. 07. 006

一种单自由度平面多关节机械手臂的设计与研究^{*}

赵朋飞, 胡国清^{*}, 孙奇伟, 焦亮

(华南理工大学 机械与汽车工程学院, 广东 广州 510641)

摘要:针对工业中片状材料自动化传输的应用需求和垂直方向占用空间小的要求,设计了一种成本低、工作空间大和占用空间小的单自由度多关节机械手臂。该机械臂是一种3关节3连杆式机械结构,采用减速机和二级同步带进行传动。利用多坐标系分析方法和角速度叠加原理求出了任意臂长、任意同步带传动比下的末端连杆位姿方程,求出了末端连杆做直线运动的臂长、传动比条件并进行了实验验证。利用拉格朗日方程求出了其动力学方程,并用ADAMS软件仿真验证了其正确性,求出了其在任意位形下的等效转动惯量。搭建了PID闭环控制系统,在一种梯形路径规划下对闭环控制下的驱动力矩进行了仿真研究。研究结果表明,末端连杆直线运动条件和动力学方程推导正确,在示例的路径规划下其驱动力矩要大于25 Nm,为选择驱动力矩元件提供了一种方法和参考。

关键词:机械手臂;多关节;片材传输;动力学逆问题

中图分类号:TH122; TP242. 2

文献标志码:A

文章编号:1001 - 4551(2016)07 - 0805 - 05

Design and research of single degree of freedom planar multiple joints mechanical arm

ZHAO Peng-fei, HU Guo-qing, SUN Qi-wei, JIAO Liang

(School of Mechanical and Automotive Engineering, South China University of technology, Guangzhou 510641, China)

Abstract: Aiming at the automatic transmission requirement of sheet material in industry applications and the requirement of small space in vertical direction, a kind of single degree of freedom multiple joints mechanical arm was designed, which has low cost, large workspace and small occupied space. A kind of mechanical structure with 3 joints and 3 links was designed, the reducer and two synchronous belts for drive were used. Using the multiple coordinate system and the superposition principle of angular velocity, the kinematics of the end-link of the arm with arbitrary arm length and arbitrary transmission ratio of the belt was obtained, and the conditions of the linear movement of last link was obtained and verified by the experiment. The dynamical equation was obtained by Using Lagrange equation and it was verified by using ADAMS software, and the moment of inertia under any position was also obtained. A closed loop PID control system was set up, and under a trapezoidal path planning the driving torque in closed-loop control system was simulated and researched. The results indicate that the conditions of the linear movement of the last link and the dynamical equation are correct, and the driving torque under the sample path planning may be greater than 25 Nm, and it provides a way and reference for the select of the driving component.

Key words: mechanical arm; multiple joints; transmission of sheet material; inverse problem of dynamics

0 引言

工业应用中伸入伸出移动关节式机械手臂在轴向上占用了太长空间,SCARA 机械手臂垂直方向上占用

空间很大,导致在片材传输的应用场合下应用受限^[1-2],本研究针对这种应用场合设计一种机械手臂,轴向占用空间小,并且工作范围大。用于洁净环境中的硅片传输机械手在半导体行业广泛应用,其上面的

收稿日期:2015 - 03 - 08

基金项目:广东省产学研研究资助项目(2012B091100109)

作者简介:赵朋飞(1991 -),男,河南商丘人,硕士研究生,主要从事机电一体化、伺服张力器方面的研究。E-mail:pfzhao1991@hotmail.com

通信联系人:胡国清,男,教授,博士生导师。E-mail:gqhu@scut.edu.cn

手臂是一种单自由度多关节机械手臂，能够实现伸入伸出式直线运动，且轴向占用空间小，但其臂长和同步带传动比固定^[3-4]，是一种特殊情形的机械手臂，对其运动学分析多是利用外部转角几何关系得出，丛明等研究者^[5-10]对其进行研究，推导出其运动和动力学方程，但其内部的传动机理并没有进行推导分析，限制了其传动方式在其他领域的应用，并影响对其进行其他特性的分析和研究，例如直线运动的精度分析。机械臂的控制一般采用闭环控制系统，在闭环控制系统下，需要对该机械臂驱动力矩进行研究。

本研究将利用多坐标系分析方法从传动的角度求任意臂长、任意同步带传动比下的末端连杆的运动方程，在此基础上推导其直线运动条件，在动力学方程基础上分析其转动惯量特性并搭建闭环控制系统进行仿真，给出驱动力矩选择的方法。

