DOI:10.3969/j.issn.1001 -4551.2018.01.006

Delta 机器人动力学建模与弹性误差分析*

陈君杰,李攀磊,韩 威,许杨剑,王效贵*
(浙江工业大学 机械工程学院,浙江 杭州 310014)

摘要:针对 Delta 机器人运动过程中因弹性变形导致的误差问题,基于有限元理论对其弹性动力学问题建立了数学模型并进行了研究。根据机构特点,将机器人的各构件分别划分为刚性体与弹性体,形成了一个刚柔结合的系统,并充分考虑机构中平行四边形机构的运动协调关系,推导出了各构件的运动协调矩阵,由此装配出了系统的弹性动力学方程,在此基础上,采用 Newmark 积分方法对系统方程进行了求解,最后据此分析了 Delta 并联机器人杆件截面尺寸对其运动过程中弹性误差的影响。研究结果表明:增加驱动杆截面的尺寸时,其弯曲刚度随之增加,可以减少机器人弹性变形;而从动杆截面的尺寸增加时会因为机构自重增加导致变形增大。

关键词:Delta 机器人;有限元方法;弹性动力学
中图分类号:TH113;TP24 **文献标志码**:A **文章编号**:1001 -4551(2018)01 -0033 -05

Dynamics modeling and elastic error analysis of delta robot

CHEN Jun-jie, LI Pan-lei, HAN Wei, XU Yang-jian, WANG Xiao-gui
(School of Mechanical Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China)

Abstract: Aiming at the problem of elastic deformation in Delta robot motion, the elastic dynamic model was established based on the finite element theory. According to characteristics of the structure, the components of the robot were divided into rigid parts and flexible parts, respectively, which consist of a rigid-flexible coupling system. The motion relation of the parallelogram structure was fully considered, and the motion compatible matrix of each component was deduced. Then the elastic dynamic equation of the system was obtained, on which was based, the influence of the cross-sectional dimension of Delta parallel robot's rods on the elasticity error in motion was analyzed. The results indicate that the bending stiffness increases with the increase of the cross section size of the drive rod, elastic deformation of the robot can be reduced. And the self - weight increases with the increase of the cross section size of the driven rod, which makes the deformation greater.

Key words: delta robot; finite element method(FEM); elastic dynamics

0 引 言

1985 年,瑞士的 Clavel[1] 发明了 Delta 并联机器人,该型机器人为三自由度空间平移机构,具有承载能力强、运动耦合弱、力控制容易等优点。随着并联机器人的应用领域不断得到拓展,其工作环境日趋复杂,并联机器人不断向高速度、高加速度、高精度、重载荷和轻量化方向发展[2-3],导致机构运行中弹性振动和运动误差也随之增加。传统的刚体动力学分析方法无法满足弹性误差分析的需求,考虑构件弹性的动力学分析成了研究重点。通过运动弹性动力学分析方法(kineto-elasto-dynamic,KED),将机构位移视作弹性位移与刚体位移(名义位移)的叠加,在给定机构名义运动条件规律的条件下,确定机构的弹性响应。

Piras[4] 利用有限元理论与弹性动力分析方法(KED)研究了 3-PRR 平面并联机器人的弹性动力学问题。刘善增等人[5] 建立了刚柔耦合并联机构系统的整体动力学方程的步骤与方法,对 3-RRS 并联机器人的频率特性进行了分析。韩亚峰等人[6] 利用有限元理论,采用平面梁单元对 Delta 机器人进行了弹性动力学建模。Kuo 等人[7] 基于 D-H 方法定义了一组全局变量,在不使用约束方程的情况下,导出了 Delta

收稿日期:2017 -04 -11
基金项目:国家自然科学基金资助项目(51375448)
作者简介:陈君杰(1989 -),男,湖北荆州人,硕士研究生,主要从事 Delta 机器人精度方面的研究。E-mail:331547808@qq.com
通信联系人:王效贵,男,教授,博士生导师。E-mail:hpcwxg@zjut.edu.cn

