

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2019.04.006

基于最小二乘法的光栅干涉传感细分误差校正研究^{*}

束名扬, 陈 健

(中国电子科技集团公司 第五十五研究所, 江苏 南京 211100)

摘要:针对纳米级分辨率光栅干涉传感中存在的细分误差问题,对光栅干涉传感的细分原理、传感信号中的噪声以及非线性误差等方面进行了研究。采用数字细分方式,对传感光电信号进行了数字滤波处理以降低噪声信号干扰,对传感信号中存在幅值波动、直流电平漂移以及相位非正交性等缺陷建立了非线性误差模型,并基于最小二乘原理提出了一种非线性误差修正方法;利用纳米二维定位平台对光栅干涉传感系统进行了测试。研究表明:在50 nm步距以及200 nm步距两组等位移量连续测量的测量列中,非线性误差修正后测量列的标准差较修正前均有显著的降低,说明光栅干涉传感信号经非线性误差修正处理后可以较明显地校正细分误差,提高细分精度。

关键词:光栅;干涉传感;数字细分;误差修正

中图分类号:TH822;TP741

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2019)04-0374-05

Error compensation of subdivision in grating interferometry based on the least square method

SHU Ming-yang, CHEN Jian

(The 55th Research Institute, China Electronics Technology Group Corporation, Nanjing 211100, China)

Abstract: Aiming at solving the problem of subdivision error in grating interferometry for nanometer resolution, the subdivision principle of grating interferometry, noise in sensing signal and nonlinear error were investigated. Digital subdivision was adopted and the noise in photoelectric signal was removed with the help of digital filtering. Meanwhile, an error compensation method based on the least square method was proposed in order to compensate the nonlinear error which caused by the amplitude fluctuation, DC shift and the non-orthogonal in the sensing signal. The grating interferometry system was tested by the two-coordinate nanopositioning stage. The experimental results show that the standard deviation of the measured series after corrected is significantly lower than that before in 50 nm and 200 nm measurements with constant displacement, which indicate that this method can enhance subdivision accuracy by compensate the subdivision error noteworthy.

Key words: grating; interferometry; digital subdivision; error compensation

0 引 言

先进制造业的快速发展对精密位移测量技术提出了更高的要求。与传统精密测量中使用的 He-Ne 激光干涉测量方式相比,光栅干涉传感测量成本相对低、

适用范围广,已成纳米级分辨率测量领域中的一个重要研究方向^[1,2]。

受制于光栅自身栅距分辨率的限制,需要对光栅传感信号予以细分处理,以实现纳米级分辨率的测量。从细分原理上主要有:振幅调制细分、相位调制细分以

收稿日期:2018-11-03

基金项目:深圳市科技计划项目(JCYJ20140417172417154)

作者简介:束名扬(1990-),男,安徽芜湖人,硕士,工程师,主要从事光学检测仪器方面的研究。E-mail: smy7151@126.com

及锁相细分等几种;实现方式亦分为:硬件电路细分以及软件细分两类^[3,4]。但无论采用何种细分方式,为了提高细分精度,理想的光栅信号应当具有稳定、正弦、等幅、正交等特性^[5,6]。事实上,由于光栅干涉测量系统中,不可避免地存在振动、光路安装偏差、光电转换及信号调理电路中的噪声以及外界环境干扰等因素,采集得到的光栅信号中难以避免地会存在高斯噪声、直流电平漂移以及振幅波动等影响细分精度的缺陷。对于这些信号中的缺陷,学术界采用改善信号质量、改进细分方式等措施,提高了其测量精度和分辨率^[7-12]。

本研究将采用数字细分方式并借助于数字信号处理技术,对原始光电信号予以数字滤波处理以减少噪声影响,基于最小二乘原理对非线性误差建立误差修正模型,最终进行实验分析。

1 数字细分原理

数字细分是利用数字信号处理方式实现单个信号周期内位移量的测量。本研究中根据位移前后信号相位角变化量 $\Delta\theta$ 来计算出细分位移量。文中采取构造正切函数来计算光栅信号的相位角,为便于对相位角的计算处理,本文中采用 $\arctan2$ 替代 $\arctan$ 。

理想状态下,数据采集得到的两路光栅传感信号应当为等幅、正交的正弦信号,可以用下式表示:

$$\begin{aligned} I_x &= A\cos\theta \\ I_y &= A\sin\theta \end{aligned} \quad (1)$$

进而可以计算出采样时刻光栅信号的相位角,即:

$$\theta = \arctan2(I_y, I_x) \quad (2)$$

通过对光栅移动前后光栅信号整周期计数以及相位角变化量 $\Delta\theta$ 的计算,光栅位移量可表示为:

$$\Delta x = \frac{\Delta N}{K}d + \frac{\Delta\theta}{2\pi \cdot K}d \quad (3)$$

