

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2016.07.010

基于离散元的球磨机粉磨破碎率计算方法研究^{*}

许利学, 孙 毅^{*}, 梁 曼, 毛亚郎

(浙江工业大学 特种装备制造与先进加工技术教育部重点实验室, 浙江 杭州 310032)

摘要:为了解决球磨机粉磨破碎率公式实用性差的问题,开展了颗粒的破碎率参数受到颗粒性质和球磨机内碰撞能分布的影响分析,建立了球磨机破碎过程冲击粉磨模型,提出了基于离散元方法(DEM)的破碎率计算方法。通过球磨机 DEM 仿真得到碰撞能分布结果,对破碎率计算公式中的参数进行求解,得到了实验条件下的破碎率函数。对比了粉磨实验的破碎率。研究结果表明,推导公式计算的破碎率与粉磨实验值符合,能够准确反映颗粒破碎率变化状态;该方法为更精确地定量描述磨机粉磨过程提供了有效途径。

关键词:球磨机;破碎率;离散元方法;碰撞能分布

中图分类号:TD453^{*}.1;TH69

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2016)07-0827-05

Calculation of grinding breakage rate based on discrete element method in ball mills

XV Li-xue, SUN Yi, LIANG Man, MAO Ya-lang

(Key Laboratory of Special Purpose Equipment and Advanced Processing Technology of Ministry of Education, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032, China)

Abstract: In order to solve the problem of breakage rate formula's poor practical utility in ball mills, the affect of the property of particles and the collision energy distribution to breakage rate was analyzed. A discrete element method of breakage rate formula based on ball mills' impact grinding model was presented. The collision energy distribution was obtained through DEM simulation and the parameters in breakage rate formula was determined. Then the breakage formula under the experimental condition was obtained. The results show that the breakage rate from the derived formula fits well with the one from empirical formula. The derived breakage rate formula provides an effective method of more accurately quantitative description of grinding process in a ball mill.

Key words: ball mill; breakage rate; discrete element method; collision distribution

0 引 言

球磨机作为一种粉体制备的设备被广泛用于矿业、医药业、食品业、染料制备和陶瓷制备等诸多工业^[1-2]。然而科学精确地研究粉磨作业过程始终是个难点,最重要的原因是缺少准确描述颗粒粉磨特性的基本方程,导致很难控制粉磨的能量高效转化。总体

平衡模型(PBM)是描述和分析粉磨过程中颗粒粒度分布变化最广泛的数学方法^[3],而破碎率函数是 PBM 方程中必不可少的重要参数。

破碎率函数常采用单一尺寸粒度的颗粒通过 1 次或多次粉磨实验拟合数据得到^[4-5],而从实验中得到的破碎率函数,缺少对颗粒破碎物理现象的研究。研究表明,不同粒径颗粒破碎率参数不仅与颗粒尺寸相

收稿日期:2016-02-24

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51275474);浙江省自然科学基金资助项目(LZ12E05002)

作者简介:许利学(1990-),男,浙江绍兴人,硕士研究生,主要从事粉磨机械与装备方面的研究. E-mail:xulixue12@163.com

通信联系人:孙毅,男,教授,博士生导师. E-mail:sunyi@zjut.edu.cn

关^[6],还受到球磨机功率的影响^[7]。有学者利用 DEM 仿真的方法获得了球磨机颗粒破碎作用中受到的能量,通过落球实验将碰撞能和破碎质量联系起来,得到了球磨机破碎率^[8]。但这些破碎率函数受材料属性和粉磨条件的影响较大,当材料或者粉磨条件变化时,破碎率参数需要通过实验的方法重新计算得到,这在实际生产中是不可取的。因此,有必要确定破碎率函数中材料属性和粉磨条件对颗粒破碎率影响的物理意义。