机器人的弹性动力学模型。目前，Delta 并联机器人的弹性动力学研究中大都认为其四边形从动臂机构在运动过程中两侧杆保持平行，从而将其四边形从动臂机构简化为一根虚拟从动杆进行分析，而在实际运动过程中，由于驱动杆末端弹性转角等影响，四边形机构会产生扭曲，有必要针对机器人的四边形机构进行动力学建模研究。

本研究将 Delta 机器人四边形从动臂机构划分为 2 刚性短杆与 2 柔性从动杆，通过分析其运动协调条件，在有限元理论基础上建立 Delta 机器人的弹性动力学方程，通过数值方法求解出机器人在运动轨迹中的弹性误差，并通过改变杆件截面尺寸，分析杆件截面尺寸对弹性误差的影响。

1 弹性动力学方程

Delta 并联机器人结构图如图 1 所示。

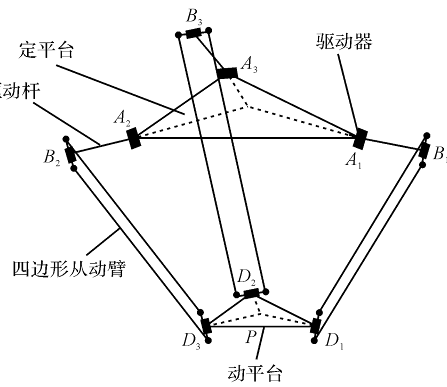

图 1 Delta 并联机器人结构图

Delta 机器人由定平台、驱动器、驱动杆、四边形从动臂、动平台等组成，其中连接动平台与定平台的 3 个支链互成 120°角对称分布。每条支链包含一个驱动杆与一个从动臂，驱动杆一端通过驱动电机与定平台相联接，另一端以转动副形式与从动臂相连，从动臂为平行四边形结构，确保动平台在工作空间内做三维平动。因为构件的柔性以及运动过程中惯性力和外载荷的影响，动平台中心点 P 的实际位置相对于理想位置产生偏差，即弹性位置误差，通过建立 Delta 机器人的弹性动力学方程可以对其弹性位置误差进行计算。

1.1 单元划分及位移分析

根据有限元理论，笔者选择矩形截面梁单元作为基本单元，用以划分机构中的柔性杆件，空间梁单元模型如图 2 所示。

单元包含 2 个节点。每个节点有 6 个弹性位移自由度，表示梁单元弹性位移的广义坐标：

$$\delta = [x_1 \quad y_1 \quad z_1 \quad \varphi_{x1} \quad \varphi_{y1} \quad \varphi_{z1} \quad \cdots \quad \varphi_{z2}]^{\mathrm{T}} \quad (1)$$

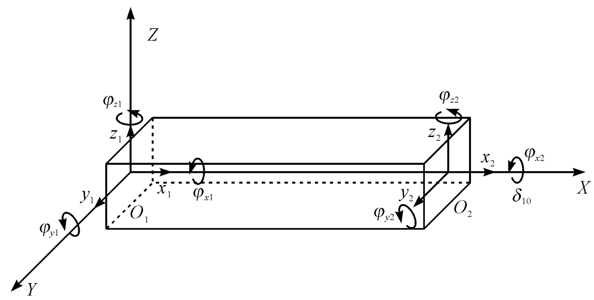

图 2 空间梁单元模型

式中：x_1, x_2— 两节点在 x 轴向的弹性位移；y_1, y_2— 两节点沿 y 向弹性位移；z_1, z_2— 两节点沿 z 向弹性位移；$\varphi_{x1}, \varphi_{x2}$— 两节点绕 x 轴弹性转角；$\varphi_{y1}, \varphi_{y2}$— 两节点绕 y 轴弹性转角；$\varphi_{z1}, \varphi_{z2}$— 两节点绕 z 轴弹性转角。

