

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2016.12.002

# 仿壁虎机器人地壁过渡步态规划与运动仿真

李和言<sup>1</sup>,关 阳<sup>2</sup>

(1. 北京理工大学 车辆传动国家重点实验室,北京 100081;2. 北京理工大学 机械与车辆学院,北京 100081)

**摘要:**针对传统仿壁虎机器人空间运动能力不足、空间运动步态方法的可行性问题,基于仿生学原理,设计了一种具有腰关节的每条腿具有三个自由度的四足仿壁虎机器人,对仿壁虎机器人的结构进行了正运动学和逆运动学的分析,建立了各关节角度和机身空间坐标系下各参量之间的关系,在地面与墙壁交角为90°的工况下,根据其关于纵向平面对称的结构特点提出了一种对称式地壁过渡步态方法。在Matlab软件上对该步态方法的可控性进行了评价,利用各关节角度与各参量之间的函数关系编程得到了地壁过渡过程中各关节角度、角速度曲线,并在Inventor环境下进行了运动学仿真实验。研究结果表明,各关节角度、角速度均在允许范围内,且角度函数一次连续,验证了结构的合理性和步态的可行性。

**关键词:**仿壁虎机器人;地壁过渡;步态规划

中图分类号:TH112;TP24

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2016)12-1428-09

## Gait planning and simulating of gecko-mimicking robot transition from ground to wall

LI He-yan<sup>1</sup>, GUAN Yang<sup>2</sup>

(1. National Key Laboratory of Vehicular Transmission, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2. School of Mechanical and Vehicular Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** Aiming at the limited space movement ability of the traditional gecko-mimicking robot and the feasibility problem of space motion gait methods, based on the bionics principle, the structure of a four-legged gecko-mimicking robot equipped with waist joint and three-degree-of-freedom in each leg was designed. After the forward kinematics and inverse kinematics analysis of the gecko-mimicking robot's structure, the function between each joint angle and the parameters in the space coordinates of the body was established. Under the working condition that the angle between the ground and the wall was 90 degrees, a symmetric gait of ground-to-wall transition method was presented according to its structure which was symmetrical with respect to the longitudinal plane. The controllability of the method was evaluated on the Matlab. The joint angle and angular velocity curve during the transition from ground to wall was gotten by the function between each joint angle and the parameters and programming, and the kinematics simulation experiment was carried out in the Inventor environment. The results indicate that each joint angle, angular velocity is within the allowable range and the derivative of the angle function is continuous, which verify the rationality of the robot structure and the feasibility of gait planning.

**Key words:** gecko-mimicking robot; transition from ground to wall; gait planning

## 0 引言

仿壁虎机器人是一种有着强大空间运动能力的机电产品,在各个领域中得到了广泛的应用<sup>[1]</sup>。步态是研究爬行机器人的一个重要参数,国内外很多学者都

对此做了重点研究:其中,文献[2-3]研制的仿壁虎机器人基于不同的方法进行了运动学分析,规划了机器人行走时的三角步态和对角步态。文献[4]在机器人直线位移步态之外还规划了一种原地转弯步态。这些已有的步态规划可以实现一个壁面内的运动,但还不

收稿日期:2016-07-11

作者简介:李和言(1978-),男,满族,黑龙江绥化人,工学博士,副教授,主要从事车辆变速系统集成设计、静液驱动系统和离合器摩擦系统领域的研究工作。E-mail:Lovheyen@bit.edu.cn

具备不同表面之间的过渡能力,这就限制了仿壁虎机器人的空间运动能力。

对此,很多学者开展了地壁过渡步态规划的研究:郑浩峻等<sup>[5]</sup>针对步行机的一般结构,提出了一种在任意夹角相交面上的运动规划。文献[6-7]提出了一种侧向横爬的地壁过渡方法,虽然减少了自由度数,但对机器人结构有更高要求。曹飞祥等<sup>[8]</sup>提出了增加了一个腰部自由度的过渡步态,但腿部只有两个自由度,一定程度上限制了机器人运动能力。孟偲等<sup>[9]</sup>设计了一种爬壁机器人并规划了过渡步态,但过于复杂,对控制提出了很高的要求。王洪光等<sup>[10-11]</sup>设计了一种双足爬壁机器人,并进行了壁面凹过渡的步态规划。

本研究将根据所设计的仿壁虎机器人的结构特点,利用逆运动学分析的方法规划一种对称式地壁过渡步态,并通过 Matlab 编程得到一种给定参数下的步态规划结果,并在 Inventor 中进行仿真。

