

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2018.02.014

基于线性锥规划的风电最优潮流研究*

薛琢成, 杨冰芳

(上海理工大学 电气工程系, 上海 200093)

摘要:针对含风电接入的电力系统最优潮流优化问题,对异步电机稳态模型、风速随机模型和风电最优潮流模型等方面进行了研究,对传统风电最优潮流优化方法的优缺点作出了总结。提出了凸优化理论中的二阶锥规划(SOCP)方法,结合二阶锥松弛(SOC)优化理论,建立了以经济性最优为目标的多维非线性优化模型;采用了 IEEE-9 节点以及 IEEE-14 节点系统进行了仿真计算,观察不同风速下发电成本的变化趋势。研究结果表明:该模型能够量化不同风速对发电成本的影响;与混沌优化算法和线性规划方法相比,利用锥规划方法计算风电最优潮流更具有经济优势。

关键词:电力系统;风电场;最优潮流;二阶锥规划

中图分类号:TM712;TM614

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2018)02-0181-05

Wind power optimal power flow based on linear cone programming

XUE Zhuo-cheng, YANG Bing-fang

(Department of Electrical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: Aiming at the optimization problem of optimal power flow containing wind power, the asynchronous motor steady-state model, wind speed stochastic model and wind power optimal power flow model were studied. Meanwhile, the advantages and disadvantages of the optimal wind power optimization method were summarized. The second-order cone programming method (SOCP) in convex optimization theory was put forward, and the second-order cone relaxation (SOC) optimization theory was combined to establish a multidimensional nonlinear optimization model with economic optimization as its objective. IEEE-9 bus and IEEE-14 bus systems were adopted to simulate and calculate the change trend of generation cost under different wind speeds. The results indicate that the model can quantify the effects of different wind speeds on the cost of power generation; compared with the results of the chaos optimization algorithm and the linear programming method, the cone programming method is more economical to calculate the optimal wind power flow.

Key words: power system; wind farm; optimal power flow; two-order cone programming

0 引言

近年来,我国风电装机容量连续 4 年位居世界第一^[1-2]。因风力资源的间歇性和波动性,对于风力发电,风速的不确定性会对电网潮流带来较大冲击,所以探讨风电并网对电网最优潮流的影响具有重要意义。

目前,最优潮流优化方法大致分为经典算法和智能算法两大类。经典算法主要包括:牛顿法和简化梯度法^[3-4]。随着人工智能和机器学习的兴起和不断改进,智能算法逐步应用到电力系统中,智能算法主要包

括:群类优化算法以及遗传算法等^[5-6]。文献[7]在风电场最优潮流模型中,以电压波动和网损最小为目标,利用改进粒子群算法求解,大幅降低了网损和电压越界的可能性;文献[8]通过简化异步风电机等效稳态模型,利用混沌优化方法计算风电场最优潮流,得到了更为精确的结果;文献[9]指出传统优化算法存在局限性,在数学上不能严格证明求解结果一定是原问题的最优解,求解过程容易陷入局部最优。随着凸优化理论的发展,其具有全局最优的特性给研究带来了新方向,其关键之处是通过松弛方法处理,将最优潮流的

收稿日期:2017-04-27

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51207092)

作者简介:薛琢成(1993-),男,江苏无锡人,硕士研究生,主要从事电力系统优化运行方面的研究。E-mail:1525867629@qq.com

非线性规划问题转换为凸优化问题。最为常用的松弛方法包括半定规划 (SDP) 和二阶锥规划^[10-13]。

本研究考虑风电出力随机特性建立风电最优潮流模型,在潮流计算中将风电场出力从 PQ 节点注入^[14],其有功功率即为机械功率,与风速变化有直接关系,利用 Weibull 分布生成随机风速,计算风电场的有功和无功功率^[15]。