根据欧拉 - 伯努利梁理论，梁单元上任意一点弹性位移可以表示成如下形式：

$$x \text{ 方向位移}: u(x,t) = N_u^{\mathrm{T}}(x)\delta \quad (2)$$

$$y \text{ 方向位移}: v(x,t) = N_v^{\mathrm{T}}(x)\delta \quad (3)$$

$$z \text{ 方向位移}: w(x,t) = N_w^{\mathrm{T}}(x)\delta \quad (4)$$

$$\text{绕 } x \text{ 轴转角}: \varphi(x,t) = N_\varphi^{\mathrm{T}}(x)\delta \quad (5)$$

式中：$N_u^T(x), N_\varphi^T(x)$— 一次插值函数；$N_v^T(x), N_w^T(x)$— 三次多项式插值函数。

1.2 单元弹性动力学方程

因为单元弹性变形较小，忽略机构刚体运动与弹性变形运动之间的耦合影响，单元的位移看作是刚体位移与弹性位移的叠加，单元动能为：

$$T_e = \frac{1}{2}(\dot{\boldsymbol{\delta}}_r + \dot{\boldsymbol{\delta}})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}_e (\dot{\boldsymbol{\delta}}_r + \dot{\boldsymbol{\delta}}) \quad (6)$$

式中：$\dot{\boldsymbol{\delta}}_r, \dot{\boldsymbol{\delta}}$— 单元的刚体速度和弹性变形速度，单元刚体速度 $\dot{\boldsymbol{\delta}}_r$ 在给定运动条件下，可以通过运动学计算出；$\boldsymbol{M}_e$— 单元质量矩阵。

$$\boldsymbol{M}_e = \frac{1}{2}\int_0^L [\rho A(N_u N_u^T + N_v N_v^T + N_w N_w^T) + \rho I_P N_\varphi N_\varphi^T]\,\mathrm{d}x \quad (7)$$

式中：ρ— 单元质量密度；L— 梁单元长度；A— 梁单元截面面积；I_P— 梁单元横截面对 x 轴的极惯性矩。

单元的变形能包括弯矩、轴向力和扭矩作用时所产生的能量，单元总变形能为：

$$V_e = \frac{1}{2}\delta^T K_e \delta \quad (8)$$

式中：$\boldsymbol{K}_e$— 单元刚度矩阵。

$$\boldsymbol{K}_e = \int_0^L (EAN_{ux}N_{ux}^T + EI_z N_{vxx}N_{vxx}^T + EI_y N_{wxx}N_{wxx}^T + GI_P N_{\varphi x}N_{\varphi x}^T)\,\mathrm{d}x \quad (9)$$

式中：E— 梁单元材料的杨氏模量；G— 梁单元材料的剪切模量；I_y, I_z— 梁单元横截面对 y 轴和 z 轴的极惯性

矩，形函数下标中的 x 以及 xx 分别代表对 x 的一阶偏导和二阶偏导，例如：$\boldsymbol{N}_{ux}$ 代表 $\boldsymbol{N}_u$ 对 x 的一阶偏导。

将式(6,8)代入拉格朗日动力学方程，导出单元弹性动力学方程：

$$\boldsymbol{M}_e\ddot{\boldsymbol{\delta}} + \boldsymbol{K}_e\boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{F}_e \tag{10}$$

式中：$\ddot{\boldsymbol{\delta}}$— 单元弹性变形加速度，而广义力列阵为：

$$\boldsymbol{F}_e = \boldsymbol{Q}_e + \boldsymbol{P}_e + \boldsymbol{G}_e \tag{11}$$

其中，$\boldsymbol{P}_e \in \mathbf{R}^{12\times 1}$ 是相连的其他单元所施加的作用力列阵，对整个机构来说属于内力，在装配成系统方程时互相抵消；记 δ_r 为单元刚体加速度，$\boldsymbol{G}_e = -\boldsymbol{M}_e\ddot{\boldsymbol{\delta}}_r$ 是系统单元刚体惯性力列阵，通过运动学计算可以求出；$\boldsymbol{Q}_e \in \mathbf{R}^{12\times 1}$ 为单元的外加载荷的广义力列阵，来自于系统外部对单元施加的载荷。

