

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2016.09.001

# 齿面摩擦和啮合刚度对双渐开线齿轮 传动动态特性的影响研究<sup>\*</sup>

樊智敏, 许君君

(青岛科技大学 机电工程学院, 山东 青岛 266061)

**摘要:**针对双渐开线齿轮传动动态特性问题,通过建立双渐开线齿轮的有限元模型,综合考虑齿面摩擦与齿轮啮合刚度二因素,对双渐开线齿轮传动系统进行了有限元模态分析,运用响应曲面法研究了齿面摩擦与齿轮啮合刚度对双渐开线齿轮振动变形和模态频率的影响;选取不同模态阶数对双渐开线齿轮传动系统进行了动态特性研究,分析了不同模态阶数下双渐开线齿轮的振动变形与模态频率变化状况。研究结果表明,随着齿面摩擦因数与齿轮啮合刚度的增加,不同模态阶数下双渐开线齿轮传动系统各阶振动变形与模态频率均显著增加,齿面摩擦与齿轮啮合刚度对双渐开线齿轮传动动态特性有一定影响,在对齿轮传动系统进行动态特性研究时,必须对齿面摩擦与齿轮啮合刚度进行充分考虑。

**关键词:**双渐开线齿轮;摩擦;啮合刚度;振动变形;模态频率

中图分类号:TH132

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2016)09-1039-06

## Influence of tooth surface friction and meshing stiffness on dynamic characteristic of double involute gear

FAN Zhi-min, XU Jun-jun

(College of Mechanical Engineering, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao 266061, China)

**Abstract:** Aiming at the dynamic characteristic problem of double involute gear transmission, the finite element model of the double involute gear was established, two factors of tooth surface friction and meshing stiffness were considered. the finite element modal analysis of double involute gear was carried out, the influence of tooth surface friction and meshing stiffness on gear vibration deformation and modal frequency was analyzed. The dynamic characteristics of the double involute gear transmission were studied by using different modal orders, the change of vibration deformation and modal frequency of different modes were analyzed. The results indicate that the vibration deformation and modal frequency of different modal orders are different, with the increase of friction coefficient and meshing stiffness, the vibration deformation and modal frequency of the double involute gear transmission system are significantly increased. Thus, tooth surface friction and gear meshing stiffness of double involute gear system have significant influence on vibration deformation and modal frequencies under different modes, when the dynamic characteristic of double involute gear transmission system is studied, the tooth surface friction and gear meshing stiffness must be fully considered.

**Key words:** double involute gear; friction; meshing stiffness; vibration deformation; modal frequency

## 0 引 言

齿轮是机械系统中重要的传递运动和动力的基础元件,随着齿轮正朝着高速、重载方向发展,其动态特

性引起研究人员的广泛关注。由于齿轮本身啮合的特点,齿面摩擦力不但会导致齿轮系统沿垂直啮合线方向的平移振动,而且会产生一个制约齿轮扭转振动的摩擦力矩,当齿轮出现润滑条件不好或者表面损伤时,

收稿日期:2016-05-03

基金项目:山东省自然科学基金资助项目(ZR2014EEM003)

作者简介:樊智敏(1963-),男,山西万荣人,博士,教授,博士生导师,主要从事机械传动设计理论与方法等方面的研究. E-mail:zmfan@163.com

摩擦力激励就成为影响齿轮动态特性的关键因素,国外研究表明,齿面摩擦对齿轮传动动态特性的影响是不可忽略的<sup>[1]</sup>。齿面磨损、点蚀和轮齿折断等齿轮失效现象都会影响齿轮的啮合刚度<sup>[2-3]</sup>,导致齿轮传动系统的动态性能发生衰变,因此,研究齿轮啮合刚度对齿轮传动系统的影响是非常必要的<sup>[4]</sup>。

国内外学者对于齿轮动态特性进行了大量的研究,石照耀等人<sup>[5]</sup>综合考虑了齿轮啮合过程的时变啮合刚度、误差激励等非线性因素,针对不同工作条件下啮合刚度、误差激励等非线性因素,研究了其对振动响应的影响。Tordion 等人<sup>[6]</sup>研究了考虑时变啮合刚度的两级齿轮传动系统的动态参数的稳定特性。孙月海等人<sup>[7]</sup>考虑齿轮质量偏心和轮齿啮合摩擦力对系统振动的影响,应用拉格朗日方程建立了一对渐开线齿轮传动系统振动的数学模型,Amabibi 和 Rivola<sup>[8]</sup>考虑了齿轮时变啮合刚度和阻尼的影响,采用谐波平衡方法求解了直齿轮传动的力学模型。