1 风电场数学模型

1.1 风机稳态数学模型

简化后的等值电路如图 1 所示。

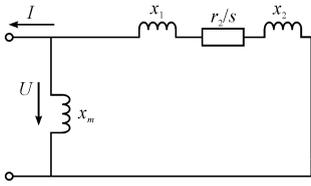


图 1 异步电机简化等值电路

x_1 —定子电抗; r_2/s —转子折算后的电阻, $s < 0$; x_2 —转子折算后的电抗; x_m —励磁阻抗; U —异步电机端电压; I —异步电机电流值

则风机输入电力网络的有功功率 P_e 为:

$$P_e = - \frac{U^2 \frac{r_2}{s}}{\left(\frac{r_2}{s}\right)^2 + x_k^2} \quad (1)$$

其中, $x_k = x_1 + x_2$ 。

由此可得,发电机滑差为:

$$s = - \frac{U^2 r_2 - \sqrt{U^4 r_2^2 - 4P_e^2 x_k^2 r_2^2}}{2P_e x_k^2} \quad (2)$$

其吸收的无功功率为:

$$Q_e = \frac{r_2^2 + x_k(x_k + x_m)s^2}{r_2 x_m s} P_e \quad (3)$$

1.2 风速模型及风电场输出功率模型

大量研究表明,风电场的风速模型近似服从韦伯 (Weibull) 分布。设某一已知电力系统的风电场,其风速为 v ,则该风速的概率密度函数表达式为:

$$f(v) = \left(\frac{K}{C}\right) \times \left(\frac{v}{C}\right)^{K-1} \exp\left[-\left(\frac{v}{C}\right)^K\right] \quad (4)$$

其数学期望和方差分别为:

$$E(v) = C\Gamma\left(\frac{1}{K} + 1\right)$$

$$D(v) = C^2 \left\{ \Gamma\left(\frac{2}{K} + 1\right) - \left[\Gamma\left(\frac{1}{K} + 1\right) \right]^2 \right\} \quad (5)$$

式中: C —尺度参数,其值即为该风电场的风速的期望

值; K —形状参数,反映 Weibull 分布的偏斜度; Γ —Gamma 函数。

这两个参数的精度影响风速分布的精度,其中 K 的近似值可由实际风电场测风所得到数据得到。

对于小规模分布式风电场,可以认为该风电场内的所有风机受风速影响相同,因此其出力可以表示为:

$$P_w = \begin{cases} 0 & v \leq v_{ci} \\ k_1 v + k_2 & v_{ci} < v \leq v_r \\ P_r & v_r < v \leq v_{co} \\ 0 & v > v_{co} \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} P_r = \frac{1}{2} C_p A \rho v_r^3 \\ k_1 = \frac{P_r}{v_r - v_{ci}} \\ k_2 = -k_1 v_{ci} \end{cases} \quad (7)$$

式中: P_w —单台风机出力; P_r —风轮输出额定功率; C_p —风轮的功率系数; A —风轮扫掠面积; ρ —空气密度; v —风速; v_{ci} —切入风速; v_r —额定风速; v_{co} —切出风速; k_1 和 k_2 —风速在 (v_{ci}, v_r) 区间内风机出力曲线参数,共同决定了风机出力的大小。

故节点 i 风电场的输出总功率为:

$$P_{w_i} = N_{w_i} P_w \quad (8)$$

式中: N_{w_i} —节点 i 所接风电场装机的总台数。

假定每台风机以恒定功率因数运行,则节点 i 风机吸收无功总量为:

$$Q_{w_i} = P_{w_i} \tan \theta_i \quad (9)$$

式中: θ_i —节点 i 风电场的功率因数角。

2 风电最优潮流模型

最优潮流就是当系统的结构参数及负荷情况给定时,通过控制变量的优选,使得找到的系统运行状态能满足所有指定的约束条件,并能使系统的某一个性能指标或者目标函数达到最优时的潮流分布,即:

$$\begin{cases} \min f(u, x, \tilde{P}) \\ g(u, x, \tilde{P}) = 0 \\ h(u, x) \leq 0 \end{cases} \quad (10)$$

