

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2016.09.022

# 基于电机转矩曲线下码垛机器人轨迹函数的优化研究

张周康, 周诚, 夏正亚, 洪亮\*

(南京理工大学 能源与动力工程学院, 江苏 南京 210094)

**摘要:**针对工程实际中由于机器人电机速度滞后于关节速度带来的振动问题,首先,对机器人关节进行了轨迹函数的规划和关节运动方程的分析,建立了电机转矩与轨迹函数之间的关系,应用 Solidworks 和 Matlab 软件,绘制出了机器人运动关节轨迹函数的速度—转矩曲线。其次,参考伺服电机速度—转矩特性曲线,分析了关节最大转矩与电机转矩之间的相互影响。最后,提出了一种基于电机转矩曲线下优化轨迹函数的简单方法,推导出了轨迹函数中与关节最大转矩相关的变量,进行了轨迹函数的优化,并利用机器人实验平台进行了轨迹函数优化后的测试。研究结果表明,通过该方法调整轨迹函数后,码垛速度从 4.5 s/包提高到 3.96 s/包,并且在相同速度下,调整后的关节没有产生冲击,验证了该方法在优化轨迹函数方面的合理性。

**关键词:**码垛机器人; 轨迹优化; 转矩; 轨迹函数

中图分类号:TP242.2; TH113.1

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2016)09-1144-05

## Optimization of palletizing robot's trajectory function based on the curve of servo motor's torque

ZHANG Zhou-kang, ZHOU Cheng, XIA Zheng-ya, HONG Liang

(Nanjing University of Science and Technology, School of Energy & Power Engineering, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** Aiming at the problem that the vibration occurred because of the joint's speed lagged behind the trajectory planning speed. firstly, the planning of the trajectory function was as well as the analysis of joint's kinematic equation was done, and the connection between motor's torque and trajectory function was built. Secondly, with the tools of Matlab and Solidworks, the robot's velocity-torque curve of joint's trajectory function was built, and the maximum torque of joint and motor influenced each other was analysed. Finally, the easier method to optimize trajectory function was presented based on the curve of servo motor's torque, the variety related to joint's maximum torque in the trajectory function was elicited, and the robot's trajectory function was optimized as well as the test of it with the robot experiment rig was finished. The results indicate that the palletizing speed is promoted from 4.5 s per bag to 3.95 s per bag after the optimization in this way, meanwhile, there is no vibration when with same joint's speed, and the method is certified reasonable in trajectory planning.

**Key words:** palletizing robot; optimize trajectory; torque; trajectory function

## 0 引言

随着工业的不断发展,趋于自动化与智能化,工

业机器人应用越来越广泛。其中,码垛机器人是用在工业生产过程中执行大批量工件、包装件的获取、搬运、码垛、拆垛等任务的一类工业机器人,码垛机

收稿日期:2016-04-28

作者简介:张周康(1992-),男,贵州六盘水人,硕士研究生,主要从事工业机器人轨迹规划与控制调试方面的研究。E-mail:1186922628@qq.com

通信联系人:洪亮,男,副研究员,硕士生导师。E-mail:164291377@qq.com

器人的应用不但可以缩短生产周期,提高产品质量,还可以改善生产条件,非常适应现代化生产发展的需要<sup>[1]</sup>。码垛机器人的运动基本上属于大惯量力臂运动过程,所以在码垛机器人的运动控制过程中,容易产生振动和冲击。为了使运动过程中码垛机器人避免冲击、振动等现象的发生,因此对各关节的轨迹规划就有了较高的要求。在工业机器人轨迹规划的理论方面,国内外均做了不少研究,Lin C-S 和 Chang 等<sup>[2]</sup>提出一种最优时间下的轨迹规划方法,Pires 等<sup>[3]</sup>研究了基于遗传算法轨迹规划方法,Piazz 等<sup>[4]</sup>采用的方法则达到了全局最优。Chettibi 和 Saramago 等<sup>[5-6]</sup>结合时间最优和系统能量,采用样条函数的方法。叶辰雷<sup>[7]</sup>综合国内外研究现状,介绍了基于时间最优、能量最优和 jerk 最优方法规划函数。国内外均在理论上对轨迹规划进行了深入的研究,但是均未考虑工程实际中与电机的匹配问题,因此提出基于电机转矩曲线下调整轨迹函数对工程实际具有重要意义。<sup>[8]</sup>