## 1 仿壁虎机器人结构设计

所研究的仿壁虎机器人三维结构如图 1 所示。

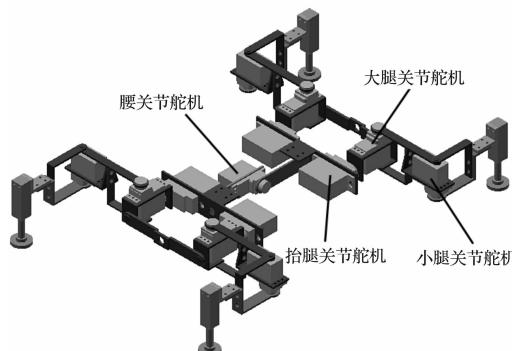


图 1 机器人结构

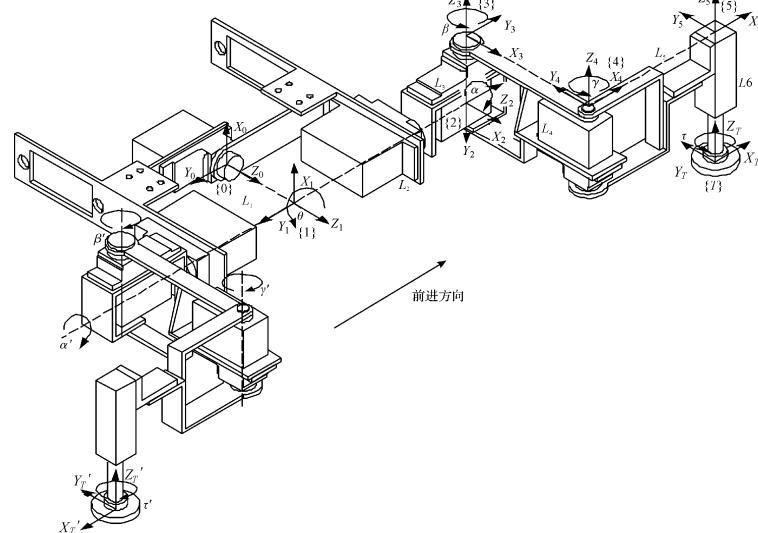


图 2 D-H 坐标系

$\theta$ —腰关节转角;  $\alpha$ —抬腿关节转角;  $\beta$ —大腿关节转角;  $\gamma$ —小腿关节转角;  $\tau$ —脚掌相对小腿转动角度

机器人为四足对称式的,其中每条腿有 3 个主动自由度,分别由抬腿关节舵机、大腿关节舵机、小腿关节舵机控制。脚掌处有一个被动自由度,可以相对小腿轴线旋转。机器人与地面间采用真空吸附。在机器人中部有一个腰部关节舵机,控制前后半身体之间的夹角。

## 2 运动分析

以机体纵向截面是否垂直于壁面,本研究将步行机的过渡运动分为直爬和斜爬两种方式,本研究的步态规划为直爬方式,且由于机器人结构的对称性,其步态的设计也关于纵向截面对称。

### 2.1 位姿的表示

假设现有坐标系 {1}、{2},且 {1} 为基准坐标系,则 {2} 的姿态可以用一个  $3 \times 3$  的矩阵  $R$  表示。 $R = [n \ o \ a]$ ,其中: $n, o, a$ —{2} 的 X、Y、Z 轴在 {1} 下同方向的单位矢量,且构成右手矢量积, $n = o \times a$ 。{2} 的位置可以用从 {1} 原点指向 {2} 原点的矢量  $p$  来表示, $p = [p_x \ p_y \ p_z]^T$ ,则 {2} 相对 {1} 的位姿为:

$${ }_2^1 T = \begin{bmatrix} n & o & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### 2.2 仿壁虎机器人腿部机构的正运动学分析

本研究取机器人右半边进行分析,利用 Denavit 和 Hartenberg 提出的 D-H 方法建立的坐标系<sup>[12]</sup> 如图 2 所示。

图 2 中,以右前腿为例,其中 {0} 固定于后半机身,{1} 固定于抬腿舵机,{2} 固定于大腿舵机,{3} 固定于小腿舵机,{4}、{5} 固定于小腿,{T} 固定于脚掌。以如图所示位置为初始位置。D-H 参数如表 1 所示。

表 1 右前腿 D-H 参数

$i$	$a_{i-1}/\text{mm}$	$\alpha_{i-1}/\text{s}^{-1}$	$d_i/\text{mm}$	$\theta_i/\text{s}^{-1}$
1	0	0	$L_1$	$\theta$
2	0	$\frac{\pi}{2}$	$L_2$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$
3	0	$\frac{\pi}{2}$	$L_3$	$\beta$
4	$L_4$	0	0	$\frac{\pi}{2} + \gamma$
5	$L_5$	0	0	0
$T$	0	0	$-L_6$	$\tau$

$L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6$ —两两坐标系原点之间的距离

其结构参数如表 2 所示。

表 2 结构参数

结构量	$L_1$	$L_2$	$L_3$	$L_4$	$L_5$	$L_6$
长度 /mm	35	81	27.3	57	59.65	52.5

图 2 中,设  $\alpha'、\beta'、\gamma'、\tau'$  为右后腿相应关节转角参数  $\{T'\}$  固连于右后脚掌,由前述可知,  $\theta$  为前半机身相对于后半机身的逆时针转角,现设  $\theta'$  为后半机身相对于前半机身的顺时针转角,易知任意时刻  $\theta$  与  $\theta'$  大小相等,方向相反,可进行对称研究。由于几何条件的限制,可得转角范围:  $-\pi/2 < \beta, \beta' < \pi, -3\pi/2 < \gamma, \gamma' < \pi/2$ 。

为逆运动学分析的方便,所需研究的位姿有 4 个,定义如下:

(1) 当 {0} 固定于后半机身时:

{T} 位姿:

$${}^0_T T_1 = \begin{bmatrix} R_1 & p_1 \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 & o_1 & a_1 & p_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} n_{x1} & o_{x1} & a_{x1} & p_{x1} \\ n_{y1} & o_{y1} & a_{y1} & p_{y1} \\ n_{z1} & o_{z1} & a_{z1} & p_{z1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