式中: $f(u, x, \tilde{P})$ —目标函数; $g(u, x, \tilde{P})$ —等式约束,主要包括潮流功率平衡约束; $h(u, x)$ —不等式约束,主要包括节点电压约束和发电机出力约束; x —电力系统的状态变量; u —电力系统的控制变量; \tilde{P} —风电随机出力。

2.1 目标函数

发电成本只为常规机组燃料消耗:

$$\min f = \sum_{i=1}^{N_G} a_i P_{Gi}^2 + b_i P_{Gi} + c_i \quad (11)$$

式中: f —系统总发电成本; a_i, b_i, c_i —每台发电机对应的经济参数; N_G —系统发电机数; P_{Gi} —每台发电机的出力。

2.2 功率平衡约束

正常工作状态下系统的功率平衡方程为:

$$\begin{cases} P_{Gi} + \tilde{P}_{Wi} - P_{LDi} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N [U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij})] = 0 \\ Q_{Gi} + \tilde{Q}_{Wi} - Q_{LDi} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N [U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij})] = 0 \end{cases} \quad (12)$$

式中: N —系统节点数; U_i —节点的电压幅值; P_{Gi} , Q_{Gi} —节点 i 主电网电源注入的有功和无功功率; \tilde{P}_{Wi} , \tilde{Q}_{Wi} —节点 i 风电场注入的有功和无功功率; P_{LDi} , Q_{LDi} —节点 i 负荷的有功和无功功率; δ_{ij} —节点 i 到节点 j 间的电压相角差,即 $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$; G_{ij}, B_{ij} —节点 i 到节点 j 间线路 π 型等效电路中的电导和电纳。

2.3 安全运行约束

$$\begin{cases} P_{Gi, \min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi, \max}, (i = 0, \dots, N_G) \\ Q_{Gi, \min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi, \max}, (i = 0, \dots, N_G) \\ P_{Wi, \min} \leq \tilde{P}_{Wi} \leq P_{Wi, \max}, (i = 0, \dots, N_{WG}) \\ U_{i, \min} \leq U_i \leq U_{i, \max}, (i = 0, \dots, N) \\ I_{ij}^2 \leq I_{ij, \max}^2, (i \neq j, i = 0, \dots, N) \end{cases} \quad (13)$$

式中: $I_{ij}^2 = (G_{ij}^2 + B_{ij}^2)(U_i^2 + U_j^2 - 2U_i U_j \cos \delta_{ij})$; N_{WG} —风电场接入节点数; $U_{i, \min}, U_{i, \max}$ —节点 i 的电压幅值的上下限; $P_{Gi, \min}, P_{Gi, \max}$ 和 $Q_{Gi, \min}, Q_{Gi, \max}$ —发电机有功功率和无功功率的上下限; $P_{Wi, \min}, P_{Wi, \max}$ —风电场有功功率和无功功率的上下限; $I_{ij, \max}$ —流过支路 ij 电流的最大值。

3 二阶锥规划模型

3.1 二阶锥标准型

SOCP 具备锥规划的所有特性。二阶锥规划是在一个仿射空间和有限个二阶锥笛卡尔积的交集上求一个线性函数极值的问题。其目标函数须为线性,可行域由线性等式或线性不等式约束与旋转锥或二阶锥不等式约束组成^[16],标准形式为:

$$\min g(x)$$

$$\text{s. t. } Ax = b, x \in C \quad (14)$$

式中: $g(x)$ —目标函数; $Ax = b$ —线性约束, $A \in \mathbf{R}^n$, $x \in \mathbf{R}^{n \times m}$, $b \in \mathbf{R}^m$; C —二阶锥约束。

锥规划的基本形式有二阶锥和旋转二阶锥两种:

$$\begin{cases} x_1^2 \geq \sum_{i=2}^n x_i^2 \\ 2x_1 x_2 \leq \sum_{i=3}^n x_i^2 \end{cases} \quad (15)$$