针对码垛机器人运动控制的工程实际中,由于轨迹函数与电机转矩的不匹配,机器人的最大转矩超出电机连续领域时间过长,本研究产生速度滞后,给机器人关节带来的冲击、振动问题,提出如何依据已经选定的电机,根据电机转矩曲线,寻找如何改进轨迹函数的相关变量,优化轨迹函数使其达到工程实际要求。并通过实验,以验证通过与电机转矩进行匹配调整轨迹函数的可行性。

## 1 工程问题

轨迹规划的前提是,机器人的驱动装置能够提供足够大的功率来满足机器人运动关节所做的加速和减速运动,即机器人手臂在路径的开始运动时就可以立刻加速到所需要的期望速度<sup>[9]</sup>。因此就需要各个关节具有适合的驱动力,保证关节在规划的运动轨迹下稳定高速地运行。在码垛机器人工程调试中,采用一些轨迹函数时,发现在速度最大处前面,产生了冲击振动,即电机速度跟不上预期值,产生了速度滞后,最后导致机器人手臂振动,产生冲击。针对这一问题,主要解决办法现在主要有重新规划轨迹函数和重新选择电机,本研究针对前一种方法,以电机转矩曲线为参考,调整轨迹函数,使机器人运动达到工程实际要求。码垛机器人的轨迹规划中,由

于腰部承载载荷大,旋转范围广,腰部的轨迹规划和电机的选择最为重要,本研究主要以腰部旋转关节的轨迹规划函数和电机转矩作为重点,介绍基于电机转矩曲线匹配下的轨迹函数的优化方法。

## 2 轨迹函数规划

在轨迹函数规划中,采用插值函数方法,并采用多项式组合进行插值拟合轨迹函数。在机器人的起始位姿和终止位姿的关节变量采用  $\theta_I$  和  $\theta_F$  表示,把时间为变量,从起始位姿开始,令  $t = 0$ ,工作时间为  $T$ ,到达终止位姿时为  $t = T$ 。设关节运动轨迹插值函数为  $s(\tau)$ ,并且设定:  $0 \leq s \leq 1$ ,  $0 \leq \tau \leq 1$ ,  $\tau = t/T$ ,用  $\theta_j^I$  和  $\theta_j^F$  表示第  $j$  个机器人关节变量的起始位姿和终止位姿,然后用矢量形式表示位置函数,速度函数,加速度函数分别为:

$$\theta_j(t) = \theta_j^I + (\theta_j^F - \theta_j^I)s(\tau) \quad (1)$$

$$\theta'(t) = (\theta_F - \theta_I)s'(\tau)\tau'(t) = \frac{1}{T}(\theta_F - \theta_I)s'(\tau) \quad (2)$$

$$\theta''(t) = \frac{1}{T^2}(\theta_F - \theta_I)s''(\tau) \quad (3)$$

以下面条件作为  $s(\tau)$  函数的初始条件和终止条件:  $s(0) = 0, s'(0) = 0, s''(0) = a; s(1) = 1, s'(1) = 0, s''(1) = 0$ 。

其中: $a$ — 初始加速度。

以上插值函数方法均来自参考文献<sup>[10]</sup>。本研究采用两段多项式函数组合进行轨迹函数的拟合,并且在函数连接处给定相应的约束条件,约束条件的给定主要由厂家要求的工作效率和机器人的机械特性决定。为了使组合函数连续,由函数的连续性条件有:

$$\begin{aligned} s_{\tau_m}(n) &= s_{\tau_m}(m), s'_{\tau_m}(n) = s'_{\tau_m}(m) = v, \\ s''_{\tau_m}(n) &= s''_{\tau_m}(m) = 0 \end{aligned}$$

其中:  $s_{\tau_m}(n), s_{\tau_m}(m)$ —  $n$  次多项式和  $m$  次多项式,  $s_{\tau_m}(n)$ — 加速段函数,  $s_{\tau_m}(m)$ — 减速段函数,  $\tau_m$ —  $\tau_m$  时刻为连接点,  $v$ — 连接点处速度。