式中: d —光栅栅距; N —整周期计数值; K —光栅位移一个栅距时传感信号变化周期数。

2 细分误差校正

光栅干涉传感测量受测量系统固有误差以及环境因素影响较大,对于高倍数的细分,需要对原始信号进行校正以获得一定的细分精度。为此,笔者根据对数字细分误差特性的分析,建立误差补偿的数学模型,在采样不同位置数据的基础上,通过最小二乘法来取得误差修正模型参数的最优值,从而有效地实现细分误差补偿。

2.1 光栅信号的卡尔曼滤波

光栅干涉测量信号输出可以看作一个平稳的随机

过程,借助一阶自回归模型来进行描述,其数学模型为:

$$y_k = \varphi_1 y_{k-1} + e_k \quad (4)$$

式中: φ_1 —模型参数; e_k —白噪声。

公式(4)可以写成状态空间模型的表达形式。定义观测变量 $z \in \mathbf{R}^m$ (实际测量值),状态变量 $x \in \mathbf{R}^n$ (真实值),令 $z_k = y_k$,则状态方程可表示为:

$$x_k = x_{k-1} + w_{k-1} \quad (5)$$

观测方程为:

$$z_k = x_k + v_k \quad (6)$$

式中: w_k —过程激励噪声; v_k —测量噪声。

过程激励噪声和测量噪声都属于均值为零的高斯白噪声序列。进而能够得到 Kalman 滤波的递推公式,其中时间更新方程可以表示为:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k/k-1} &= \hat{X}_{k-1/k-1} \\ P_{k/k-1} &= P_{k-1/k-1} + Q \end{aligned} \quad (7)$$

测量更新方程可表示为:

$$\begin{aligned} K_{k/k} &= P_{k/k-1} \cdot (P_{k/k-1} + R)^{-1} \\ \hat{X}_{k/k} &= \hat{X}_{k/k-1} + K_{k/k} \cdot (Z_k - \hat{X}_{k/k-1}) \\ P_{k/k} &= (1 - K_{k/k}) \cdot P_{k/k-1} \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $(Z_k - \hat{X}_{k/k-1})$ —测量残余; $K_{k/k}$ —残余增益; $\hat{X}_{k/k-1}$ —滤波器状态的先验估计; $\hat{X}_{k/k}$ —滤波器状态的后验估计; $P_{k/k}$ —后验估计误差的协方差; $P_{k/k-1}$ —先验估计误差的协方差; Q —系统过程激励噪声的协方差。

Kalman 滤波效果图如图 1 所示。

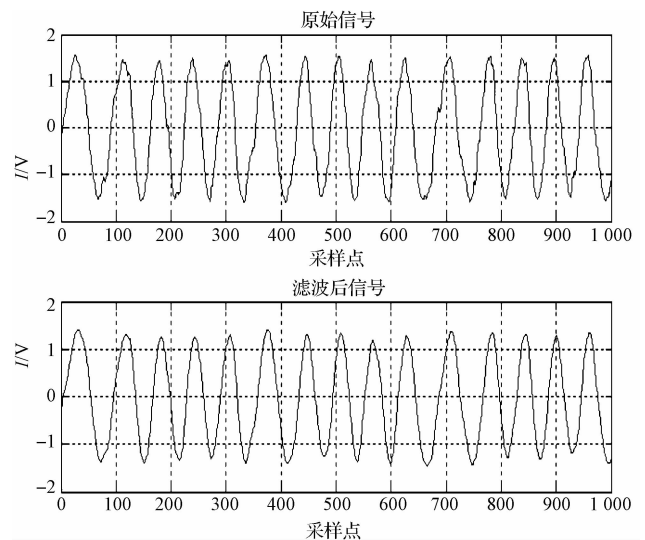


图1 Kalman 滤波效果图

图1中,光栅干涉测量系统的数字信号经 Kalman 滤波处理后,高斯噪声滤除效果显著。

2.2 非线性误差修正模型

经滤波处理后的光栅传感信号中,依旧会存在直流量,振幅不等以及相位非正交等非线性误差。滤波后的信号经算术简化后可表示为:

$$\begin{aligned} I_x &= a + c \cos \theta \\ I_y &= b + d \sin(\theta + \delta) \end{aligned} \quad (9)$$

在数字信号细分处理中,为能够准确地求出相位角 θ ,需要对非线性误差参数 a, b, c, d, δ 予以实时拟合计算。式(9)经整理后可表示为:

$$\begin{aligned} \frac{(I_x - a)^2}{c^2} + \frac{(I_y - b)^2}{d^2} - \\ 2 \frac{(I_x - a)(I_y - b)}{cd} \sin \delta = \cos^2 \delta \end{aligned} \quad (10)$$