1.3　运动协调关系

1.3.1　支链内坐标系建立

鉴于 Delta 机器人支链的对称性，本研究选取一条支链进行弹性动力学建模。支链有限元模型如图 3 所示。

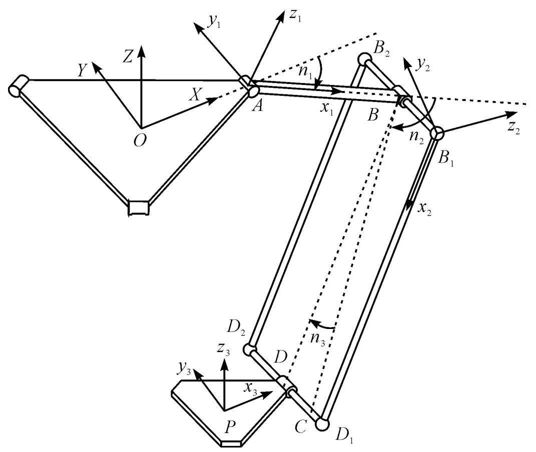

图 3　支链有限元模型

图 3 中，A 为驱动端，驱动杆 AB 被视为空间悬臂梁，$B_1B_2D_2D_1$ 为支链的平行四边形从动臂结构，P 为机器人末端，因为平台刚度远大于空间梁单元机构，视动平台与定平台为刚性体。而在四边形机构中，上下短杆长度远小于两侧杆，因此本研究将 B_1B_2、D_1D_2 两杆视作刚性体，并忽略其质量影响，将 B_1D_1、B_2D_2 两杆作为弹性杆件进行分析。

本研究在图 3 中做驱动杆 AB 直线在 $B_1B_2D_2D_1$ 平面上的投影 BC，并如图中定义角度 n_1、n_2、n_3。建立支链 $O\text{-}XYZ$ 坐标系，方向定义为 Z 轴向上，Y 轴平行于驱动器转动轴线，X 轴遵守右手定则指向支链方向；动平台坐标系 $P-x_3y_3z_3$ 方向与支链坐标系 $O\text{-}XYZ$ 一致；驱动杆 AB 单元坐标系 $A-x_1y_1z_1$ 的坐标轴方向由支链坐标系 $O\text{-}XYZ$ 绕 Y 轴旋转 n_1 得到；从动杆 B_1D_1 单元坐标系 $B_1-x_2y_2z_2$ 方向由支链坐标系 $O\text{-}XYZ$ 先绕 Y 轴旋转 n_1+n_2，后绕 Z 轴旋转 n_3 得到。

定义支链弹性位移广义坐标为：

$$\boldsymbol{\psi} = \begin{bmatrix} x_P & y_P & z_P & \varphi_{xP} & \varphi_{yP} & \varphi_{zP} & x_B & y_B & z_B & \varphi_{xB} \\ \varphi_{yB} & \varphi_{zB} & \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 & \varphi_4 & \varphi_5 & \varphi_6 & \varphi_7 & \varphi_8 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{12}$$

其中，前 6 项元素组成 P 点在坐标系 $P-x_3y_3z_3$ 下广义坐标 U_P，描述动平台因为机构弹性变形影响，P 点相对于名义位置的位移；7 ～ 12 项元素组成广义坐标 U_B，对应 AB 梁单元坐标系 $A-x_1y_1z_1$ 下 B 节点处的弹性位移；φ_{1-8} 分别为 B_1D_1、B_2D_2 两杆端点在各自单元坐标系下绕 y 轴与 z 轴方向的弹性转角。