对不同的多项式的函数,选取不同初始条件和终止条件,及连续性条件,即可拟合出插值函数。本研究以插值函数的初始加速度  $a = 3$  作为限定条件,加速时间与减速时间比为  $2:3$ ,即  $\tau_m = 0.4$ ,通过 Matlab 规划轨迹函数,拟合得到两组轨迹函数,以 3 次函数与 4 次函数连接拟合得到插值函数:

$$\begin{cases} s(\tau) \Big|_{\substack{\tau=0 \\ \tau=0}} = 1.5\tau^2 + 1.108\tau^3 \\ s(\tau) \Big|_{\substack{\tau=1 \\ \tau=0.4}} = 0.983 - 7.889\tau + 23.761\tau^2 - \\ \quad 23.793\tau^3 + 7.938\tau^4 \end{cases} \quad (4)$$

以 4 次函数与 4 次函数连接拟合得到插值函数:

$$\begin{cases} s(\tau) \Big|_{\substack{\tau=0.4 \\ \tau=0}} = 1.5\tau^2 + 7\tau^3 - 10.313\tau^4 \\ s(\tau) \Big|_{\substack{\tau=1 \\ \tau=0.4}} = 0.111 - 1.778\tau + 10.667\tau^2 - \\ \quad 12.445\tau^3 + 4.446\tau^4 \end{cases} \quad (5)$$

分别将式(4)和式(5)插值函数代入式(2),得到轨迹角速度函数,3次函数与4次函数组合的轨迹角速度函数为:

$$\begin{cases} \theta'(t) \Big|_{\substack{\tau=0.4 \\ \tau=0}} = \frac{(\theta_F - \theta_I)}{T}(3\tau + 3.324\tau^2) \\ \theta'(t) \Big|_{\substack{\tau=1 \\ \tau=0.4}} = \frac{(\theta_F - \theta_I)}{T}(-7.889 + 47.522\tau - \\ \quad 71.379\tau^2 + 31.752\tau^3) \end{cases} \quad (6)$$

4 次函数与 4 次函数组合的轨迹角速度函数为:

$$\begin{cases} \theta'(t) \Big|_{\substack{\tau=0.4 \\ \tau=0}} = \frac{(\theta_F - \theta_I)}{T}(3t + 21\tau^2 - 41.252\tau^3) \\ \theta'(t) \Big|_{\substack{\tau=1 \\ \tau=0.4}} = \frac{(\theta_F - \theta_I)}{T}(-1.778 + 21.334\tau - \\ \quad 37.335\tau^2 + 17.784\tau^3) \end{cases} \quad (7)$$

### 3 轨迹函数转矩与轨迹优化

#### 3.1 腰部关节运动方程

腰部关节的工作旋转角度为  $\theta$ , 腰部关节运动时, 根据力学方面知识及拉格朗日函数:  $L = K - P$ , 对于旋转运动而言, 运动方程有:

$$T_i = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial \theta'_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} \quad (8)$$

式中:  $K$ —动能,  $P$ —势能,  $\theta_i$ —系统变量,  $T_i$ —产生旋转的所有转矩。

为了简化计算, 将机械手臂作为刚体看待, 则旋转过程中的动能为:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (9)$$

式中:  $I$ —转动惯量,  $\omega$ —角速度,  $m$ —质量。

由于机械手腰部只做旋转运动, 所有机械手的动能为:  $K = \bar{I}\omega^2/2$ 。由建模软件测量质心到参考平面的距离为  $l$ , 则系统的势能为:  $P = mgl$ 。则机器人的腰部旋转关节的拉格朗日函数为:

$$L = \frac{1}{2}I\omega^2 + mgl \quad (10)$$

将规划好的角速度函数代入上式, 得到拉格朗日函数为:

$$L = \frac{1}{2}I\theta'(t)^2 + mgl \quad (11)$$

则机器人腰部系统动力学函数为:

$$T_i = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial \theta'_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = I\theta''(t) \quad (12)$$