本研究综合考虑齿面摩擦和齿轮啮合刚度,对双渐开线齿轮传动进行有限元模态分析,得到齿轮振动变形和模态频率结果,进而探讨齿面摩擦和啮合刚度对双渐开线齿轮传动动态特性的影响。

## 1 双渐开线齿轮传动动态特性分析

### 1.1 双渐开线齿轮模态分析

分阶式双渐开线齿轮(简称双渐开线齿轮,下同)是综合了渐开线齿轮和双圆弧齿轮优点的一种新型齿轮,这种齿轮的工作齿廓由两段相错的渐开线组成,中间以一段圆弧包络线或一段过渡曲线连接,其齿顶与齿根两段渐开线齿廓呈阶梯式布置。这种新型齿轮的啮合线是间断的,因此研究其振动特性,是评价双渐开线齿轮传动动态特性的重要依据<sup>[9-10]</sup>。

双渐开线齿轮端面齿廓如图 1 所示。

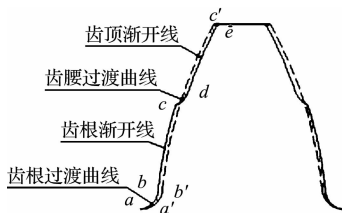


图 1 双渐开线齿轮端面齿廓

由弹性力学可得齿轮传动系统的动力学方程为<sup>[11-13]</sup>:

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F(t)\} \quad (1)$$

式中:  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$ —质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩

阵;  $\{\ddot{X}\}$ ,  $\{\dot{X}\}$ ,  $\{X\}$ —加速度向量、速度向量和位移向量;  $\{F(t)\}$ —外加激振力向量。

为重点研究双渐开线齿轮传动系统固有特性,设外加激振力为零。由于阻尼对模态分析的影响不大,令  $[C] = 0$ ,从而得到该新型传动系统无阻尼自由振动方程:

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = 0 \quad (2)$$

对应的特征方程为:

$$([K] - \omega^2[M])\{A\} = \{0\} \quad (3)$$

$\{A\}$  有非零解的充分必要条件为系数行列式等于零,即:

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0 \quad (4)$$

式(4)是关于  $\omega^2$  的  $n$  次代数方程,设无重根,解该方程得  $\omega$  的  $n$  个互异正根  $\omega_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ),则  $\omega_i$  为振动系统的第  $i$  阶主频率,即模态频率。将  $\omega_i$  代入到式(3)可得到一个列向量  $\{A\}_i = (a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, \dots, a_{in})$ 。因此,通过求解式(3)、式(4)便可求得齿轮的各阶振动变形和模态频率。

### 1.2 啮合刚度

啮合刚度的一般表达式<sup>[14-15]</sup>为:

$$k_m = \frac{F_N}{w_1 + w_2 + w_p} \quad (7)$$

式中:  $F_N$ —作用于齿廓的法向力;  $w_1$ —齿面啮合处小齿轮的变形量;  $w_2$ —齿面啮合处大齿轮的变形量;  $w_p$ —轮副接触变形量,可根据 Weber 公式确定。

## 2 双渐开线齿轮有限元模型的建立

本研究运用 SolidWorks 建立双渐开线齿轮三维模型,将创建好的齿轮模型导入到有限元分析软件中,进行材料属性的定义、网格的划分、接触对的定义以及边界条件的设定等,建立双渐开线齿轮有限元模型。

齿轮参数如表 1 所示。

表 1 双渐开线齿轮参数表

| 法面模数/mm | 压力角/(°) | 螺旋角/(°) | 大齿轮齿数 | 小齿轮齿数 | 切向系数 | 高度系数 | 材料 |
|---------|---------|---------|-------|-------|------|------|----|
| 4       | 20      | 31.42   | 32    | 23    | 0.07 | 0.04 | 45 |