该方程可用一般椭圆方程表示,即:

$$x^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (11)$$

可以将对非线性误差参数的求解转化为对参数的解析,两者之间的函数关系可以表示为:

$$\begin{aligned} a &= \frac{BE - 2CD}{4C - B^2} \\ b &= \frac{BD - 2E}{4C - B^2} \\ c &= \frac{a^2 + b^2C - F + abB}{1 - \frac{B^2}{4C}} \\ d &= \frac{c}{\sqrt{C}} \\ \delta &= \arcsin \frac{-B}{2\sqrt{C}} \end{aligned} \quad (12)$$

2.3 非线性误差修正参数拟合

最小二乘法是基于残差平方和最小的条件下得到,利用误差的相互抵消作用来消弭随机误差的影响。通过采样 m 个点的数据 (x_i, y_i) 得到 m 个椭圆方程,利用最小二乘原理拟合计算出椭圆参数 B, C, D, E, F , 对于采样点 (x_i, y_i) , 其估计残差方程表示为:

$$r_i = x_i^2 + Bx_iy_i + Cy_i^2 + Dx_i + Ey_i + F \quad (13)$$

m 个采样点的估计残差方程构成的残差平方和可以表示为:

$$E(x) = \frac{1}{2}(r_1^2 + r_m^2) = \frac{1}{2}r(x)^T r(x) \quad (14)$$

为了使残差平方和 E 值最小,则要求梯度满足下式:

$$F(x) = \nabla E(x) = \nabla \left(\frac{1}{2} r(x)^T r(x) \right) = r(x)^T Dr(x) = 0 \quad (15)$$

式中: $Dr(x) = r(x) = [r_1 \cdots r_m]^T$ 的雅克比矩阵。

针对多变量非线性方程组 $F(x) = 0$, 采用多变量的牛顿迭代法可以得到符合精度需求的近似解, 即:

$$DF(x)^T = D((Dr)^T r) = (Dr)^T \cdot Dr + \sum_{i=1}^m r_i Hr_i \quad (16)$$

式中: $Hr_i = r_i$ 的二阶偏导(或海森矩阵)。

在不影响高斯牛顿法收敛的前提下, 为了实现简化牛顿法, 可以将 $\sum r_i Hr_i$ 忽略以减小后续计算量。令 x^k 作为第 k 步的迭代向量, x^{k+1} 作为第 $k+1$ 步的迭代向量, Δx^k 表示为迭代步长, 则 x^{k+1} 可表示为:

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k \quad (17)$$

根据泰勒展开式可以得到:

$$\begin{aligned} F(x^k + \Delta x^k) &= r(x^k)^T Dr(x^k) + (\Delta x^k)^T \\ &((Dr)^T \cdot Dr) + O(\|\Delta x^k\|^2) = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

令 $A = Dr(x^k)$, 则:

$$\Delta x^k = -(A^T A)^{-1} A^T r(x^k) \quad (19)$$

当满足终止迭代条件式时, 终止迭代计算, 并拟合计算得到椭圆参数 B, C, D, E, F , 即:

$$\|x^{k+1} - x^k\| \leq \varepsilon \quad (20)$$

将拟合计算得到的椭圆参数 B, C, D, E, F 代入公式(12), 进而计算出非线性误差参数 a, b, c, d, δ 。根据式(9)得到修正后的两路信号如下式所示:

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{I_x - a}{c} \\ \sin \theta &= \frac{\frac{I_y - b}{d} - \cos \theta \sin \delta}{\cos \delta} \end{aligned} \quad (21)$$

根据公式(2), 数据点 (I_x, I_y) 修正后的相位角 θ 可表示为:

$$\theta = \arctan 2 \left(\frac{I_y - b}{d} \cdot \frac{c}{I_x - a} - \sin \delta, \cos \delta \right) \quad (22)$$

非线性误差修正效果图如图 2 所示。

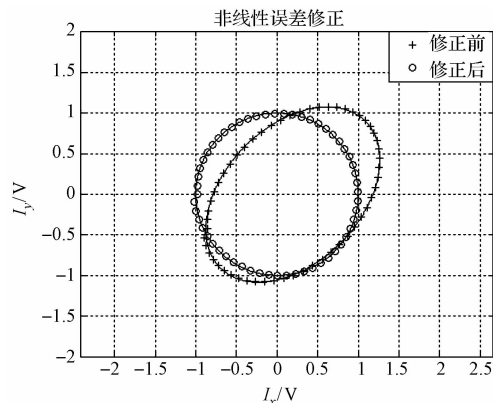


图 2 非线性误差修正效果图

理论上修正后的两路信号为等幅、正交的正弦信号,构成的李莎茹图为标准圆。

3 实验结果与分析

为了进一步验证光栅干涉传感细分误差校正方案,本研究借助纳米二维定位平台为光栅干涉测量系统提供纳米级微位移(定位平台分辨率为1 nm,实验中分别以50 nm及200 nm步距提供单轴方向等步距步进位移)。依据相关误差理论,该实验采用标准差 σ 作为光栅干涉测量中细分精度的评判标准。