由 PBM 中的破碎率参数可知计算球磨机破碎率需要获得球磨机内单位时间的颗粒破碎质量分数,这里将球磨机粉磨作用简化为混合均匀的颗粒床受到介质冲击粉碎作用,通过计算单次冲击下颗粒破碎质量分数,得到球磨机内单位时间所有冲击碰撞下破碎颗粒的质量分数,推导出破碎率参数方程。破碎率方程将球磨机的物理参数和操作参数的影响归结为碰撞能分布的影响,从而区别出材料属性和粉磨条件对破碎率参数的不同影响。

本研究基于球磨机粉磨实验,利用 DEM 仿真结果,获得破碎率函数中的参数,从而确定破碎率函数。

1 破碎率函数理论模型

1.1 单一粒径的粉磨方程

总体平衡方程(PBM)描述了粉磨过程中颗粒尺寸分布在时间与空间上的变化,并且通过 PBM 可以得到球磨机粉磨能力^[9]。对于一个充分混合的分批粉磨过程,下面给出了 PBM 的一般离散元形式,PBM 可以将粉磨过程描述成一阶变化过程^[10]:

$$\frac{dm_i(t)}{dt} = -k_i m_i(t) + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} k_j m_j(t) \quad (1)$$

式中:颗粒粒径被分为 n 个粒级,粒径 $x_1 > x_2 > x_3 \cdots > x_n$; $m_i(t)$ — t 时刻粒级为 i (粒径 x_i) 的颗粒的质量分数; k_i —颗粒粒级为 i 的破碎率,用来描述粒级为 i 的颗粒破碎概率的函数; $k_i m_i(t)$ — t 时刻 i 粒级的颗粒破碎的质量分数; b_{ij} —粒级为 j 的颗粒破碎到粒级为 i 的质量占比,用来描述颗粒破碎分布的函数;等式左边— t 时刻粒级为 i 的颗粒的质量分数变化;右边第一项— t 时刻粒级为 i 的颗粒减少的质量分数;右边第二项— t 时刻所有粒径大于 x_i 的颗粒破碎到粒径 x_i 所增加的质量分数。

若 i 等于 1,此时方程就表示粒级 1 颗粒在 t 时刻的质量分数变化量等于此时时刻粒径大于粒级 1 的颗粒破

碎到粒级 1 增加的质量分数减去粒级 1 破碎后减少的质量分数。以此类推,方程可以描述各个粒级在 t 时刻的质量分数变化。

通过实验方法得到粒级为 i 的颗粒在 t 时刻的破碎率 k_i ,一般在球磨机粉磨过程中只加入粒级为 i 的颗粒,那么就不存在表示大于粒级 i 的颗粒破碎到粒级 i 的质量分数(式(1)右边的第二项),此时式(1)可表示为:

$$\frac{dm_i(t)}{dt} = -k_i m_i(t) \quad (2)$$

由上面单一粒径的粉磨方程可知:破碎率参数 k_i 可以通过获得等式左边项求解,左边项为 t 时刻球磨机内粒级为 i 的颗粒的破碎质量分数。

对上式积分可得粒级 i 的颗粒累计质量分数经验公式:

$$m_i(t) = m_i(0) \exp(-k_i t) \quad (3)$$

式(3)为实验破碎率计算方法:根据实验中测得的粒级 i 的各个时刻对应的 $m_i(t)$,拟合曲线,得到破碎率 k_i 。

本研究以式(2)为基础,计算球磨机内 t 时刻粒级为 i 的颗粒破碎质量分数变化,从而得到破碎率参数。

1.2 球磨机中冲击粉磨模型

球磨机的操作参数如介质尺寸、转速率、填充率和衬板结构等都会改变磨机内介质的运动状态,从而影响磨机粉磨性能。这些参数不仅在经验公式中没有具体体现,而且如果某一个或多个参数变化时,破碎率 k_i 的值都需经过试验重新计算获得。笔者认为这些参数的变化引起的颗粒粉磨效果的改变实质上是由于碰撞能分布的变化引起的。因此可以用碰撞能量这一单一参量取代上述多个影响参数,避免了单一或多个参量变化后需进行多次重复试验过程。许多学者也提出了球磨机内颗粒的破碎是由筒体内发生的多次碰撞引起的,并通过碰撞能量的分布解释了磨机内颗粒破碎的情况^[11]。