{T'} 位姿:

$$p_1 = \begin{bmatrix} p_{x1} \\ p_{y1} \\ p_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\theta\cos\alpha L_6 + (-A\sin\gamma + B\cos\gamma)L_5 + AL_4 + \cos\theta\cos\alpha L_3 + \sin\theta L_2 \\ -\sin\theta\cos\alpha L_6 + (-C\sin\gamma + D\cos\gamma)L_5 + CL_4 + \sin\theta\cos\alpha L_3 - \cos\theta L_2 \\ -\sin\alpha L_6 + EL_5 + \cos\alpha\cos\beta L_4 + \sin\alpha L_3 + L_1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中: $A = -\cos\theta\sin\alpha\cos\beta + \sin\theta\sin\beta, B = \cos\theta\sin\alpha\sin\beta + \sin\theta\cos\beta, C = -\sin\theta\sin\alpha\cos\beta - \cos\theta\sin\beta, D = -\sin\theta\cos\alpha\cos\beta - \cos\theta\cos\beta\sin\gamma$

$${}^0_T T_1 = \begin{bmatrix} R'_1 & p'_1 \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n'_{x1} & o'_{x1} & a'_{x1} & p'_{x1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n'_{x1} & o'_{x1} & a'_{x1} & p'_{x1} \\ n'_{y1} & o'_{y1} & a'_{y1} & p'_{y1} \\ n'_{z1} & o'_{z1} & a'_{z1} & p'_{z1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(2) 当 {0} 固定于前半机身时:

{T} 位姿:

$${}^0_T T_2 = \begin{bmatrix} R_2 & p_2 \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_2 & o_2 & a_2 & p_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{x2} & o_{x2} & a_{x2} & p_{x2} \\ n_{y2} & o_{y2} & a_{y2} & p_{y2} \\ n_{z2} & o_{z2} & a_{z2} & p_{z2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

{T'} 位姿:

$${}^0_T T_2 = \begin{bmatrix} R'_2 & p'_2 \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n'_{x2} & o'_{x2} & a'_{x2} & p'_{x2} \\ n'_{y2} & o'_{y2} & a'_{y2} & p'_{y2} \\ n'_{z2} & o'_{z2} & a'_{z2} & p'_{z2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

故有:

$${}^0_T T = {}^0_1 T_2^1 {}^1_3 T_3^2 {}^2_4 T_4^3 {}^3_5 T_5^4 {}^4_T T \quad (1)$$

据表 1 由 D-H 方法通过矩阵计算,可得:

$$n_1 = \begin{bmatrix} n_{x1} \\ n_{y1} \\ n_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-A\sin\gamma + B\cos\gamma)\cos\tau + (-A\cos\gamma - B\sin\gamma)\sin\tau \\ (-C\sin\gamma + D\cos\gamma)\cos\tau + (-C\cos\gamma - D\sin\gamma)\sin\tau \\ E\cos\tau + F\sin\tau \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$o_1 = \begin{bmatrix} o_{x1} \\ o_{y1} \\ o_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(A - \sin\gamma + B\cos\gamma)\sin\tau + (-A\cos\gamma - B\sin\gamma)\cos\tau \\ -(-C\sin\gamma + D\cos\gamma)\sin\tau + (-C\cos\gamma - D\sin\gamma)\cos\tau \\ -E\sin\tau + F\cos\tau \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$a = \begin{bmatrix} a_{x1} \\ a_{y1} \\ a_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\alpha \\ \sin\theta\cos\alpha \\ \sin\alpha \end{bmatrix} \quad (4)$$

$\sin\theta\sin\alpha\sin\beta - \cos\theta\cos\beta, E = -\cos\alpha\cos\beta\sin\gamma - \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma, F = -\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma + \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma$ 。

对 ${}^0_T T_2$ ,由结构的对称性可得:

$${}^0_T T_2 = \begin{bmatrix} n'_{x2} & o'_{x2} & a'_{x2} & p'_{x2} \\ n'_{y2} & o'_{y2} & a'_{y2} & p'_{y2} \\ n'_{z2} & o'_{z2} & a'_{z2} & p'_{z2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{x1} & o_{x1} & a_{x1} & p_{x1} \\ -n_{y1} & -o_{y1} & -a_{y1} & -p_{y1} \\ n_{z1} & o_{z1} & a_{z1} & p_{z1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中: $\theta = \theta'$ , $\alpha = \alpha'$ , $\beta = \beta'$ , $\gamma = \gamma'$ , $\tau = \tau'$ 。

当 $\theta = 0$ 时,即相当于 $\{0\}$ 固连于前半机身,故:

$${}^0_T T_2 = {}^0_T T_1 (\theta = 0) \quad (7)$$

对 ${}^0_T T_1$ ,由结构的对称性可得:

$${}^0_T T_1 = \begin{bmatrix} n'_{x1} & o'_{x1} & a'_{x1} & p'_{x1} \\ n'_{y1} & o'_{y1} & a'_{y1} & p'_{y1} \\ n'_{z1} & o'_{z1} & a'_{z1} & p'_{z1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{x2} & o_{x2} & a_{x2} & p_{x2} \\ -n_{y2} & -o_{y2} & -a_{y2} & -p_{y2} \\ n_{z2} & o_{z2} & a_{z2} & p_{z2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

### 3 仿壁虎机器人地壁过渡的步态规划及逆运动学分析

步态规划的实质即为给定规划动作并由机器人末端位姿变化通过逆运动学分析得到各关节转角随时间的变化过程。为方便起见,定义机器人末端不受约束的状态为摆动相,受到约束的状态为支撑相。本研究将机器人的地壁过渡分为 3 个阶段:初始状态、动作组一、动作组二。地壁过渡状态图如图 3 所示。

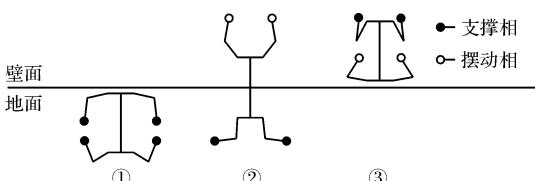


图 3 地壁过渡状态图

#### 3.1 初始状态( $t = 0$ , $\{0\}$ 固定于后半机身)

在此时,机器入机身纵向平面 $X_0O_0Y_0$ 垂直于墙面, $Y_0O_0Z_0$ 平面平行于地面,四脚掌均贴于地面且处于支撑相,即将开始进行地壁过渡。为尽量减少机身在下一阶段的运动行程, $\{0\}$ 与墙壁间距离应尽可能近。如图 3 中的①所示。