试验中驱动纳米定位平台为光栅提供单轴方向等步距步进位移,采集并计算出非线性误差修正前、后光栅信号的相位角,进而可以计算得到光栅位移的测量值。

50 nm步距实验分析如图3所示。

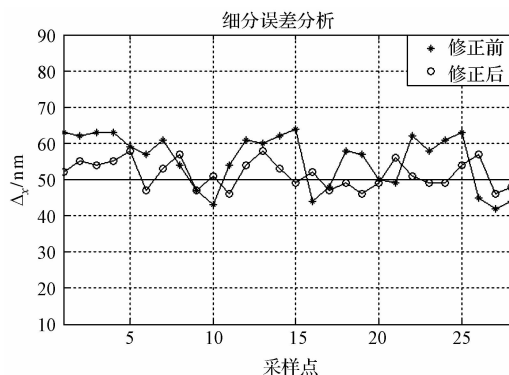


图3 50 nm步距实验分析

实验中,计算细分误差修正前、后测量值序列的标准差后可知: $\sigma_{\text{前}}=7.41 \text{ nm}$, $\sigma_{\text{后}}=3.89 \text{ nm}$ 。

200 nm步距实验分析如图4所示。

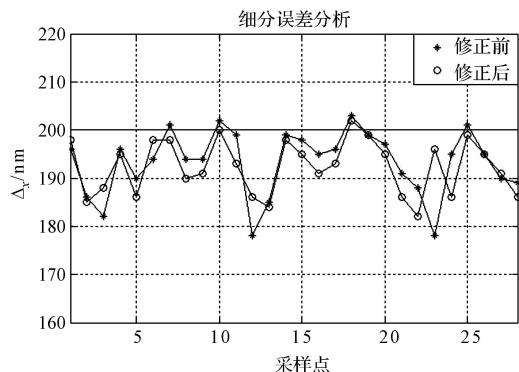


图4 200 nm步距实验分析

计算细分误差修正前、后测量值序列的标准差后可知: $\sigma_{\text{前}}=6.79 \text{ nm}$, $\sigma_{\text{后}}=5.68 \text{ nm}$ 。

根据上述50 nm步距以及200 nm步距两组实验结果分析可知:

在测量相同位移量的测量序列中,经非线性误差修正后测量值序列的标准差较修正前测量值序列有显著的减小,测量列的分散程度亦有明显降低,进而依据相关误差理论可以认为本研究中提出的误差校正方案对细分误差有较明显的校正效果。

4 结束语

本研究在数字信号处理环节,对存在缺陷的光栅传感信号在细分计算前予以预处理,从而实现弥补信号缺陷所造成的细分误差。实验结果表明:该细分校正方案对当前光栅干涉测量系统的细分精度有较明显的提升。

当前研究中对非线性误差参数拟合计算采用高斯牛顿法迭代计算,该计算方法的计算量较大,在对非线性误差参数的实时拟合时存在一定的滞后。

考虑到实际光栅干涉测量系统中非线性误差参数是在逐渐变化的,后续研究中可进一步考虑对拟合算法进行改进,提高拟合计算效率及校正参数更新的实时性,进一步提高细分测量精度。

参考文献 (References):

- [1] 王国超,颜树华,高雷,等. 光栅干涉位移测量技术发展综述[J]. 激光技术,2010,34(5):661-664.
- [2] FAN K C, ZHANG Y L, MIAO J W, et al. Error compensation of grating interferometer due to angular error of linear stage[C]. International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Kachsiung: IEEE,2012.
- [3] 苏绍璟. 大量程纳米级光栅位移测量理论及关键技术研究[D]. 长沙:国防科技大学机电工程与自动化学院,2001.
- [4] 朴伟英. 球面光栅干涉式表面测量仪若干关键技术研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院,2009.
- [5] FAN K C, ZHOU H, LI R J. Development of a high precision coplanar stage by using miniature michelson interferometer [J]. Precision Engineering and Manufacturing, 2014,15(11):2251-2256.

(下转第382页)

本文引用格式:

束名扬,陈健. 基于最小二乘法的光栅干涉传感细分误差校正研究[J]. 机电工程,2019,36(4):374-377,382.

SHU Ming-yang, CHEN Jian. Error compensation of subdivision in grating interferometry based on the least square method[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2019,36(4):374-377,382.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>