球磨机颗粒床冲击简化模型如图 1 所示。

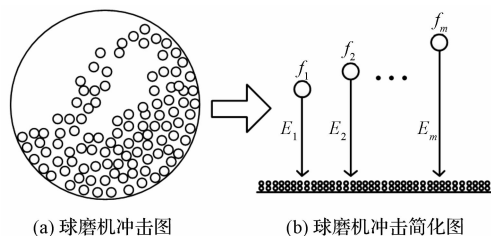


图 1 球磨机颗粒床冲击简化模型

E_m —单次碰撞能量; f_m —碰撞次数

为获得球磨机中的碰撞能量分布,本研究把球磨机内部颗粒冲击破碎模型图即图 1(a)简化为颗粒床

受到的冲击破碎模型图即图 1(b)。假设球磨机内颗粒混合均匀, t 时刻球磨机内颗粒受到的作用为此时颗粒床受到碰撞冲击所产生的破碎作用。利用 EDEM 仿真可以得到任意 t 时刻球磨机内颗粒受到的碰撞能和碰撞次数。若知道单次碰撞能 E_m 下粒级 i 颗粒的破碎质量分数。通过单次碰撞下粒级 i 颗粒的破碎质量分数累计之和得到 t 时刻粒级 i 颗粒的破碎质量分数, 就可以计算粒级 i 的颗粒破碎率。

1.3 单次碰撞的破碎质量分数

颗粒床单次碰撞过程图如图 2 所示。

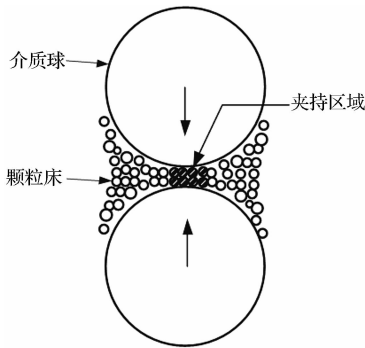


图2 颗粒床碰撞过程图

颗粒床受到钢球碰撞冲击作用属于非限制料层, 在非限制料层受到挤压或冲击时, 颗粒间会发生相对滑动, 使初始料层厚度改变, 部分颗粒滑移出介质冲击碰撞区域, 留在碰撞区域的颗粒为夹持料层, 颗粒在夹持料层内发生破碎。颗粒被挤压或者冲击破碎的层数约为 1 ~ 3 层, 并给出了单次碰撞的面积计算方法^[12]。

介质与颗粒之间的作用方式如图 3 所示。

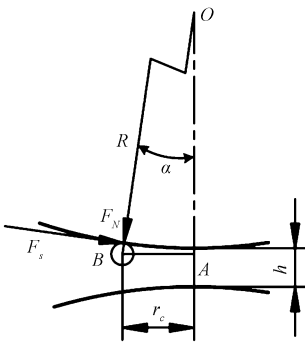


图3 单次碰撞介质与颗粒床作用图

r_c —破碎区域半径; 点 O —介质的球心

料层在碰撞时被夹持的破碎区域近似柱形体积。则破碎区域的半径:

$$r_c = \frac{D}{2} \sin \alpha \quad (4)$$

式中: α —两个碰撞介质球心连线与颗粒受介质球作用力 F_N 的夹角, D —介质直径。

当颗粒在夹持介质间时, 介质与颗粒满足自锁条

件, 此时 $\tan \alpha \leq c$ (c —介质与颗粒的静摩擦系数), 则破碎区域的最大半径:

$$r_{cmax} = \frac{D}{2} \sin(\arctan c) \quad (5)$$

由于 c 值较小, $\sin \alpha \approx \tan \alpha$, 则上式可表示为:

$$r_{cmax} = \frac{D}{2} c \quad (6)$$

单次碰撞的破碎区域的质量 m' 可以通过下面公式计算而得:

$$m' = \pi \rho r_c^2 h \quad (7)$$

式中: ρ —颗粒密度, h —颗粒夹持高度。

这里假设单次碰撞的夹持层数为 2, 即 $h = 2x_i$ (式中: x_i —颗粒粒径)。则夹持区域的质量为:

$$m' = 2\pi \rho r_c^2 x_i \quad (8)$$

粒级 i 颗粒破碎存在一个临界碰撞能 $E_{i,min}$ ($E_{i,min}$ 只与颗粒粒径和材料属性相关), 低于临界碰撞能颗粒只发生弹性形变不会产生破碎, 颗粒破碎质量与材料属性和净能量 ($E_m - E_{i,min}$) 有关^[13-14], 且破碎质量随着净能量增大而增大。在一定碰撞能范围内, 夹持区域的破碎质量 m_b' 与破碎净能量成正比, 则其表达式如下:

$$m_b' = 2\pi \rho r_c^2 x_i a (E_m - E_{i,min}) \quad (9)$$

式中: $0 < a(E_m - E_{i,min}) \leq 1$; 当碰撞能小于或等于 $E_{i,min}$ 时, m_b' 为 0; a —材料抵抗外力的能力, 与材料的强度相关。

一次碰撞的破碎质量占颗粒床总质量的百分比 m_b 为:

$$m_b = \frac{2\pi \rho r_c^2 x_i a (E_m - E_{i,min})}{M} \quad (10)$$

其中: M —颗粒床的总质量。

当破碎区域的颗粒混合均匀时, m_i 为粒级为 i 的颗粒占颗粒床的质量分数, 在碰撞区域中一次碰撞 i 粒级颗粒的破碎质量分数 $m_{i,b}$ 为:

$$m_{i,b} = \frac{2\pi \rho r_c^2 x_i a (E_m - E_{i,min}) m_i}{M} \quad (11)$$

1.4 碰撞破碎质量分数及基于离散元法的破碎率

t 时刻粒级 i 颗粒的质量分数为 $m_i(t)$, 根据简化的颗粒床冲击模型, 单位时间的净碰撞能为 $\sum_{n=1}^m f_m(E_m - E_{i,min})$ 。则在 t 时刻, 球磨机中 i 粒级颗粒的破碎质量分数 $m_{i,b}(t)$ 为:

$$m_{i,b}(t) = \frac{2\pi \rho r_c^2 a x_i \sum_{n=1}^m f_m(E_m - E_{i,min}) m_i(t)}{M} \quad (12)$$

式中: $\sum_{n=1}^m f_m(E_m - E_{i,min})$ — t 时刻净碰撞能, f_m —碰撞能

E_m 发生次数。

结合式(2) 可得:

$$\frac{dm_i(t)}{dt} = \frac{-2\pi\rho r_c^2 a}{M} x_i m_i(t) \sum_{m=1}^m f_m(E_m - E_{i,\min}) = -k_i m_i(t)$$

(13)

则基于离散元方法的 i 粒级颗粒的破碎率 k_i 为:

$$k_i = \frac{2\pi\rho r_c^2 a}{M} x_i \sum_{m=1}^m f_m(E_m - E_{i,\min})$$

(14)

由上式可知球磨机内 i 粒级颗粒的破碎率 k_i 与颗粒的密度 ρ 、颗粒的粒径 x_i 、碰撞区域半径 r_c 、颗粒的强度系数 a 和碰撞能分布 $\sum_{m=1}^m f_m(E_m - E_{i,\min})$ 有关。