#### 3.2 轨迹函数转矩—速度曲线

根据三维建模得到的模型, 计算得到转动惯量  $I$  为 824.14 kg·m<sup>2</sup>, 机器人的初始位姿  $\theta_I$  为 0°, 终止位姿  $\theta_F$  为 120°, 规划函数时负载时间  $T$  为 1.7 s, 代入式(12)后得到腰部旋转关节的轨迹函数对应动力学函数。3 次多项式与 4 次多项式拟合的轨迹函数对应的运动函数为:

$$\begin{cases} T_i \Big|_{\substack{\tau=0.4 \\ \tau=0}} = 824.14 \times \frac{2\pi}{3} \times \frac{1}{1.7^2} \times (3 + 6.648\tau) \\ T_i \Big|_{\substack{\tau=1 \\ \tau=0.4}} = 824.14 \times \frac{2\pi}{3} \times \frac{1}{1.7^2} \times (47.522 - \\ \quad 142.758\tau + 95.256\tau^2) \end{cases} \quad (13)$$

4 次多项式与 4 次多项式拟合的轨迹函数对应的运动函数为:

$$\begin{cases} T_i \Big|_{\substack{\tau=0.4 \\ \tau=0}} = 824.14 \times \frac{2\pi}{3} \times \frac{1}{1.7^2} \times (3 + 42\tau - \\ \quad 123.756\tau^2) \\ T_i \Big|_{\substack{\tau=1 \\ \tau=0.4}} = 824.14 \times \frac{2\pi}{3} \times \frac{1}{1.7^2} \times (21.334 - \\ \quad 74.67\tau + 53.352\tau^2) \end{cases} \quad (14)$$

码垛机器人腰部关节选用三洋伺服电机, 型号为 R2AA8350DCH00, 功率为 3.5 kW, 额定转速为 2 000 min<sup>-1</sup>。减速箱的减速比为 119, 则将旋转关节的轨迹函数对应转矩换算到电机轴的转矩计算公式为  $T = T_i/119$ 。应用 Matlab 软件, 作出轨迹函数对应的速度—转矩曲线, 并与所选伺服电机的速度—转矩特性曲线进行比较。

不同轨迹函数对应的速度—转矩特性曲线如图 1 所示。

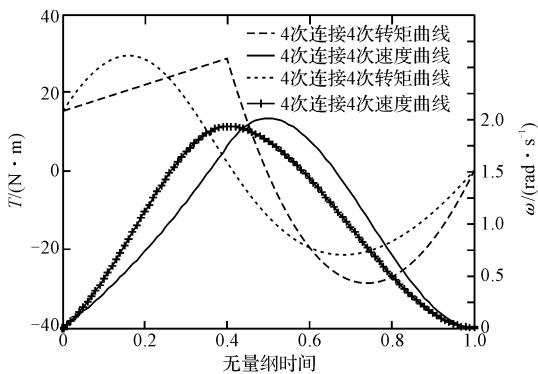


图1 轨迹函数对应速度和转矩曲线

所选伺服电机的速度—转矩特性曲线如图2所示。

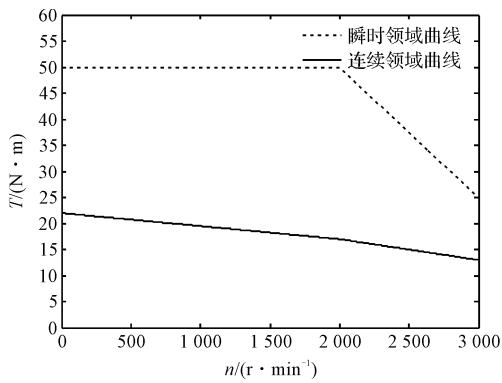


图2 伺服电机速度-转矩曲线

## 4 实验及结果分析

由图1轨迹函数转矩曲线可知,最大转矩处没有对应最大角速度,而是在最大加速度处。而在电机选型时,基本是以最大速度处来选定<sup>[11-12]</sup>,所以工程实际中,负载转矩就会超出连续转矩时间太多,关节就会产生较大冲击和振动。根据减速比,本研究把图1中的角速度转换为电机转速后,确定轨迹函数转矩曲线最大转矩处的速度值,并找出在伺服电机上该速度值对应的额定扭矩。不同轨迹函数下最大转矩与额定转矩的对比如表1所示。