1.3.2　支链内运动协调关系

驱动杆 AB 为空间悬臂梁，点 A 处的弹性位移与转角均为零，可以得出 AB 梁单元与支链弹性位移之间的关系为：

$$\boldsymbol{\delta}_{AB} = \boldsymbol{S}_{AB}\boldsymbol{\Psi} \tag{13}$$

其中：

$$\boldsymbol{S}_{AB} = \begin{bmatrix} 0_{6\times 6} & 0_{6\times 6} & 0_{6\times 8} \\ 0_{6\times 6} & I_{6\times 6} & 0_{6\times 8} \end{bmatrix}_{12\times 20} \tag{14}$$

式中：I— 单位矩阵；0— 零矩阵；δ_{AB}—AB 梁单元广义坐标。

记 D 点在动平台坐标系 $P-x_3y_3z_3$ 下广义坐标为：

$$\boldsymbol{U}_D = [x_D \quad y_D \quad z_D \quad \varphi_{xD} \quad \varphi_{yD} \quad \varphi_{zD}]^{\mathrm{T}} \tag{15}$$

则 D 点与 P 点位移协调关系为[8]：

$$\boldsymbol{U}_D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & w_D & -v_D \\ 0 & 1 & 0 & -w_D & 0 & u_D \\ 0 & 0 & 1 & v_D & -u_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\boldsymbol{U}_P \tag{16}$$

式中：$[u_D \quad v_D \quad w_D]^{\mathrm{T}}$—$D$ 点在 $P\text{-}XYZ$ 坐标系下的位置坐标，由机构几何参数确定。

根据图 3 中几何约束关系可以得到 B_1D_1 梁单元在单元坐标系下的弹性位移：

$$\begin{aligned}
&x_1 = (x_Bc_2 + z_Bs_2 - d(\varphi_{zB}c_2 - \varphi_{xB}s_2))c_3 + y_Bs_3;\\
&y_1 = -(x_Bc_2 + z_Bs_2 - d(\varphi_{zB}c_2 - \varphi_{xB}s_2))s_3 + y_Bc_3;\\
&z_1 = z_Bc_2 - x_Bs_2 + d(\varphi_{xB}c_2 + \varphi_{zB}s_2);\\
&\varphi_{x1} = 0;\varphi_{y1} = \varphi_1;\varphi_{z1} = \varphi_2;\\
&x_2 = (x_Dc_{12} + z_Ps_{12} - d(\varphi_{zD}c_{12} - \varphi_{xD}s_{12}))c_3 + y_Ds_3;\\
&y_2 = -(x_Dc_{12} + z_Ds_{12} - d(\varphi_{zD}c_{12} - \varphi_{xD}s_{12}))s_3 + y_Dc_3;\\
&z_2 = z_Dc_{12} - x_Ds_{12} + d(\varphi_{xD}c_{12} + \varphi_{zD}s_{12});\\
&\varphi_{x2} = 0;\varphi_{y2} = \varphi_3;\varphi_{z2} = \varphi_4
\end{aligned} \tag{17}$$

式中：$d = 1/2|B_1B_2|$；符号 s，c— 函数 sin 和 cos，下标数字对应 3 个角度 n_1、n_2、n_3，例如：s_{12} 代表 $\sin(n_1+n_2)$，c_3 代表 $\cos n_3$。

由式(16,17)可以得出 B_1D_1 梁单元与支链弹性位移之间的协调关系：

$$\boldsymbol{\delta}_{BD1} = \boldsymbol{S}_{BD1}\boldsymbol{\Psi} \tag{18}$$

式中：$\boldsymbol{\delta}_{BD1}$—$B_1D_1$ 梁单元广义坐标；$\boldsymbol{S}_{BD1}$—B_1D_1 梁坐标协调矩阵，同理可以得出 B_2D_2 梁单元与支链弹性位移之间的协调关系：

$$\boldsymbol{\delta}_{BD2} = \boldsymbol{S}_{BD2}\boldsymbol{\Psi} \tag{19}$$

动平台 P 与支链弹性位移协调关系为：

$$\boldsymbol{U}_P = \boldsymbol{S}_P\boldsymbol{\Psi} \tag{20}$$

式中：

$$\boldsymbol{S}_P = [\boldsymbol{I}_{6\times6}\quad \boldsymbol{0}_{6\times6}\quad \boldsymbol{0}_{6\times8}]_{6\times20}$$