#### 3.2 动作组一( $t \in (0, T_1]$ , $\{0\}$ 固定于后半机身)

动作组一包含的动作有:前半机身绕腰关节逆时针旋转,前腿向前伸展为下一抬升动作做准备,后腿驱动机身垂直于墙面运动,过程中恒保持 $Y_0O_0Z_0$ 平面平行于地面。运动的结果为前脚掌贴于墙面,后脚掌贴于地面,如图 3 中的②所示。故在该阶段,前腿处于摆动相,后腿处于支撑相。

对前腿各关节转角 $\alpha(t)$ , $\beta(t)$ , $\gamma(t)$ ,以及腰关节转角 $\theta(t)$ ,因为处于摆动相,为开环控制,研究者只需得到 $\alpha(0)$ , $\beta(0)$ , $\gamma(0)$ , $\theta(0)$ 以及 $\alpha(T_1)$ , $\beta(T_1)$ , $\gamma(T_1)$ , $\theta(T_1)$ ,然后插值即可。

由于初始状态脚掌贴于地面,故:

$$\alpha_1(0) = [1 \ 0 \ 0]^T \quad (9)$$

由此可得:

$$\alpha(0) = 0, \theta(0) = 0 \quad (10)$$

出于干涉问题的考虑,结合图 3,给定限制条件:

$$p_{y1}(0) + L_2 > 0, p_{z1}(0) - L_1 > 0, \text{且 } \beta(0) \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right) \quad (11)$$

由式(5)解得:

$$\beta(0) = \sin^{-1}(J) - j \quad (12)$$

其中:

$$j = \tan^{-1}\left(\frac{-(p_{z1}(0) - L_1)}{p_{y1}(0) + L_2}\right) \quad (13)$$

$$J = \frac{(p_{y1}(0) + L_2)^2 + (p_{z1}(0) - L_1)^2 + L_4^2 - L_5^2}{-2L_4 \sqrt{(p_{y1}(0) + L_2)^2 + (p_{z1}(0) - L_1)^2}} \quad (14)$$

由几何关系可得:

$$\gamma(0) = \cos^{-1}\left(\frac{L_4^2 + L_5^2 - [(p_{y1}(0) + L_2)^2 + (p_{z1}(0) - L_1)^2]}{2L_4L_5}\right) - \frac{3}{2}\pi \quad (15)$$

由于 $T_1$ 时脚掌贴于墙面,故:

$$\alpha_1(T_1) = [0 \ 1 \ 0]^T \quad (16)$$

由此可得:

$$\alpha(T_1) = 0, \theta(T_1) = \frac{\pi}{2} \quad (17)$$

考虑到下一阶段抬升的需要,结合图 3,给定限制条件:

$$p_{x1}(T_1) - L_2 > 0, p_{z1}(T_1) - L_1 > 0, \text{且使得 } \beta(0) \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \quad (18)$$

由式(5)可得:

$$\beta(T_1) = \sin^{-1}(W) - w \quad (19)$$

其中:

$$w = \tan^{-1} \left( \frac{p_{z1}(T_1) - L_1}{p_{x1}(T_1) - L_2} \right) \quad (20)$$

$$W = \frac{(p_{x1}(T_1) - L_2)^2 + (p_{z1}(T_1) - L_1)^2 + L_4^2 - L_5^2}{2L_4 \sqrt{(p_{x1}(T_1) - L_2)^2 + (p_{z1}(T_1) - L_1)^2}} \quad (21)$$

由几何关系可知:

$$\gamma(T_1) = \cos^{-1} \left( \frac{\frac{(p_{z1}(T_1) - L_1)^2]}{2L_4 L_5} - [L_4^2 + L_5^2] }{2L_4 L_5} \right) + \frac{\pi}{2} \quad (22)$$

通过插值可得任意时刻  $t \in (0, T_1]$  的  $\alpha(t)$ 、 $\beta(t)$ 、 $\gamma(t)$ 、 $\theta(t)$ ,出于速度连续性的考虑,本研究采用余弦插值的方法,使得开始和终了的角速度都为 0,又为了避免与墙壁的干涉问题,对  $\theta(t)$  取该阶段前半段进行插值,故:

$$\alpha(t) = \frac{\alpha(0) + \alpha(T_1)}{2} + \frac{\alpha(0) - \alpha(T_1)}{2} \cos\left(\frac{t\pi}{T_1}\right) \quad (23)$$

$$\beta(t) = \frac{\beta(0) + \beta(T_1)}{2} + \frac{\beta(0) - \beta(T_1)}{2} \cos\left(\frac{t\pi}{T_1}\right) \quad (24)$$

$$\gamma(t) = \frac{\gamma(0) + \gamma(T_1)}{2} + \frac{\gamma(0) - \gamma(T_1)}{2} \cos\left(\frac{t\pi}{T_1}\right) \quad (25)$$

$$\theta(t) = \begin{cases} \frac{\theta(0) + \theta(T_1)}{2} + \frac{\theta(0) - \theta(T_1)}{2} \cos\left(\frac{t\pi}{T_1}\right), & t \in (0, \frac{T_1}{2}] \\ \theta(T_1), & t \in (\frac{T_1}{2}, T_1] \end{cases} \quad (26)$$

对后腿各关节转角  $\alpha'(t)$ 、 $\beta'(t)$ 、 $\gamma'(t)$ ,因为处于支撑相,为闭环控制,需由  $\{T'\}$  相对机身  $\{0\}$  位姿变化得任意时刻  $\alpha'(t)$ 、 $\beta'(t)$ 、 $\gamma'(t)$  的函数。