1 结构模型

机械手臂主要由减速机，连杆 1，连杆 2，连杆 3 和同步带轮等组成。由中空式减速机和同步带进行传动，其中带轮 1 和带轮 2 通过同步带传动，带轮 3 和带轮 4 通过同步带传动。

在第一关节处，轴 0 固定在机架上，同步带轮 0 为驱动带轮，与减速机输入端相连，减速机输出端与连杆 1 固连并驱动连杆 1。轴 0 穿过中空式减速机，下端与机架固连，带轮 1 与其上端固连。为了通过气路，轴 0 设计为中空轴，气管从其中通过。

在第二关节处，连杆 2 通过大轴套与带轮 2 固连，大臂转动带动带轮 2 转动，从而连杆 2 转动。大轴套为中空轴，其间通过轴 1，轴 1 下端与连杆 1 固连，上端与带轮 3 固连。为了通过气管，轴 1 也设计为中空轴。

在第三关节处，带轮 4 与连杆 3 固连。带轮 4 和连杆 3 中间过孔，可以通过气管。

结构设计如图 1 所示。

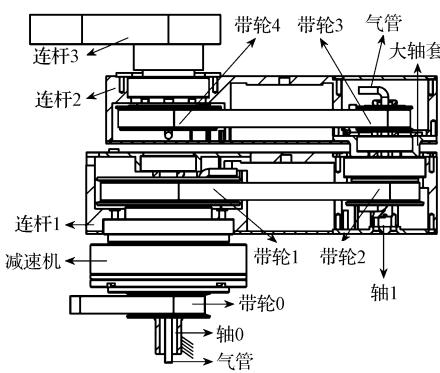


图 1 机械手臂结构图

设图 1 中连杆 1 和连杆 2 中的 4 个同步带轮的齿数分别为 n_1, n_2, n_3, n_4 ，角速度分别为 $w_{p1}, w_{p2}, w_{p3}, w_{p4}$ ，

则同步带轮 1、2，和同步带轮 3、4 的传动比分别为：

$$i_{12} = \frac{w_{p1}}{w_{p2}} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1)$$

$$i_{34} = \frac{w_{p3}}{w_{p4}} = \frac{n_4}{n_3} \quad (2)$$

2 运动分析

2.1 末端连杆位姿

本研究在机架上建立笛卡尔坐标系 $\{r\}$ ，Z 轴垂直纸面向外，连杆 1 的首端建立与之固连的坐标系 $\{A\}$ ，连杆 2 首端建立与之固连的坐标系 $\{B\}$ ，连杆 3 首端建立与之固连的坐标系 $\{C\}$ 。

该手臂的简化模型如图 2 所示。

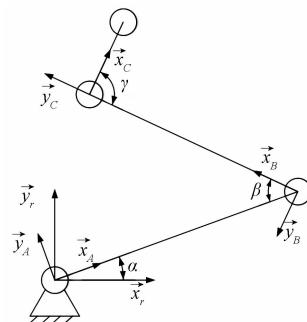


图 2 简化手臂图

α — \vec{x}_A 与 \vec{x}_r 的夹角； β — \vec{x}_A 与 \vec{x}_B 的夹角； γ — \vec{x}_C 与 \vec{x}_B 的夹角；并设初始位置 $\alpha = \beta = 0, \gamma = 90^\circ$

结合图 1 和图 2，当连杆 1 即坐标系 $\{A\}$ 的角速度为 $\vec{w}_A^r = |\vec{w}_A| \vec{z}_r = \dot{\alpha}$ ，因同步带轮 1 与轴 0 固连，其在坐标系 A 中的角速度为：

$$\vec{w}_{p1}^r = \vec{w}_A^r = -\vec{w}_A^r \quad (3)$$

数值与 \vec{w}_A^r 相等，方向相反。由此可得同步带轮 2 在坐标系 $\{A\}$ 中的角速度为：

$$\vec{w}_A^r = \frac{\vec{w}_{p1}^r}{i_{12}} = -\frac{\vec{w}_A^r}{i_{12}} \quad (4)$$