锥规划作为线性规划的推广,是半定规划的特例,属于凸规划的一种,在数学上能严格证明具有全局最优解,而不会陷入局部最优中。利用相关数学求解器(如 CPLEX、YALMIP)求解,可以进一步提升计算效率。

3.2 二阶锥变换

目标函数中带有二次项,不满足二阶锥规划形式,故做以下变换:

$$\begin{cases} \min f = \sum_{i=1}^{N_G} a_i \varepsilon_i + b_i P_{Gi} + c_i \\ \text{s. t. } \begin{cases} \varepsilon_i \geq 0 \\ P_{Gi}^2 - \varepsilon_i E_i \leq 0, E_i \in E \end{cases} \end{cases} \quad (16)$$

式中: ε_i —引入的中间哑变量^[17]; E —单位矩阵,把原模型转化为二阶锥模型求解。

本研究交流潮流中的约束大多为非线性和非凸性,增大了求解难度。因此通过加入中间变量,转化为二阶锥形式,成为凸规划问题。现进行如下变换,设:

$$\begin{cases} R_{ij} = U_i U_j \cos \delta_{ij} \\ T_{ij} = U_i U_j \sin \delta_{ij} \\ X_i = \frac{U_i^2}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad (17)$$

则原先潮流中功率平衡约束条件变为:

$$\begin{cases} P_{Gi} + \tilde{P}_{Wi} - P_{LDi} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N [G_{ij} R_{ij} + B_{ij} T_{ij}] = 0 \\ Q_{Gi} + \tilde{Q}_{Wi} - Q_{LDi} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N [G_{ij} T_{ij} - B_{ij} R_{ij}] = 0 \end{cases} \quad (18)$$

安全运行约束中非线性约束变为:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} U_{i, \min}^2 \leq X_i \leq \frac{\sqrt{2}}{2} U_{i, \max}^2 \quad (19)$$

$$I_{ij}^2 = (G_{ij}^2 + B_{ij}^2) \cdot (\sqrt{2} X_i + \sqrt{2} X_j - 2R_{ij}) \leq I_{ij, \max}^2 \quad (20)$$

增加二阶锥表面约束:

$$2X_i X_j = R_{ij}^2 + T_{ij}^2, R_{ij}^2 \geq 0 \quad (21)$$

由式(18 ~ 21)构成了系统潮流的二阶锥形式,由

于式(21) 含有二次项,可行域在二阶锥表面,整个模型仍为非凸规划问题。为便于求解,将式(21) 松弛为:

$$2X_i X_j \geq R_{ij}^2 + T_{ij}^2 \quad (22)$$

经过 SOC 松弛后,可行域变为二阶锥体,成为凸规划问题。松弛原理如图 2 所示。

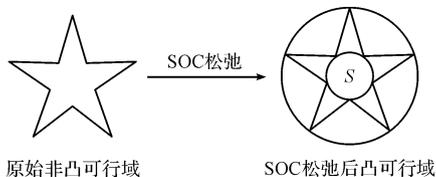


图 2 二阶锥松弛原理

松弛后得到的最优解 S 表示原问题的下界解,若最优解在松弛前的可行域内,则说明 S 就为原问题的

表 1 采用 SOCP 的 IEEE9 节点潮流计算结果

节点	结点电压 /p. u	发电机有功 /MW	发电机无功 /MVar	负荷有功 /MW	负荷无功 /MVar
1	1.100	83.67	13.27	/	/
2	1.098	126.13	35.91	/	/
3	1.087	88.72	-22.44	/	/
4	1.094	/	/	/	/
5	1.084	/	/	90	30
6	1.100	/	/	/	/
7	1.089	/	/	100	35
8	1.100	/	/	/	/
9	1.071	/	/	125	50