由于后脚掌在该阶段始终贴于地面,故恒有:

$$\alpha'_1 = [1 \ 0 \ 0]^T \quad (27)$$

由此可得:

$$\alpha'(t) = 0 \quad (28)$$

由于  $\{T'\}$  相对  $\{0\}$  平移,故  $R'_1$  为常量,由式(8)、式(9)可得:

$$\beta'(t) + \gamma'(t) + \tau'(t) = \beta'(0) + \gamma'(0) + \tau'(0) \quad (29)$$

故得到  $\beta'(t)$ 、 $\gamma'(t)$  之后,  $\tau'(t)$  自然得以确定,这也说明脚关节为随动自由度。

给定运动函数  $p'_{y1}(t)$ 、 $p'_{z1}(t)$ , 有:

$$\begin{cases} p'_{y1}(t) = \frac{p'_{y1}(0) + p'_{y1}(T_1)}{2} + \frac{p'_{y1}(0) - p'_{y1}(T_1)}{2} \cos\left(\frac{t\pi}{T_1}\right) \\ p'_{z1}(t) = p'_{z1}(0) \end{cases} \quad (30)$$

为保证行程要求,避免干涉,且使得运动更为协调,给定限制条件:

$$\begin{aligned} p'_{y1}(0) - L_2 &< 0, p'_{z1}(0) - L_1 > 0, \\ (p'_{y1}(0) - L_2)^2 + L_4^2 - L_5^2 &> 0 \end{aligned} \quad (31)$$

对  $p'_{y1}(T_1)$ ,其大小由初始状态时  $\{0\}$  原点距墙壁的距离  $l$  和  $p'(y1)$  决定,满足:

$$p'_{y1}(T_1) = p'_{y1}(0) + l - L_6 + L_3 \quad (32)$$

由式(5)得:

$$\begin{aligned} \frac{(p'_{y1}(t) - L_2)^2 + (p'_{z1}(0) - L_1)^2 + L_4^2 - L_5^2}{2L_4} &= \\ (p'_{y1}(t) - L_2) \sin\beta'(t) + (p'_{z1}(0) - L_1) \cos\beta'(t) & \end{aligned} \quad (33)$$

有以下 3 种情况:

$$(1) p'_{y1}(t) - L_2 < 0:$$

此时有:

$$\beta'(t) = \sin^{-1}(K) - k \quad (34)$$

其中:

$$k = \tan^{-1} \left( \frac{p'_{z1}(0) - L_1}{p'_{y1}(t) - L_2} \right) \quad (35)$$

$$K = \frac{(p'_{y1}(t) - L_2)^2 + (p'_{z1}(0) - L_1)^2 + L_4^2 - L_5^2}{-2L_4 \sqrt{(p'_{y1}(t) - L_2)^2 + (p'_{z1}(0) - L_1)^2}} \quad (36)$$

$$(2) p'_{y1}(t) - L_2 = 0:$$

由  $\beta'(t)$  的连续性,此时有:

$$\beta'(t) = \lim_{p'_{y1}(t) \rightarrow L_2} (\sin^{-1}(K) - k) = \sin^{-1}(K) + \frac{\pi}{2} \quad (37)$$

$$(3) p'_{y1}(t) - L_2 > 0:$$

此时有:

$$\beta'(t) = (\pi - \sin^{-1}(-K)) - k \quad (38)$$

另外,由余弦定理可得:

$$\gamma'(t) = \cos^{-1} \left( \frac{L_4^2 + L_5^2 - [(p'_{y1}(t) - L_2)^2 + (p'_{z1}(0) - L_1)^2]}{2L_4 L_5} \right) - \frac{3}{2}\pi \quad (39)$$

### 3.3 动作组二( $t \in (T_1, T_2)$ , $\{0\}$ 固定于前半机身)

动作组二包含的动作有:前腿驱动机身沿墙面向上运动,过程中恒保持  $Y_0O_0Z_0$  平面平行于墙面,后半机身绕腰关节逆时针旋转,前后腿向前伸展以防与地面干涉。运动的结果为前后脚掌均贴于墙面,如图 2 中③所示。故在该阶段,前腿处于支撑相,后腿处于摆动相。

对前腿各关节转角  $\alpha(t)$ 、 $\beta(t)$ 、 $\gamma(t)$ ,因为处于支撑相,为闭环控制,需由  $\{T\}$  相对机身  $\{0\}$  位姿变化得

任意时刻  $\alpha(t)$ 、 $\beta(t)$ 、 $\gamma(t)$  的函数。

由于前脚掌在此阶段始终贴于墙面,故恒有:

$$\boldsymbol{a}_2 = [1 \ 0 \ 0]^T \quad (40)$$

由此可得:

$$\alpha(t) = 0 \quad (41)$$

给定运动函数  $p_{y2}(t)$ 、 $p_{z2}(t)$ :

$$\begin{cases} p_{y2}(t) = \frac{p_{y2}(T_1) + p_{y2}(T_2)}{2} + \frac{p_{y2}(T_1) - p_{y2}(T_2)}{2} \cos\left(\frac{(t - T_1)\pi}{T_2 - T_1}\right) \\ p_{z2}(t) = p_{z2}(T_1) \end{cases} \quad (42)$$