表1 不同轨迹函数下最大转矩与额定转矩的对比

轨迹 函数	加速段 最大转 矩 $T_m/N \cdot m (r \cdot min^{-1})$	加速段 转速 $n/(r \cdot min^{-1})$	减速段 电机额 定扭矩 $T_m/N \cdot m$	减速段 最大转 矩 $T_m/N \cdot m (r \cdot min^{-1})$	减速段 转速 $n/(r \cdot min^{-1})$	减速段 电机额 定扭矩 $T_m/N \cdot m$
4—4 连接	32.88	1 039.45	19.40	24.02	1 092.76	19.27
3—4 连接	28.34	1 968.57	17.07	29.94	1 131.45	19.17

由表1可知,两个函数的最大转矩均处在了电机的瞬时区域,在调试运行时,在相同速度时均发生了不同程度的振动。综合考虑,选择4次连接4次函数进行优化,由插值函数可知,轨迹函数由插值函数 $s(\tau)$ 决定,由式(12)可知轨迹函数最大转矩由最大加速度决定,对于4次连接4次轨迹函数, $s(\tau)$ 为:

$$\begin{cases} s(\tau) \Big|_{\substack{\tau=\tau_m \\ \tau=0}} = a_0 + a_1\tau + a_2\tau^2 + a_3\tau^3 + a_4\tau^4 \\ s(\tau) \Big|_{\substack{\tau=1 \\ \tau=\tau_m}} = b_0 + b_1\tau + b_2\tau^2 + b_3\tau^3 + b_4\tau^4 \end{cases} \quad (15)$$

式中: $\tau_m$ — 加速阶段时间。

以加速时间段为例,由 $s(\tau)$ 函数的初始条件和终止条件解得系数分别为:

$$\begin{cases} a_0 = 0, a_1 = 0, a_2 = a/2 \\ a_3 = \frac{(12 - a - (36 + a)\tau_m + (8a + 48)\tau_m^2 - 12a\tau_m^3)}{(18\tau_m^3 - 18\tau_m^2 + 6\tau_m)} \\ a_4 = \frac{(a - 12 + (24 + a)\tau_m - (5a + 48)\tau_m^2 + 9a\tau_m^3)}{(36\tau_m^3 - 36\tau_m^2 + 12\tau_m)} \end{cases} \quad (16)$$

加速阶段的加速度函数为:

$$s''(\tau) \Big|_{\substack{\tau=\tau_m \\ \tau=0}} = 2a_2 + 6a_3\tau + 12a_4\tau^2 \quad (17)$$

由式(17)可知,在轨迹函数中,加速度最大值的 $\tau$ 时刻确定时,最大加速度值只与系数 $a_2, a_3, a_4$ 相关,而系数 $a_2, a_3, a_4$ 只与初始加速度 $a$ 和加速时间 $\tau_m$ 相关。根据相关数学知识可知,在 $\tau_m$ 不变时,最大加速度随初始加速度为单调递减关系;在 $a$ 不变时,最大加速度随 $\tau_m$ 为单调递减关系。根据式(2)规划轨迹后实际运行时间为 $T = (\theta_F - \theta_I)s'(\tau)/\theta'(t)$ 。在运行时, $\theta'(t)$ 为定值,可知 $s'(\tau)$ 越小,实际运行时间就越小,效率就越高。

因此,改变其初始加速度 $a$ 和加速段时间 $\tau_m$ 来改变最大加速度和最大速度的值,就可以对轨迹函数进行调整,进行轨迹函数的优化,4次连接4次函数初始加速度 $a = 3$ 增大到 $a = 4.5$ ,加速段时间 $\tau_m = 0.4$ 调整到 $\tau_m = 0.5$ 时的转矩和速度曲线图如图3所示。

根据图3,本研究以电机转矩曲线为参考,进行轨迹函数的调整可以看出,调整方向基本符合规矩函数的优化原则,即尽可能减小最大速度值,降低最大加速度值(或最大减速度值)。调整后的加速段的最大转矩从32.88 N·m降低到26.43 N·m。插值函数