2 破碎率函数实例计算与分析

为验证破碎率函数(14) 的适用性,本研究通过 EDEM 仿真得到实验条件下的碰撞分布,对破碎率 k_i 进行了实例计算。实际粉磨条件采用了 Kotake 等^[15] 做不同磨介尺寸对破碎率参数影响的研究数据。

实验进料为石英玻璃,筒体材质为氧化铝,介质为氧化铝球。国内外许多学者在研究球磨机粉磨效果的仿真试验中验证了仿真中减少球磨机筒体长度对球磨机内介质碰撞能分布影响较小,且能够减少计算机仿真所需实际计算时间^[16]。故本研究在仿真中将球磨机筒体长度缩短为原来的 1/2,填充率、料球比和球磨机径向尺寸和实际试验一致。仿真中几何参数如表 1 所示。

表 1 仿真参数	
参数	仿真数据
磨机直径/mm	144
磨机长度/mm	64.5
筒体密度/(kg·m ⁻³)	4 000
磨机转速/(r·min ⁻¹)	108
介质质量/kg	1
进料质量/kg	0.1

笔者在 DEM 软件中设置球磨机运动的时间为 10 s。本研究选取粉磨实验中 3 种不同尺寸的介质对 3 mm 的颗粒的粉磨实验进行仿真,介质直径-进料直径尺寸为:30-3 mm,20-3 mm 和 10-3 mm。仿真中材料参数如表 2 所示。

表 2 氧化铝与石英玻璃材料的仿真参数

参数	值
泊松比	0.3
剪切模量/Pa	10 ⁷
恢复系数	0.75
滚动摩擦系数	0.02
静摩擦系数	0.75
氧化铝密度/(kg·m ⁻³)	4 000
硅玻璃/(kg·m ⁻³)	2 150

通过 DEM 可以得到任意时刻所有碰撞能大小和碰撞次数,当球磨机转动稳定后,磨机内碰撞能分布处于稳定状态,即每个时刻的碰撞能分布几乎不变。3 种尺寸的磨介-进料的碰撞能分布如图 4 所示。

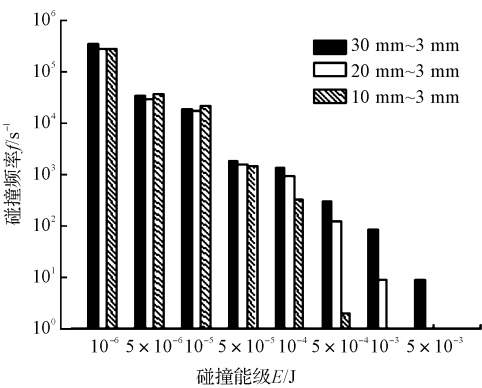


图 4 仿真中磨机内碰撞能分布图

由图 4 可知不同仿真组的碰撞能分布,破碎区域半径 r_c 较小,实验中设 $r_c = 2$ mm,当材料强度系数 a 和临界碰撞能 $E_{i,\min}$ 分别为 19.9 J^{-1} 和 $3.2 \times 10^{-5}\text{ J}$ 时,通过式(14) 得到的破碎率 k_i 与实验中由经验公式(3) 得到的 k_i 非常接近,两者的计算结果如表 3 所示。

表 3 计算结果与实验结果		
介质-尺寸组	公式计算破碎率参数	实验破碎率参数
	/(min ⁻¹)	/(min ⁻¹)
30-3 mm	0.821	0.838
20-3 mm	0.421	0.521
10-3 mm	0.131	0.153

从表 3 可知式(14) 对于破碎率参数的计算虽然有一定误差,但仍然能够反映颗粒在球磨机中破碎速率。

(下转第 861 页)

本文引用格式:

许利学,孙毅,梁曼,等.基于离散元的球磨机粉磨破碎率计算方法研究[J].机电工程,2016,33(7):827-830,861.
XV Li-xue, SUN Yi, LIANG Man, et al. Calculation of grinding breakage rate based on discrete element method in ball mills[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2016, 33(7): 827-830, 861.
《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>