1.3.3　系统运动协调关系

本研究建立系统广义坐标 $\boldsymbol{U} \in \mathbf{R}^{48\times1}$，根据式(13,18,19,20)，以及 3 条支链的对称性，建立出任意构件 i 与系统广义坐标 $\boldsymbol{U}$ 之间的协调关系：

$$\boldsymbol{\delta}_i = \boldsymbol{S}_i\boldsymbol{U} \tag{21}$$

式中：i— 构件编号；$\boldsymbol{\delta}_i$— 构件 i 的单元广义坐标；$\boldsymbol{S}_i$—对应的坐标协调矩阵。

1.4　系统弹性动力学方程

动平台为刚体，其动力学方程[9-10] 可以表示为：

$$\boldsymbol{M}_p\ddot{\boldsymbol{U}}_P = \boldsymbol{F}_P \tag{22}$$

其中，动平台质量矩阵：

$$\boldsymbol{M}_p = \begin{bmatrix} m_P\boldsymbol{I}_{3\times3} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{J}_{3\times3} \end{bmatrix} \tag{23}$$

式中：m_p— 动平台质量；$\boldsymbol{J}$— 动平台在支链坐标系中的转动惯量矩阵；$\boldsymbol{F}_P$— 点 P 处的广义力；$\ddot{\boldsymbol{U}}_P$—P 点处加速度。

将式(19)代入式(10,22)得到各构件动力学方程：

$$\boldsymbol{S}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_i\boldsymbol{S}_i\ddot{\boldsymbol{U}} + \boldsymbol{S}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{U} = \boldsymbol{S}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_i \tag{24}$$

式中：$\ddot{\boldsymbol{U}}$—$\boldsymbol{U}$ 对时间的二阶的偏导；$\boldsymbol{M}_i$— 构件 i 的单元质量矩阵；$\boldsymbol{K}_i$— 构件 i 的单元刚度矩阵；$\boldsymbol{F}_i$— 构件 i 的广义力列阵。

将各构件的单元动力学方程(24)进行总装得到：

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{U}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{U}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{U} = \boldsymbol{F} \tag{25}$$

式中：$\dot{\boldsymbol{U}}$—$\boldsymbol{U}$ 对时间的一阶偏导：$\boldsymbol{M}_{48\times48}$— 系统的总质量矩阵；$\boldsymbol{K}_{48\times48}$— 系统的总刚度矩阵；系统总阻尼矩阵 —$\boldsymbol{C}$，$\boldsymbol{C}_{48\times48} = \lambda\boldsymbol{M}_{48\times48} + \beta\boldsymbol{K}_{48\times48}$；$\lambda$，$\beta$—Rayleigh 阻尼比例系数[11]；$\boldsymbol{F}_{48\times1}$— 系统广义力列阵。

2　弹性误差分析

2.1　弹性误差计算

笔者选用系统参数：驱动杆长 500 mm，动平台质量0.2 kg，上平台外接圆半径 100 mm，动平台外接圆半径为 50 mm，从动臂结构中短杆长度为 50 mm，两侧的从动杆长 600 mm，驱动杆截面与从动杆截面均选用正方形截面，驱动杆截面边长尺寸 20 mm，从动杆截面边长尺寸 10 mm，材料密度为 7 850 kg/m^3，弹性模量 210 GPa，泊松比 0.3，运行时间 $T = 3$ s。给定动平台运动轨迹：

$$\begin{cases} x = 100\cos(6\pi t) \\ y = 100\sin(6\pi t) \\ z = -500 \end{cases} \tag{26}$$