由此可知连杆 2 的角速度为：

$$\vec{w}_B^r = \vec{w}_A^r = -\frac{\vec{w}_A^r}{i_{12}} \quad (5)$$

由于同步带轮 3 与连杆 1 固结，其在坐标系 $\{B\}$ 中的角速度为：

$$\vec{w}_B^r = \vec{w}_A^r = -\vec{w}_B^r \quad (6)$$

得同步带轮 4 的角速度为：

$$\vec{w}_C^r = \frac{\vec{w}_{p3}^r}{i_{34}} = -\frac{\vec{w}_B^r}{i_{34}} \quad (7)$$

也就是连杆 3 的角速度：

$$\vec{w}_C^r = \frac{\vec{w}_{p4}^r}{i_{34}} = -\frac{\vec{w}_C^r}{i_{34}} \quad (8)$$

对各连杆应用角速度叠加定理^[11],可得:

$$\vec{w}_c = \vec{w}_c^B + \vec{w}_B^A + \vec{w}_A^r \quad (9)$$

可求得连杆C在坐标系{r}中的角速度:

$$\vec{w}_c^r = \vec{w}_A^r \left[\frac{1}{i_{12}} \left(\frac{1}{i_{34}} - 1 \right) + 1 \right] \quad (10)$$

可知末端连杆姿态与驱动关节转角的关系为:

$$\gamma = 90^\circ + \alpha \left[\frac{1}{i_{12}} \left(\frac{1}{i_{34}} - 1 \right) + 1 \right] \quad (11)$$

并且坐标系C原点在坐标系{r}中的方程是:

$$\begin{cases} x_{co} = l_1 \cos \alpha - l_2 \cos(\beta - \alpha) \\ y_{co} = l_1 \sin \alpha + l_2 \sin(\beta - \alpha) \end{cases} \quad (12)$$

式中: l_1, l_2 —连杆1和连杆2的长度。

2.2 直线运动条件及实验

因为该机械手臂只有一个自由度,最适合应用的情况是连杆3无转动,并且其只在一条直线上运动。若要使末端连杆3在空间中无转动,则令 $\vec{w}_c^r = 0$,由式(10)可得:

$$i_{12} + \frac{1}{i_{34}} = 1 \quad (13)$$

并且由式(5)和式(8)可知 α 与 β , β 与 γ 的关系为:

$$\beta = \frac{\alpha}{i_{12}} \quad (14)$$

$$\gamma = \frac{\beta}{i_{34}} \quad (15)$$

若要使 $y_{co} = k(x - x_{co})$,即:

$$\begin{aligned} l_1 \sin \alpha + l_2 \sin(\beta - \alpha) &= k[l_1 \cos \alpha - \\ &\quad l_2 \cos(\beta - \alpha) - (l_1 - l_2)] \end{aligned} \quad (16)$$

由式(16)可知, $k = 0$ 显然不合适,将式(14)代入式(16),将 k 移到等号左边得:

$$\begin{aligned} \frac{1}{k} (l_1 \sin(i_{12}\beta) + l_2 \sin\beta(1 - i_{12})) &= \\ [l_1 \cos(i_{12}\beta) - l_2 \cos\beta(1 - i_{12}) - (l_1 - l_2)] \end{aligned} \quad (17)$$

由于 $i_{12}\beta, \beta(1 - i_{12})$ 都会随着 β 变化,所以满足式(17)的条件为:

$$\begin{aligned} i_{12}\beta &= \beta(1 - i_{12}) \\ k &\rightarrow \infty \\ l_1 &= l_2 \end{aligned} \quad (18)$$

由式(18)和式(13),可得:

$$\begin{aligned} i_{12} &= 0.5 \\ i_{34} &= 2 \end{aligned} \quad (19)$$

所以该机械手臂末端连杆做直线运动的条件:连杆1与连杆2长度相等,同步带传动比 i_{12} 和 i_{34} 分别为0.5和2。

圆圈内直线为末端连杆运动轨迹,在上述直线运动条件下末端连杆呈直线运动,这也说明末端连杆位姿推导正确。

本研究制作的实验机及实验结果如图3所示。

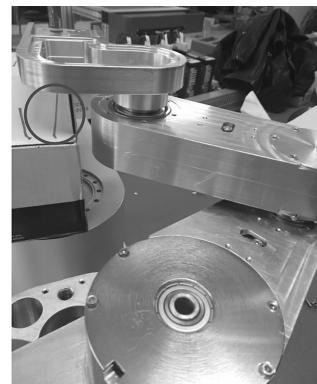


图3 实验机及直线运动结果

运动示意图如图4所示。直线运动条件下手臂末端的运动形式如图4中双点画线所示。

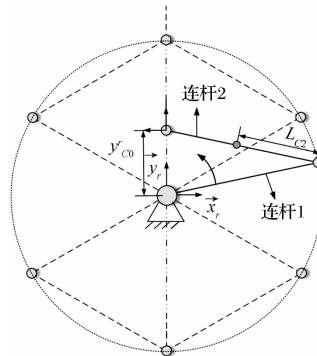


图4 运动示意图

连杆3无角速度,只在 y_r 方向上做直线运动,当连杆1和连杆2长度为 l 时,其运动范围可达 $2l$,工作空间大。从图4中也可以看出,末端连杆的每个位置均有两种解,左右对称,这增加了其灵活性。

3 动力学分析

下面针对该机械臂直线运动条件下建立其动力学模型并分析其特性,其他情况可类比分析。

3.1 连杆速度

由式(14,15,19)可知:

$$\begin{aligned} 2\alpha &= \beta = 2\gamma \\ 2w_A^r &= w_B^r = w_c^r \end{aligned} \quad (20)$$

在图4中,连杆3上的坐标系{C}在 y 方向上坐标:

$$y_{co}' = 2l \sin \alpha \quad (21)$$

对式(21)求导可得连杆3的速度:

$$V_3 = \dot{y}_{co}' = 2l \cos \alpha \dot{\alpha} \quad (22)$$

连杆2质心的坐标:

$$\begin{cases} x_{c2} = (l - L_{c2}) \cos \alpha \\ y_{c2} = (l + L_{c2}) \sin \alpha \end{cases} \quad (23)$$

式中: L_{c2} —连杆2首端至重心的长度。对式(23)求导得连杆2质心速度:

$$\begin{cases} \dot{x}_{c2} = (l - L_{c2})(-\sin \alpha) \dot{\alpha} \\ \dot{y}_{c2} = (l + L_{c2}) \cos \alpha \dot{\alpha} \end{cases} \quad (24)$$

3.2 动力学方程及仿真验证

拉格朗日第二类动力学方程：

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{w}_j} - \frac{\partial T}{\partial w_j} = Q_j \quad (j = 1, \dots, \delta) \quad (25)$$

式中： T —系统动能， Q_j —广义力， w —广义坐标。

在此取减速机输出端的力矩 τ 为广义力， α 为广义坐标。

连杆 1 做定轴转动，其动能为：

$$T_1 = \frac{1}{2} J_{Z1} \dot{\alpha}^2 \quad (26)$$

式中： J_{Z1} —连杆 1 及固连其上零件相对坐标轴 Z1 的转动惯量。

连杆 2 做平面运动，其动能为：

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_{c2}^2 + \dot{y}_{c2}^2) + \frac{1}{2} J_{cz2} 4 \dot{\alpha}^2 = \frac{1}{2} (X + J_{cz2}) \dot{\alpha}^2 \quad (27)$$

其中：

$$X = m_2 [(l + L_{c2})^2 - 4lL_{c2} \sin^2 \alpha] \quad (28)$$

式中： J_{cz2} —连杆 2 及固连其上零件相对其质心 Z 轴方向上的转动惯量， m_2 —其总质量。

连杆 3 做直线运动，其动能：

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_3^2 = \frac{1}{2} 4m_3 l^2 \cos^2 \alpha \dot{\alpha}^2 \quad (29)$$

式中： m_3 —连杆 3 和负载质量。

$$T = T_1 + T_2 + T_3 =$$

$$\frac{1}{2} [J_{Z1} + X + J_{cz2} + 4m_3 l^2 \cos^2 \alpha] \dot{\alpha}^2 \quad (30)$$

将式(30)代入拉格朗日方程可求出该机械臂的动力学方程：

$$\tau = (J_{Z1} + X + J_{cz2} + 4m_3 l^2 \cos^2 \alpha) \ddot{\alpha} + (-2m_2 l L_{c2} - 2m_3 l^2) \sin 2\alpha \dot{\alpha}^2 \quad (31)$$

本研究在此设计一款机械手，在三维软件中设计好三维模型，忽略轴承运动的复杂动能计算，假设其是一体的，将轴承的运动简化为跟随内孔轴的转动，测出机械臂参数。为验证动力方程正确性，笔者利用动力学分析软件 ADAMS 进行仿真验证。由于机械零部件较多且复杂，利用机械臂参数近似制作 3 个等效连杆，并测出连杆实际参数，如表 1 所示。