由于相互啮合的齿轮材料性能接近,表面刚度基本相等,接触类型为柔体-柔体,接触方式为线-线<sup>[16]</sup>。齿轮与齿轮间的接触类型为 frictional 接触,齿轮运转过程中轮齿之间的啮合作用可以简化为一个在啮合线方向上的时变弹簧,弹簧刚度等于该时刻的啮合刚度。根据公式(7)可计算齿轮的啮合刚度,得到齿轮啮合的平均啮合刚度。

由于双渐开线齿轮的齿腰分阶特性,啮合线是间断的,则需在两端齿面施加两个弹簧。为便于分析,本研究将每个弹簧的刚度值设为啮合刚度值的一半。摩擦因数是影响齿面间摩擦力的重要因素之一,因此本研究通过设置不同的摩擦因数来分析齿面摩擦对动态特性的影响。

齿轮啮合面接触如图 2 所示。

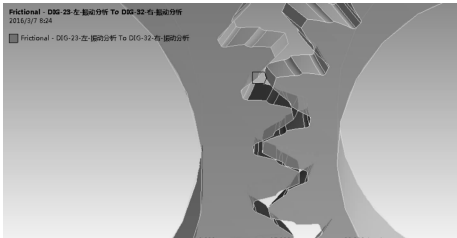


图 2 齿轮啮合面接触

齿轮啮合刚度有限元模型如图 3 所示。

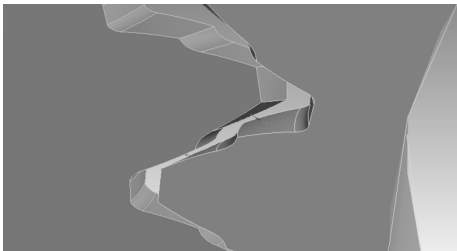


图 3 齿轮啮合刚度有限元模型

3 结果与分析

3.1 参数定义

本研究在自由模态的情况下进行有限元模态分析,得到计及齿面摩擦和啮合刚度二因素的双渐开线齿轮啮合的前十阶振动变形和模态频率,将摩擦因数设为第一个输入参变量  $P_1$ ,齿轮啮合刚度设为第二个输入参变量  $P_2$ ,齿轮振动变形和模态频率设为输出参变量。

本研究采用响应曲面法对齿轮动态特性进行有限元分析,响应曲面法也称为回归设计,是指采用多元二次回归方程来拟合输入参变量与输出参变量之间的函数关系。

模态频率结果如表 2 所示。

表 2 双渐开线齿轮传动系统前十阶模态频率

| 阶次            | 1 | 2 | 3               | 4               | 5               | 6               | 7   | 8   | 9   | 10   |
|---------------|---|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----|-----|-----|------|
| $f/\text{Hz}$ | 0 | 0 | $2.7\text{e}-3$ | $3.6\text{e}-3$ | $3.7\text{e}-3$ | $4.1\text{e}-3$ | 111 | 135 | 545 | 1317 |

从表 2 可见,本研究在自由模态下分析齿面摩擦以及啮合刚度对振动变形和模态频率的影响,前 6 阶的模态频率近似为 0,故笔者从第 7 阶开始分析齿轮传动系统的振动变形和模态频率。

本研究定义  $P_3$ 、 $P_4$ 、 $P_5$ 、 $P_6$  分别为系统第 7、8、9、10 阶的振动变形,  $P_7$ 、 $P_8$ 、 $P_9$ 、 $P_{10}$  分别为系统第 7、8、9、10 阶的模态频率。