从结果可以看出,此时节点电压趋近所设电压约束的上限,说明此时无功充足,电压稳定裕度较大,系统能承受的负荷增长空间较高,能给风电场提供更多

最优解,该松弛为严格松弛^[18-19]。松弛后的模型可以用 YALMIP^[20] 数学优化软件包求解。

4 实验及结果分析

本研究选择 IEEE9 和 IEEE14 节点系统来测试提出的模型与算法,并将其与混沌优化和线性规划作比较。在 IEEE9 节点系统中将等值风场接入 3 号节点,系统包含 9 条支路、3 台发电机。设定风机功率因数 120°, 风电机组切入风速 3 m/s, 额定风速 13 m/s, 切出风速 20 m/s。

在额定风速为 13 m/s 情况下系统的最优潮流分布情况如表 1 所示。

的无功供给。

SOCP 与混沌优化法和线性规划的计算结果如表 2 所示。

表 2 优化前后发电费用对比

风速 /m · s ⁻¹	混沌优化		线性规划		二阶锥规划	
	成本 / \$ · hr ⁻¹		成本 / \$ · hr ⁻¹		成本 / \$ · hr ⁻¹	
	IEEE9	IEEE14	IEEE9	IEEE14	IEEE9	IEEE14
5	5 631.42	7 284.13	5 706.23	7 386.89	5 594.77	7 203.14
9	5 421.47	6 802.13	5 487.14	6 841.82	5 384.26	6 745.19
12	5 012.34	6 191.27	5 072.34	6 271.55	4 977.47	6 102.39
17	4 931.58	5 974.20	4 961.21	6 020.41	4 891.24	5 912.17
20	4 929.35	5 979.75	4 955.16	6 053.14	4 889.12	5 917.25
25	4 941.87	5 983.46	4 975.28	6 075.03	4 898.26	5 921.43

其中,部分数据参考文献[7],将风电场接入 14 号节点。从中可以得出:(1) 在不同风速条件下,随着额定风速的增大,发电成本随之减少,但超过约 17 m/s 后,成本不再减少,呈现出略有上升的趋势,所以风电的经济效益在某些条件下出现饱和现象;(2) 混沌优化后的模型比线性规划求解的发电成本要更低,在这 3 种优化方法的对比中,利用二阶锥规划求解模型得出的成本最低,随着节点数的增多,效果更明显。

为验证松弛前后的有效性,在式(16) 和式(22) 最优解处取等号是否满足,故作出如下分析,引入

公式:

$$\gamma_{evi} = \| \varepsilon - P_G \|_{\infty}$$

$$\gamma'_{evi} = \| 2X \cdot X - R^2 - T^2 \|_{\infty} \quad (23)$$

式中: $\gamma_{evi}, \gamma'_{evi}$ ——一组矢量。

其中,元素是节点偏差量的无穷范数。其分布趋势如图 3 所示。

图 3 中,3 种散点类型分别表示发电机 1、2、3 的松弛偏差量。从图中可以发现经过二阶锥松弛之后的发电机的出力以及中间变量偏差最大值都在 10⁻⁷数量级,满足潮流的收敛判据,说明本文的松弛方法准确可靠。

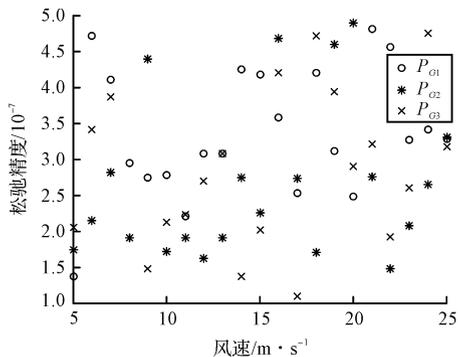


图3 发电机变量松弛偏差散点图

5 结束语

在考虑风电出力不确定情况下,本研究建立了风电最优潮流模型,并在 IEEE9 和 IEEE14 节点系统中进行了仿真。研究结论如下:

(1)在最优潮流中考虑在不同风速下风电出力的随机特性,通过二阶锥规划求解,把非线性约束转换为若干线性约束,通过与线性规划和混沌优化方法的分析比较可以得出:在保证最优解的同时,降低了计算的复杂程度;

(2)在电力系统中加入风电会有更好的经济效益;随着风速的增加,系统的发电成本随之降低,但存在上限。

参考文献 (References):

[1] 电力简讯. 国家电网公司在京发布《国家电网公司促进新能源发展白皮书(2016)》[J]. 电力与能源,2016(2):171.