表 1 机械臂参数

参数	值	单位
m_2	1.682	kg
m_3	2.500	kg
L_{c2}	66.74	mm
J_{cz2}	0.911 4e-2	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
J_{Z1}	2.244e-2	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
l	0.160 0	m

因为 3 个关节角位移耦合，其关系为式(20)，在

软件中设置关节角位移耦合关系，关节摩擦力设置为只存在滑动摩擦，并在关节 1 处施加驱动力矩。在不同初始位置、初始速度下仿真其初始运动瞬间的加速度。在相同参数下，利用动力学方程(31)计算初始加速度，单位为 rad/s^2 ，结果如表 2 所示。

表 2 动力学仿真参数及结果

参数及结果	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4
驱动力矩 / ($\text{N} \cdot \text{m}$)				4
初始位置 α/rad	-pi/3	0	pi/4	pi/2
初始速度 $\dot{\alpha}/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	1	2	3	4
计算初始加速度 $\ddot{\alpha}/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-2})$	13.21	10.69	26.06	86.61
仿真初始加速度 $\ddot{\alpha}/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-2})$	13.21	10.69	26.06	86.61

从表 2 可以看出，结果在 4 位有效数字内相等，这证明了动力学方程推导正确。

3.3 等效转动惯量

在选择驱动元件进行惯量比匹配或者计算其初始加速度时，需要知道该机械手臂的转动惯量。在式(32)中令 $\dot{\alpha} = 0$ 并取：

$$J_{eq0} = J_{Z1} + X + J_{cz2} + 4m_3 l^2 \cos^2 \alpha \quad (32)$$

可知 J_{eq0} 就是只与机械臂质量和位形相关的等效转动惯量，将表 1 参数代入式(32)可求 α 在 $-\pi/6 \sim \pi/2$ 的等效转动惯量 J_{eq0} ，如图 5 所示。

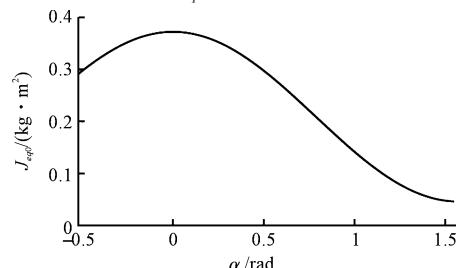


图 5 等效转动惯量

因为该机械手臂的位形在平面 4 个象限是对称的， α 在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 转角以外的等效转动惯量可对称求出。从图 5 可以看出，在表 1 参数下，该机械手臂等效转动惯量在 $\alpha = 0$ 处最大。

3.4 动力学逆问题的计算及仿真

在对机械臂进行路径规划时，有必要对整个路径规划过程中的驱动力矩进行动力学逆问题计算，确保最大驱动力矩在驱动元件的力矩范围内。

假设对该机械臂进行梯形路径规划，即经过匀加速、匀速、匀减速 3 个阶段到达目的点，令其角位移 α_r 从 $0 \sim 2\pi/3$ ，其速度为：

$$\dot{\alpha}_r = \begin{cases} 20\pi \cdot t & t \leq 0.1 \\ 2\pi & 0.1 \leq t \leq 1/3 \\ -20\pi \cdot t & 1/3 \leq t \leq 13/30 \end{cases} \quad (33)$$

其路径规划如图 6 所示。

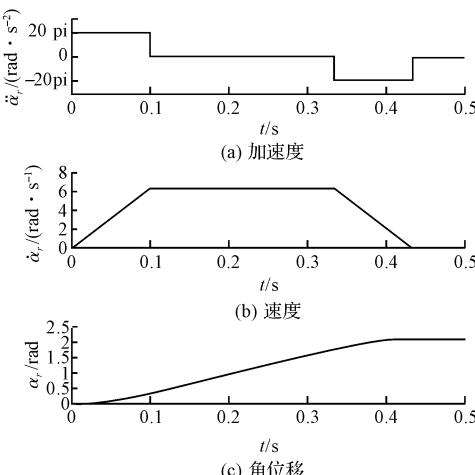


图6 路径规划图

由图6中的路径规划和动力学方程(31),可求得在整个路径规划中需要施加的力矩 τ ,如图7中实线所示。利用式(31)动力学模型搭建闭环控制系统^[12],输入为路径规划角位移 α_r ,控制器选为PID控制器,其数学模型为:

$$K_{pid} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d * s \quad (33)$$

在选择PID参数时,使输出误差尽可能小,经仿真试验选择PID参数分别为 $K_p = 140, K_i = 150, K_d = 120$,控制系统输出的角位移 α 与路径规划位移 α_r 的最大误差小于0.02 rad。仿真过程中的控制器输出力矩(闭环控制中省略了驱动器环节)如图7中虚线所示。