3.2 齿面摩擦和齿轮啮合刚度对轮齿变形的影响

为研究齿面摩擦与齿轮啮合刚度对轮齿变形的影响,笔者分别选取不同摩擦因数、不同啮合刚度,对双渐开线齿轮进行轮齿变形研究。

齿面摩擦对振动变形的影响如图 4 所示。

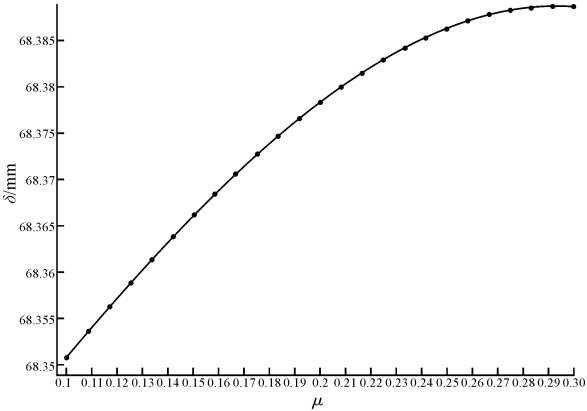


图 4 齿面摩擦对振动变形的影响

从图 4 中可以看出,随着摩擦因数的增加,双渐开线齿轮传动系统变形量显著增大,当摩擦因数小于 0.24 时,变形量随摩擦因数的增加近似呈线性增加;当摩擦因数大于 0.24 时,变形量增加趋势变缓。由此可见,齿面摩擦对齿轮系统变形量有一定影响。

啮合刚度对振动变形的影响如图 5 所示。

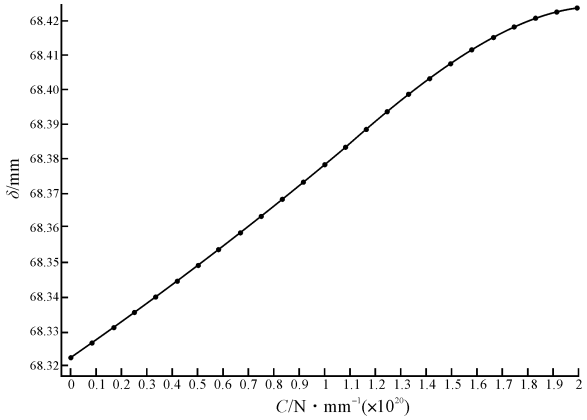


图 5 啮合刚度对振动变形的影响

从图 5 中可以看出,随着齿轮啮合刚度的增加,双渐开线齿轮传动系统变形量增大,当啮合刚度大于  $1.8 \times 10^{20} \text{ N/mm}$  时,变形量增长趋势变缓。由此可见,齿轮啮合刚度对双渐开线齿轮系统变形量有一定影响。