其中:

$$p_{y2}(T_1) = -p_{x1}(T_1), p_{z2}(T_1) = p_{z1}(T_1) \quad (43)$$

为避免干涉,给定限制条件:

$$p_{y2}(t) + L_2 < p_{y2}(T_2) + L_2 < 0 \quad (44)$$

由式(5) 可得:

$$\beta(t) = \sin^{-1}(M) - m \quad (45)$$

其中:

$$m = \tan^{-1}\left(-\frac{p_{z2}(T_1) - L_1}{p_{y2}(t) + L_2}\right) \quad (46)$$

$$M = \frac{(p_{y2}(t) + L_2)^2 + (p_{z2}(T_1) - L_1)^2 + L_4^2 - L_5^2}{2L_4 \sqrt{(p_{y2}(t) + L_2)^2 + (p_{z2}(T_1) - L_1)^2}} \quad (47)$$

由几何关系可得:

$$\gamma(t) = -\cos^{-1}\left(\frac{L_4^2 + L_5^2 - [(p_{y2}(t) + L_2)^2 + (p_{z2}(T_1) - L_1)^2]}{2L_4L_5}\right) + \frac{\pi}{2} \quad (48)$$

对后腿各关节转角  $\alpha'(t)$ 、 $\beta'(t)$ 、 $\gamma'(t)$ , 以及腰关节转角  $\theta'(t)$ , 因为处于摆动相, 为开环控制, 只需得到  $\alpha'(T_1)$ 、 $\beta'(T_1)$ 、 $\gamma'(T_1)$ 、 $\theta'(T_1)$  以及  $\alpha'(T_2)$ 、 $\beta'(T_2)$ 、 $\gamma'(T_2)$ 、 $\theta'(T_2)$ , 然后插值即可。

$\alpha'(T_1)$ 、 $\beta'(T_1)$ 、 $\gamma'(T_1)$  前已求得, 又有:

$$\theta'(T_1) = \theta(T_1) \quad (49)$$

由于  $T_2$  时脚掌贴于墙面, 故:

$$\theta'(t) = \theta(t) = \begin{cases} \theta'(T_1), t \in \left(T_1, T_1 + \frac{T_2 - T_1}{2}\right] \\ \frac{\theta'(T_1) + \theta'(T_2)}{2} + \frac{\theta'(T_1) - \theta'(T_2)}{2} \cos\left(\frac{\left(t - \left(T_1 + \frac{T_2 - T_1}{2}\right)\right)\pi}{T_2 - T_1}\right), t \in \left(T_1 + \frac{T_2 - T_1}{2}, T_2\right] \end{cases} \quad (60)$$

$$\alpha'_2(T_2) = [1 \ 0 \ 0]^T \quad (50)$$

由此可得:

$$\theta'(T_2) = 0, \alpha'(T_2) = 0 \quad (51)$$

为避免运动干涉, 给定限制条件:

$$p'_{y2}(T_2) - L_2 < 0, p'_{z2}(T_2) - L_1 > 0, \text{且 } \beta'(T_2) \in (-\pi/2, 0) \quad (52)$$

由式(5) 可得:

$$\beta'(T_2) = \sin^{-1}(N) - n \quad (53)$$

其中:

$$n = \tan^{-1}\left(\frac{p'_{z2}(T_2) - L_1}{p'_{y2}(T_2) - L_2}\right) \quad (54)$$

$$N = \frac{(p'_{y2}(T_2) - L_2)^2 + (p'_{z2}(T_2) - L_1)^2 + L_4^2 - L_5^2}{-2L_4 \sqrt{(p'_{y2}(T_2) - L_2)^2 + (p'_{z2}(T_2) - L_1)^2}} \quad (55)$$

由几何关系可知:

$$\gamma'(T_2) = \cos^{-1}\left(\frac{\frac{(p'_{z2}(T_2) - L_1)^2}{2L_4L_5}}{\frac{(p'_{y2}(T_2) - L_2)^2}{2L_4L_5}}\right) - \frac{3}{2}\pi \quad (56)$$

插值可得任意时刻  $t \in (T_1, T_2]$  的  $\alpha'(t)$ 、 $\beta'(t)$ 、 $\gamma'(t)$ 、 $\theta'(t)$ , 出于速度连续性的考虑, 采用余弦插值的方法, 使得开始和终了的角速度都为 0, 又为了避免与墙壁的干涉问题, 对  $\theta'(t)$  取该阶段后半段进行插值, 故:

$$\alpha'(t) = \frac{\alpha'(T_1) + \alpha'(T_2)}{2} + \frac{\alpha'(T_1) - \alpha'(T_2)}{2} \cos\left(\frac{(t - T_1)\pi}{T_2 - T_1}\right) \quad (57)$$

$$\beta'(t) = \frac{\beta'(T_1) + \beta'(T_2)}{2} + \frac{\beta'(T_1) - \beta'(T_2)}{2} \cos\left(\frac{(t - T_1)\pi}{T_2 - T_1}\right) \quad (58)$$

$$\gamma'(t) = \frac{\gamma'(T_1) + \gamma'(T_2)}{2} + \frac{\gamma'(T_1) - \gamma'(T_2)}{2} \cos\left(\frac{(t - T_1)\pi}{T_2 - T_1}\right) \quad (59)$$

$$(60)$$

## 4 Matlab 程序的开发与曲线绘制

由逆运动学分析可以知道,步态规划所需给定量共有 12 个,分别为: $T_1$ 、 $T_2$ 、 $p_{y1}(0)$ 、 $p_{z1}(0)$ 、 $p_{x1}(T_1)$ 、 $p_{z1}(T_1)$ 、 $p'_{y1}(0)$ 、 $p'_{z1}(0)$ 、 $p'_{y1}(T_1)$ 、 $p'_{y2}(T_2)$ 、 $p'_{z2}(T_2)$ 、 $p'_{x2}(T_2)$ ,已经求得各关节转角的函数,角速度的函数可通过求导得到。给定 12 个变量的值,使满足式(11, 18, 31, 44, 52) 的限定条件,通过调用程序,即可得到