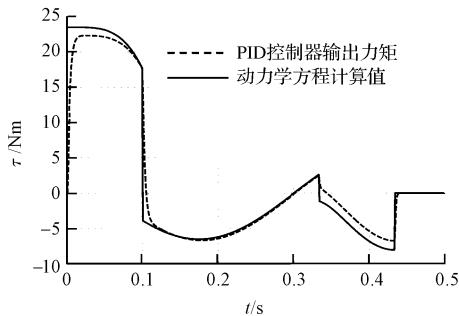


图7 所需力矩

可以看出仿真输出力矩与逆动力学计算力矩基本一致,可以以动力学计算力矩作为选择驱动元件的参考。当在设计时,需要明确路径规划的要求,然后进行逆动力学计算,确定驱动力矩在所要求的最大力矩范围内。例如,由图7可得,这个机械手臂在所要求的路径规划条件下所要求的减速机输出力矩应大于25 Nm。

4 结束语

本研究设计了一种单自由度3关节3连杆式机械手臂,采用中空式减速机和两级同步带进行传动。求出了任意臂长、任意传动比下末端连杆位姿方程,末端连杆做直线运动的条件为连杆1和2臂长相等,同步带传动比分别为0.5和2。推导的动力学方程经ADAMS软件仿真验证正确。在选择驱动元件时要根据具体的路径规划进行动力学逆问题求解,根据所需最大力矩选择驱动元件,在示例的路径规划下,减速机输出端驱动力矩要大于25 Nm。

本研究只分析了减速机输出端所需力矩,并没有对特定路径规划下驱动元件力矩进行实验验证,谐波减速机传动效率,减速机输入端、输出端转动惯量和传动过程中的摩擦等因素对力矩都有影响,下一步将考虑这些因素来进行实验验证。

参考文献(References):

- [1] 计时铭,黄希欢.工业机器人的发展及应用综述[J].机电工程,2015,32(1):1-2.
- [2] 刘永安,余天荣.工业机器人的应用研究[J].机电工程技术,2014,43(2):52-53,104.
- [3] 康仁科,郭东明,张士军等.一种传输机器人.中国,CN2762970[P].2006-03-08.
- [4] Itaru Momoki. Substrate conveyer robot: US, 6, 764, 271 [P].2004-06-20.
- [5] 于旭.硅片传输机器人设计及轨迹规划[D].大连:大连理工大学电气工程学院,2007:23-26.
- [6] Ming Cong, Xu Yu, Baohong Shen, et al. Research on a novel R-θ wafer-handling robot [C]//Proceedings of the IEEE international conference on automation and logistics. USA:IEEE,2007:599-600.
- [7] 吴明月.晶圆传输机器人关键控制技术研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学机电工程学院,2008.
- [8] 黄松,胡晓兵,周飞,等.关节机器人定位精度影响因素分析[J].机械,2014,41(4):70-74.
- [9] Heping Chen, Ben Mooring, Harold Stern. Dynamic wafer handling process in semiconductor manufacturing [C]//Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. Karon Beach: IEEE,2011:933-934.
- [10] H CHENG, H. CHEN, B. MOORING, et al. Error modeling and analysis in dynamic wafer handling [C]//Proceedings of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation. USA: IEEE,2012:3977-3982.
- [11] 洪嘉振.理论力学[M].北京:高等教育出版社,2007.
- [12] 胡国清,刘文艳.工程控制理论[M].北京:机械工业出版社,2004.

【编辑:李辉】

本文引用格式:

赵朋飞,胡国清,孙奇伟,等.一种单自由度平面多关节机械手臂的设计与研究[J].机电工程,2016,33(7):805-809.

ZHAO Peng-fei, HU Guo-qing, SUN Qi-wei, et al. Design and research of single degree of freedom planar multiple joints mechanical arm[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2016,33(7):805-809.