为进一步研究不同模态阶数下,齿面摩擦和啮合刚度对双渐开线齿轮传动系统振动变形的影响,本研究选取不同模态阶数下的振动变形量进行对比分析。

齿轮各阶振动变形如图 6 所示。

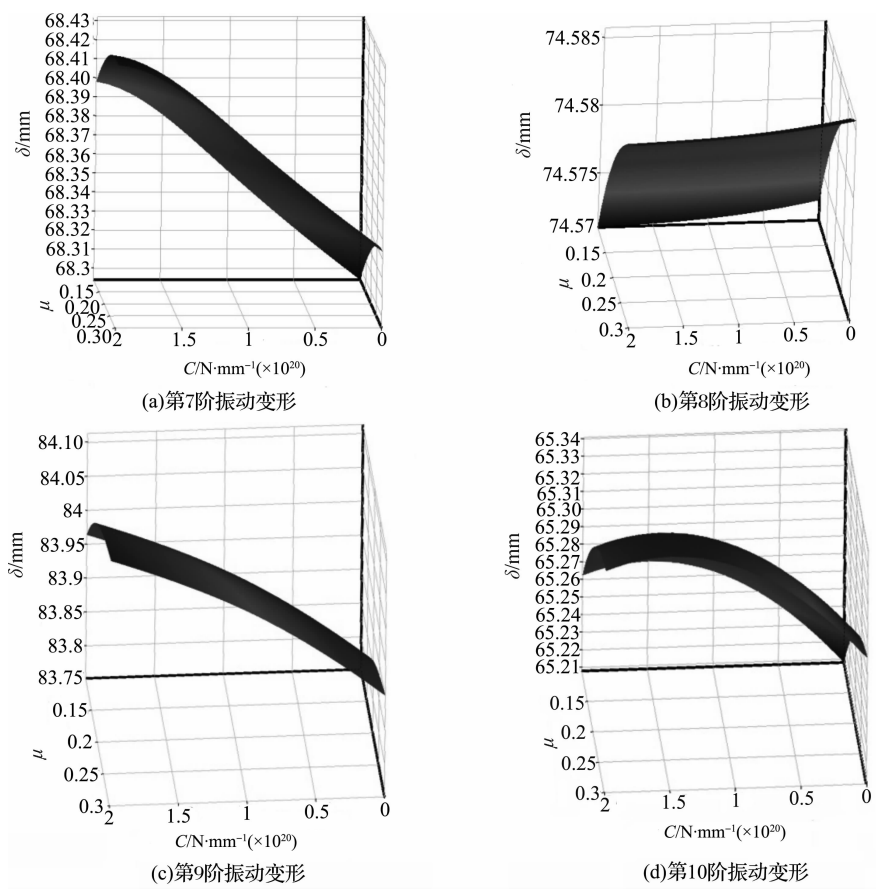


图 6 齿面摩擦和齿轮啮合刚度对轮齿变形的影响

从图 6 中可以看出,第 7 ~ 10 阶振动变形最大变化量分别为 0.13 mm、0.015 mm、0.25 mm、0.08 mm,随着摩擦因数与啮合刚度的增加,各阶齿轮振动变形量均增大。由此可见,齿面摩擦和齿轮啮合刚度对齿轮振动变形量有影响。

3.3 齿面摩擦和齿轮啮合刚度和对齿轮模态频率的影响

为研究齿面摩擦与齿轮啮合刚度对齿轮模态频率的影响,本研究分别选取不同摩擦因数、不同啮合刚度,对双渐开线齿轮进行模态分析。

齿面摩擦对模态频率的影响如图 7 所示。

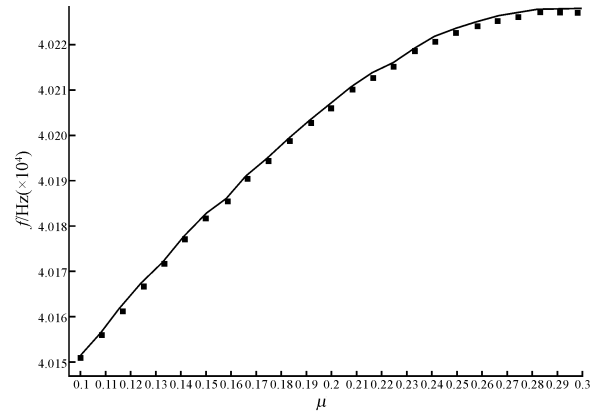


图 7 齿面摩擦对模态频率的影响

从图 7 中可以看出,随着摩擦因数的增加,双渐开线齿轮传动系统模态频率增大,当摩擦因数从 0.1 增大到 0.3 时,模态频率的变化值为 80 Hz。由此可见,齿面摩擦对齿轮系统模态频率有一定影响。

啮合刚度对模态频率的影响如图 8 所示。

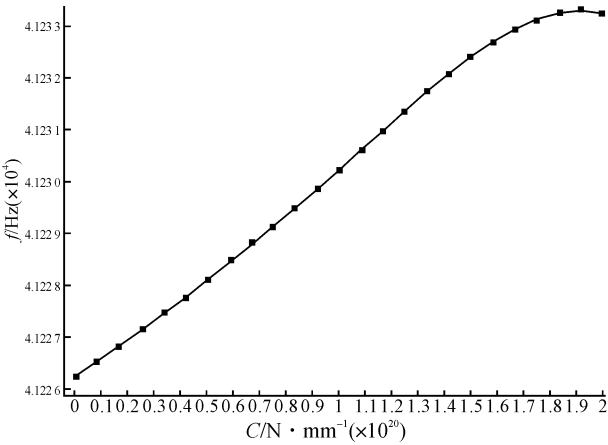


图 8 啮合刚度对模态频率的影响

从图 8 中可以看出,随着齿轮啮合刚度的增加,双渐开线齿轮传动系统模态频率增大,当啮合刚度大于  $1.8 \times 10^{20}$  N/mm 时,模态频率趋于平缓。由此可见,齿轮啮合刚度对双渐开线齿轮系统模态频率有一定影响。