任意时刻各关节转角、角速度的值以及变化曲线,步态规划也因此完成。设  $t = 0$  时,  $\{0\}$  距离墙壁  $l = 100$  mm。现给定  $T_1 = 2.5$  s,  $T_2 = 5$  s,  $p_{y1}(0) = -15$  mm,  $p_{z1}(0) = 100$  mm,  $p_{x1}(T_1) = 190$  mm,  $p_{z1}(T_1) = 70$  mm,  $p'_{y1}(0) = 60$  mm,  $p'_{z1}(0) = 100$  mm,  $p'_{y1}(T_1) = 134.8$  mm,  $p_{y2}(T_2) = -100$  mm,  $p'_{y2}(T_2) = 17$  mm,  $p'_{z2}(T_2) = 70$  mm, 得到各关节角度、角速度曲线,如图(4 ~ 6)所示。

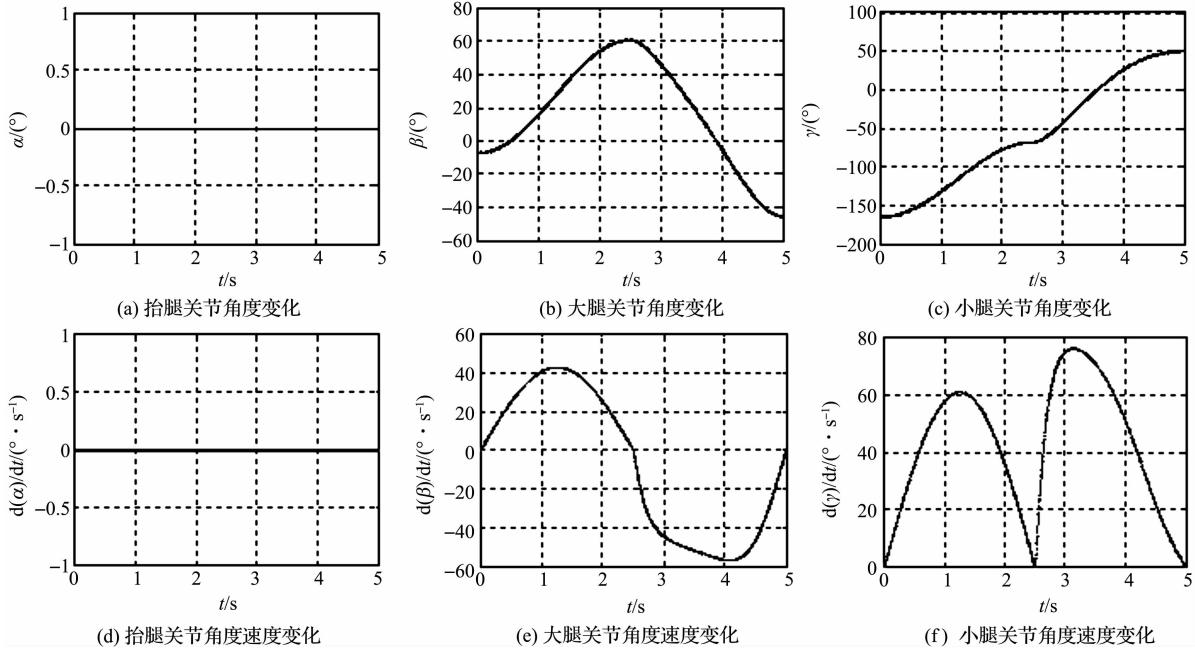


图 4 右前腿各关节角度、角速度曲线

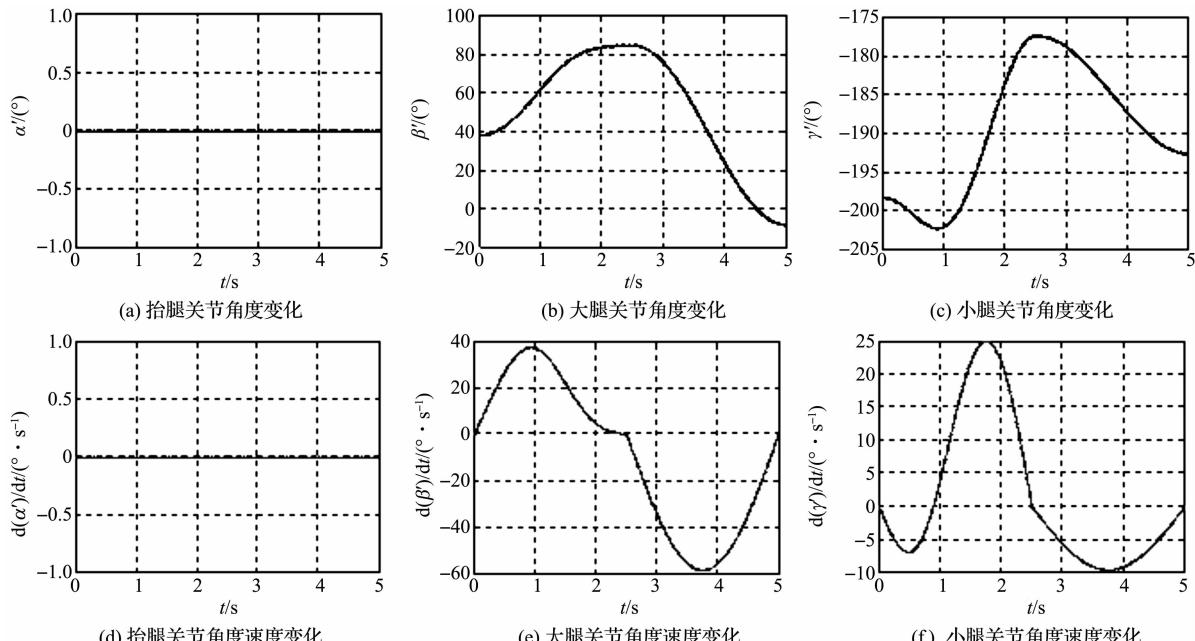


图 5 右后腿各关节角度、角速度曲线

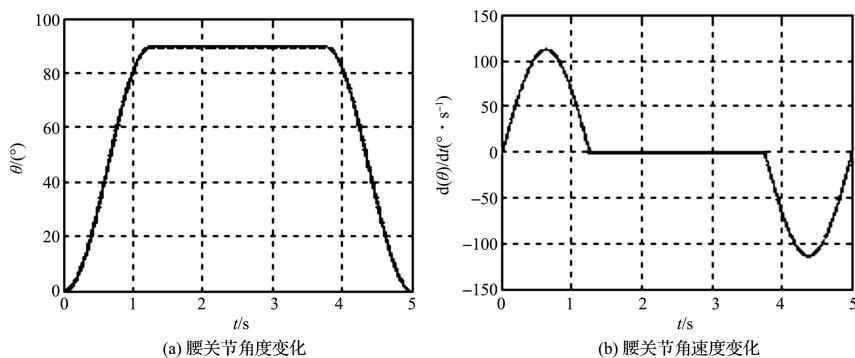


图 6 腰关节角度、角速度曲线

## 5 Inventor 环境中的仿真与验证

### 5.1 仿真模型的建立与参数设置

在 Inventor 环境中,本研究对仿壁虎机器人的地

壁过渡步态进行了仿真,仿真利用 Inventor 内置的仿真模块,利用建立好的三维模型进行,其仿真模型结构参量如表 2 可知。设置总时间为 5 s,动作组 2 完成时间为 2.5 s,另外 10 个给定量经整理如表 3 所示。

表 3 给定参数

给定量	$p_{y1}(0)$	$p_{y1}(0)$	$p_{y1}(T_1)$	$p_{y1}(T_1)$	$p'_{y1}(0)$	$p'_{y1}(0)$	$p'_{y1}(T_1)$	$p_{y2}(T_2)$	$p'_{y2}(T_2)$	$p'_{y2}(T_2)$
数值/mm	-15	100	190	70	60	100	134.8	-100	17	70

### 5.2 仿真实验与结果分析

依据上述的规划,对构件进行相应的约束与驱动,仿真动画如图 7 所示。