[2] 周姝灿,唐俊熙. 风电、储能参与系统调频的协调控制策略研究[J]. 机电工程技术,2017,46(11):31-35.

[3] 诸骏伟,金心明,朱正明. 一种快速收敛的牛顿法最优潮流[J]. 东南大学学报:自然科学版,1992,22(4):1-7.

[4] 袁智强,侯志俭. 优化算法与最优潮流[J]. 华东电力,2002,30(2):1-6.

[5] 刘前进,许慧铭,施超. 基于人工蜂群算法的多目标最优潮流问题的研究[J]. 电力系统保护与控制,2015,43(8):1-7.

[6] DEVARAJ D, BANU R N. An improved genetic algorithm approach for security constrained optimal power flow with corrective action [J]. **International Journal of Power & Energy Conversion**,2013,4(4):355-368.

[7] 吴杰康,程鹏飞,赵莎莎. 基于协调粒子群算法的含风电场电力系统最优潮流计算[J]. 现代电力,2011,28(6):87-91.

[8] 张伟,卫志农,刘玉娟. 基于混沌优化的含风电场的最优潮流计算[J]. 中国电力,2011,44(10):25-28.

[9] 博赛克斯 D P. 凸优化理论[M]. 北京:清华大学出版社,2015.

[10] JABR R A. Exploiting sparsity in SDP relaxations of the OPF problem [J]. **Power Systems IEEE Transactions on**,2012,27(2):1138-1139.

[11] 白晓清,韦化, FUJISAWA K. 求解最优潮流问题的内点半定规划法[J]. 中国电机工程学报,2008,28(19):56-64.

[12] KUANG X, GHADDAR B, NAOUM-SAWAYA J, et al. Alternative LP and SOCP hierarchies for ACOPT problems [J]. **IEEE Transactions on Power Systems**,32(4):2828-2836.

[13] KOCUK B, DEY S S, SUN X A. Strong socp relaxations for the optimal power flow problem [D]. Atlanta: Milton Stewart School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology,2015.

[14] 鲍海波,韦化. 考虑风电的电压稳定概率评估的随机响应面法[J]. 中国电机工程学报,2012,32(13):77-85.

[15] 赵俊华,文福控,薛禹胜,等. 计及电动汽车和风电出力不确定性的随机经济调度[J]. 电力系统自动化,2010,34(20):22-29.

[16] 李洪美,崔翰韬,万秋兰. 考虑电动汽车充电策略的配网重构二阶锥规划模型[J]. 中国电机工程学报,2015,35(18):4674-4681.

[17] 丁涛,柏瑞,孙宏斌,等. 基于鲁棒均值-方差优化的发电自调度算法及鲁棒代价分析[J]. 中国电机工程学报,2015,35(2):319-326.

[18] FARIVAR M, LOW S H. Branch flow model: relaxations and convexification (Parts I, II) [J]. **IEEE Transactions on Power Systems**,2013,28(3):2554-2564.

[19] YANG W, ILICÉ M D, QIAO L, et al. Convexification of bad data and topology error detection and identification problems in AC electric power systems [J]. **Iet Generation Transmission & Distribution**,2015,9(16):2760-2767.

[20] JOHAN L. YALMIP: a toolbox for modeling and optimization in MATLAB [J]. **Skeletal Radiology**,2011,41(3):287-92.

[编辑:张豪]

本文引用格式:

薛琢成,杨冰芳. 基于线性锥规划的风电最优潮流研究[J]. 机电工程,2017,35(2):181-185.

XUE Zhuo-cheng, YANG Bing-fang. Wind power optimal power flow based on linear cone programming [J]. **Journal of Mechanical & Electrical Engineering**,2017,35(2):181-185.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>