本研究利用 Newmark 方法在 Matlab 中对系统动力学方程(25)进行数值求解，计算出动平台末端 P 点的弹性位置误差在运行时间内的变化情况。

圆周轨迹下弹性位置误差如图 4 所示。

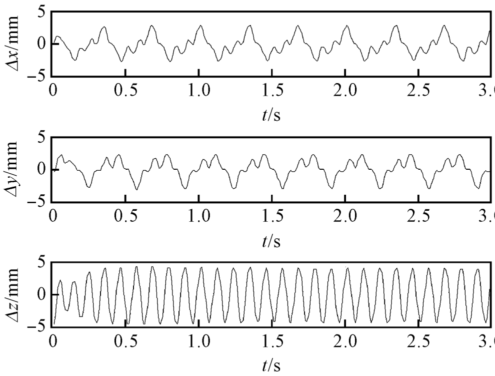

图 4　圆周轨迹下弹性位置误差

Δx、Δy、Δz—P 点沿 x、y、z 三轴方向的弹性误差。

2.2　杆截面尺寸对弹性误差影响

通过改变驱动杆与从动杆的截面参数，可以有效改变机器人的力学性能。定义轨迹上误差均值：

$$d = \sum_{t=0}^{T}\frac{\Delta t\sqrt{(\Delta x(t))^2 + (\Delta y(t))^2 + (\Delta z(t))^2}}{T} \tag{27}$$

式中：$\Delta x(t)$，$\Delta y(t)$，$\Delta z(t)$—P 点在 t 时刻沿各轴向的弹性误差值。

2.2.1　驱动杆截面尺寸对弹性误差影响

驱动杆截面边长选择取值 20 mm ~ 30 mm 的范围，其他参数不变。本研究根据式(27)计算误差均值随驱动杆的截面边长的变化情况。结果如图 5 所示。

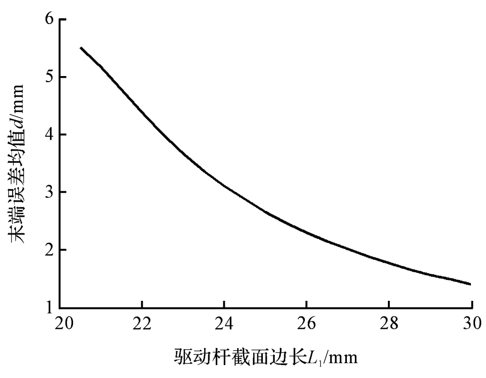

图 5　驱动杆截面尺寸对机构末端弹性误差的影响

可以看到:随着驱动杆截面边长增大,机器人末端的误差均值明显减少。究其原因,驱动杆的受力形式类似于悬臂梁,增加其截面尺寸能够有效提升其弯曲刚度。

2.2.2　从动杆截面尺寸对弹性误差影响

考察从动杆截面尺寸对机构弹性误差的影响,从动杆截面边长选择取值 5 mm ~ 10 mm 的范围,其他参数不变。误差均值随从动杆截面边长的变化情况如图 6 所示。

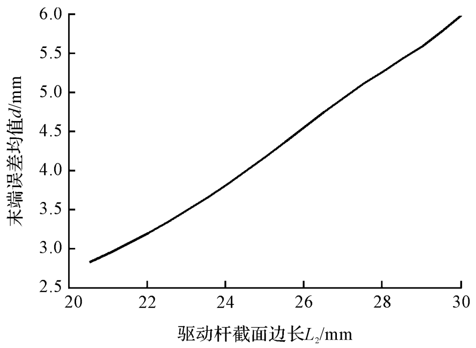

图 6　从动杆截面尺寸对机构末端弹性误差的影响

由图可以看到:当从动杆截面边长增大时,机构的均值误差随之增加。分析原因,从动杆两端均为球铰关节,其变形方式以拉压为主,相对于弯曲变形,轴向拉压变形的尺寸相对较小,其刚度的提升并不能抵消掉由质量增加带来的额外载荷影响。