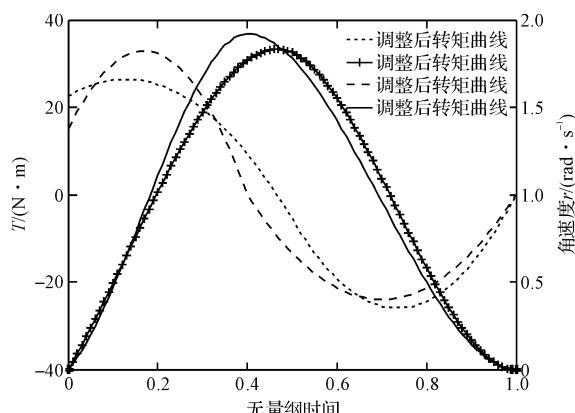


图 3 调整前后速度—转矩曲线对比

的速度  $s'(\tau)$  从 1.92 降低到 1.83。从实验结果来看,码垛速度从 4.5 s/包提高到 3.96 s/包,运动时间得到了提高,并且在相同速度下,调整后的关节没有产生冲击。

## 5 结束语

本研究首先对机器人腰部关节进行建模分析,计算出了大惯量负载下关节的转动惯量,根据规划轨迹函数的基本要求,规划出轨迹函数,并通过动力学分析,绘制出轨迹函数对应的负载转矩特性曲线。在轨迹函数调整方面,分析出最大转矩只与初始加速度  $a$  和加速段时间  $\tau_m$  有关,通过调整初始加速度  $a$  和加速段时间  $\tau_m$  来改变最大加速度和最大速度值,使轨迹函数的最大负载转矩处于电机允许的瞬时转矩内,从而让轨迹函数达到工程实际要求。在电机选型方面,则可以根据轨迹函数最大转矩,综合考虑电机选型原则,进行电机选型,而不用重新规划轨迹函数,就可以达到工程要求。

本研究从轨迹函数与工程实际相结合出发,为轨迹函数优化和电机选型提供了一种参考方法,这一方法同样适用于机器人的其他关节轨迹函数的优化。

## 参考文献(References) :

- [1] 李晓刚,刘晋浩. 码垛机器人的研究与应用现状—问题及对策[J]. 包装工程,2011,32(3):96-102.
- [2] LIN C-S, CHANG P-R, LUH J Y S. Formulation and Optimization of Cubic Polynomial Joint Trajectories for Industrial Robots[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1983,28(2):1006-1074.
- [3] PIRES E J, MACHADO J A, OLIVEIRA PBDM. Robot Trajectory Planning Using Multi-objective Genetic Algorithm Optimization[J]. Springer Berlin Heidelberg, 2004, 3102(4):615-626.
- [4] PIAZZI A, VISIOLI A. Global minimum-time trajectory planning of mechanical manipulators using interval analysis[J]. Journal of Control, 1998, 71(4): 631 - 652.
- [5] CHETTIBI T, LEHTIHET H E, HADDAD M, et al. Minimum cost trajectory planning for industrial robots[J]. European Journal of Mechanics A/Solids, 2004, 23 (3): 703-715.
- [6] SARAMAGO S F P, STEDDEN V J R. Optimal trajectory planning of robot manipulators in the presence of moving obstacles[J]. Mechanism & Machine Theory, 2000, 35(8):1079-1094.
- [7] 叶辰雷. 码垛机器人的结构优化及轨迹规划研究[D]. 北京:北京邮电大学自动化学院,2014.
- [8] 付晓龙,何建萍,王付鑫. 焊接机器人轨迹规划的研究现状[J]. 轻工机械,2015,33(2):110-113.
- [9] NIKE. 机器人学导论[M]. 北京:电子工业出版社,2013.
- [10] JORGE ANGELES. Fundamentals of Robotic Mechanical Systems[M]. New York:Springer,2007.
- [11] 康国坡,陈新度,夏鸿建. 基于动力学分析的喷涂机器人电机选型[J]. 机械设计与制造,2012(12):148-150.
- [12] 罗刚,李祖枢,薛方正,等. 基于虚拟样机技术的仿人机器人电机选型[J]. 机械研究与应用,2009,22(3):79-82.

[编辑:周昱晨]

## 本文引用格式:

张周康,周诚,夏正亚,等. 基于电机转矩曲线下码垛机器人轨迹函数的优化研究[J]. 机电工程,2016,33(9):1144-1148.

ZHANG Zhou-kang, ZHOU Cheng, XIA Zheng-ya, et al. Optimization of palletizing robot's trajectory function based on the curve of servo motor's torque[J].

Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2016,33(9):1144-1148.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>