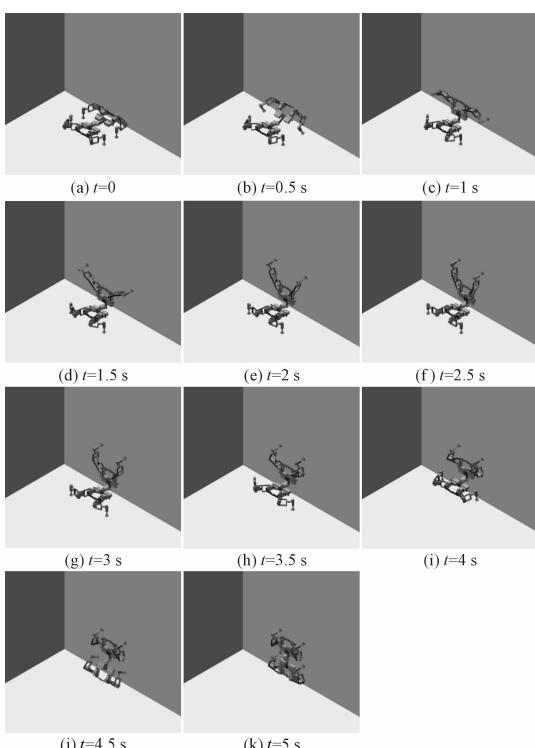


图 7 地壁过渡运动仿真

通过动画仿真得到各帧数据,可验证图 4、图 5、图 6 中结果的正确性,由实验结果可知,在此地壁过渡步态规划方法中,所有抬腿关节不起作用,始终处于原始位置。腰关节角度(单位:°)变化区间为[0,90]。前腿大腿关节角度变化区间为[-45.17,60.88],前腿小腿关节角度变化区间为[-164.9,50.16];后腿大腿关节角度变化区间为[-8.39,84.54],后腿小腿关节角度变化区间为[-202.3,-177.4],均符合转角范围: $-\pi/2 < \beta, \beta' < \pi, -3\pi/2 < \gamma, \gamma' < \pi/2$ 。

故无干涉情况出现。腰关节最大角速度  $\omega_{\max} = 113.1$  (°/s),前腿大腿关节  $\omega_{\max} = 56.61$  (°/s),前腿小腿关节  $\omega_{\max} = 76.1$  (°/s),后腿大腿关节  $\omega_{\max} = 58.39$  (°/s),后腿小腿关节  $\omega_{\max} = 24.93$  (°/s),均在舵机最大转速之内,且由结果可知速度连续,符合舵机的控制,由此验证了机器人结构的合理性和规划步态的可行性。

## 6 结束语

(1)每条腿有 3 个自由度,外加腰部有 1 个自由度的仿壁虎机器人具有良好的适应性和空间行走能力。

(下转第 1447 页)

### 本文引用格式:

李和言,关 阳. 仿壁虎机器人地壁过渡步态规划与运动仿真[J]. 机电工程,2016,33(12):1428-1435,1447.

LI He-yan, GUAN Yang. Gait planning and simulating of gecko-mimicking robot transition from ground to wall[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2016,33(12):1428-1435,1447.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>