2.2.3　两杆截面尺寸对弹性误差综合影响

笔者考察两种杆截面尺寸对机构弹性误差的综合影响,从动杆截面边长选择取值 5 mm ~ 10 mm 的范围,驱动杆截面边长选择取值 20 mm ~ 30 mm 的范围,其他参数不变,机器人均值误差随两杆截面尺寸变化如图 7 所示。

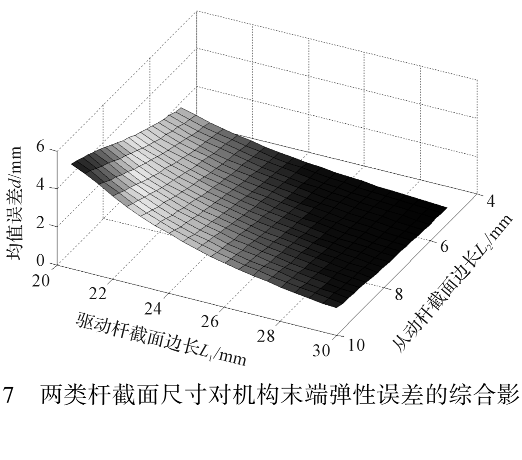

图 7　两类杆截面尺寸对机构末端弹性误差的综合影响

可以看到在区间内均值误差的变化规律,误差均值与驱动杆截面尺寸呈负相关,与从动杆截面尺寸呈正相关,具有一定的单调性。

3　结束语

本研究针对 Delta 机器人运动过程中的弹性变形误差进行了分析,建立了系统的弹性动力学控制方程,通过数值方法进行算例分析,求解出了机器人在运动过程中的误差情况,分析了杆件截面尺寸对弹性误差的影响。

结论显示:通过增加驱动杆的截面尺寸以及减少从动臂的截面尺寸,能够有效降低机器人运动过程中的弹性变形。

参考文献(References):

[1] CLAVEL R, A fast robot with parallel geometry[C]. Proc. Int. symposium. on Industrial Robots, Lausanne: CiNii, 1988.

[2] 计时鸣,黄希欢. 工业机器人技术的发展与应用综述[J]. 机电工程,2015,32(1):1-13.

[3] 冯李航,张为公,龚宗洋,等. Delta 系列并联机器人研究进展与现状[J]. 机器人,2014(3):375-384.

[4] PIRAS G, CLEGHORN W L, MILLS J K. Dynamic finite-element analysis of a planar high-speed, high-precision parallel manipulator with flexible links[J]. **Mechanism & Machine Theory**,2005,40(7):849-862.

[5] 刘善增,朱真才,余跃庆,等. 空间刚柔耦合并联机构系统的频率特性分析[J]. 机械工程学报,2011,47(23):39-48.

[6] 韩亚锋,马履中,吴伟光,等. Delta 并联机器人弹性动力学研究[J]. 农业机械学报,2011,42(10):197-202.

[7] KUO Y L. Mathematical modeling and analysis of the Delta robot with flexible links[J]. **Computers & Mathematics with Applications**,2016,71(10):1973-1989.

[8] 黄　真,孔令富,方跃法. 并联机器人机构学理论及控制[M]. 北京:机械工业出版社,1997.

[9] 韩敬虎,俞经虎. 食品检测咀嚼机器人工作空间研究[J]. 轻工机械,2016,34(3):1-4.

[10] 熊艳梅,杨延栋. 码垛机器人运动学分析与仿真[J]. 机械,2015(12):62-66.

[11] 巴　特. 有限元分析中的数值方法[M]. 北京:科学出版社,1985.

[**编辑:**张　豪]

本文引用格式:

陈君杰,李攀磊,韩　威,等. Delta 机器人动力学建模与弹性误差分析[J]. 机电工程,2017,35(1):33 – 37.

CHEN Jun-jie, LI Pan-lei, HAN Wei, et al. Dynamics modeling and elastic error analysis of delta robot[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2017,35(1):33 – 37.