为进一步研究不同模态阶数下齿面摩擦与啮合刚度对模态频率的影响,笔者选取不同模态阶数频率进

行对比分析。

齿轮各阶模态频率如图9所示。

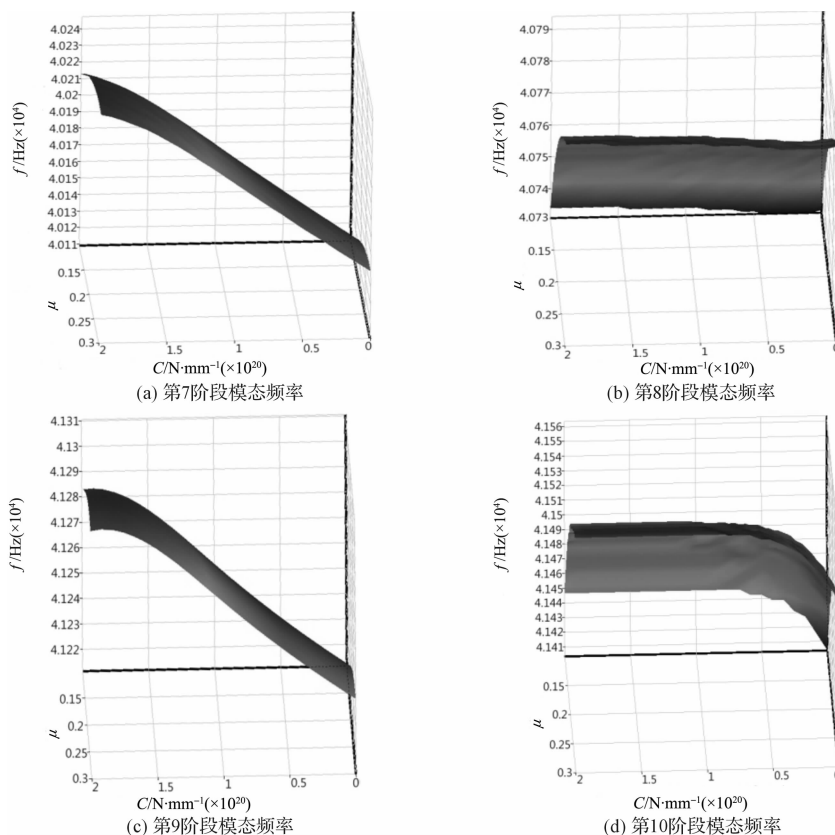


图9 齿面摩擦和啮合刚度对模态频率的影响

从图9中可以看出,第7~10阶模态频率最大变化量分别为130 Hz、60 Hz、90 Hz、150 Hz,随着齿面摩擦与啮合刚度的增加,各阶模态频率均增加。由此可见,不同模态阶数下的模态频率不同,齿面摩擦和啮合刚度对各阶模态频率均有影响。

## 4 结束语

本研究讨论了计及齿面摩擦和齿轮啮合刚度的双渐开线齿轮传动动态特性,得到了在自由模态下双渐开线齿轮的振动变形和模态频率,运用响应曲面分析方法动态显示了齿面摩擦和啮合刚度与齿轮振动变形和模态频率之间的关系。

笔者通过选取不同模态阶数对双渐开线齿轮传动进行动态特性研究,分析了不同模态阶数下齿轮振动变形与模态频率变化状况。

研究表明,不同模态阶数下的振动变形与模态频率均有不同,随着齿面摩擦因数与啮合刚度的增加,双渐开线齿轮传动系统各阶模态频率与振动变形均增加。由此可见,在对齿轮传动系统进行动态特性研究时,应该对齿面摩擦和啮合刚度进行考虑。

## 参考文献 (References):

- [1] 唐进元,彭方进. 准双曲面齿轮动态啮合性能的有限元分析研究[J]. 振动与冲击, 2011, 30(7): 101-106.
- [2] GOVENDERB E, RATCHEV S. Deflection prediction and analysis of forces in the milling of flexible structures using artificial intelligence coupled with FEA methods[C]//Proceedings of the 2000 International CIRP Design Seminar. Hifa: spinger, 2000: 277-282.

(下转第1056页)

本文引用格式:

樊智敏,许君君. 齿面摩擦和啮合刚度对双渐开线齿轮传动动态特性的影响研究[J]. 机电工程, 2016, 33(9): 1039-1043, 1056.

FAN Zhi-min, XU Jun-jun, et al. Influence of tooth surface friction and meshing stiffness on dynamic characteristic of double involute gear[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2016, 33(9): 1039-1043, 1056.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>