DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2019.06.018

自适应事件触发控制的多智能体系统保性能一致性研究*

董瑞华,熊卫华*
(浙江理工大学 机械与自动控制学院,浙江 杭州 310018)

摘要:针对带有领导者的多智能体系统同时存在非线性动态和能量消耗的问题,对其在有向固定拓扑结构下的领导跟随保性能一致性进行了研究。基于自适应事件触发控制方案,使用模型转换方法,将多智能体系统转化为误差系统;运用 Lyapunov-Krasovskii 泛函、弱无穷小算子及线性矩阵不等式等方法,得到了误差系统渐近稳定的充分条件;在此基础上,得到了保性能一致性控制器增益,并设计了相应控制器,使得多智能系统达到领导跟随保性能一致性,同时通过数值仿真进行了验证。研究结果表明:自适应事件触发控制方案能有效降低各个智能体之间不必要的通信传输,提高网络资源的利用率。

关键词:多智能体系统;事件触发;一致性;保性能;自适应
中图分类号:TP273 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-4551(2019)06-0647-06

Adaptive event-triggered control for guaranteed cost consensus of multi-agent systems

DONG Rui-hua, XIONG Wei-hua
(Faculty of Mechanical Engineering and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: Aiming at the problem of non-linear dynamics and energy consumption in multi-agent systems with leader, the leader-following guaranteed cost consensus under directed fixed topology was studied. Based on the adaptive event-triggered control scheme, the multi-agent systems was transformed into an error system by using model transformation method. By utilizing Lyapunov-Krasovskii functional, weak infinitesimal operator and linear matrix inequality, sufficient conditions for asymptotic stability of error systems were obtained. Based on this, the guaranteed cost consensus controller gain was obtained, and the corresponding controller was designed to make the multi-agent systems achieve the leader-following guaranteed cost consensus. At the same time, it was verified by numerical simulation. The results indicate that the adaptive event-triggered control scheme can effectively reduce the unnecessary communication transmission between agents and improve the utilization of network resources.

Key words: multi-agent systems; event-triggered; consensus; guaranteed cost; adaptive

0 引 言

近年来,由于多智能体系统在诸如无人机编队控制、传感器网络等[1-3]领域展现出的巨大潜力,使得对多智能体系统协同控制的研究成为控制学科中的一个热点问题。一致性问题作为多智能体系统协同控制中的一个基本问题,也已得到了广泛研究。然而在现实

收稿日期:2018-11-27
基金项目:国家自然科学基金资助项目(61503341,61803339);浙江省自然科学基金资助项目(LQ18F030011);浙江省基础公益研究计划资助项目(LGG18F030001)
作者简介:董瑞华(1995-),男,河南周口人,硕士研究生,主要从事多智能体系统方面的研究。E-mail:463837688@qq.com
通信联系人:熊卫华,女,副教授,硕士生导师。E-mail:vihoo_2001@163.com

中,多智能体系统中普遍存在非线性动态。

多智能体之间的信息是通过通信网络进行传递的,而网络通信带宽和计算资源通常是有限的。为了减少不必要的信号传输和节省计算资源,Tabuada[4]提出了一种新的事件触发控制方法。相比传统的周期采样控制方案,事件触发控制方案的控制更新依赖于预定义的事件触发条件,当且只有当触发条件被破坏时,控制更新才会被传输。目前,基于事件触发机制的多智能体系统一致性的研究成果有很多。Dimarogonas 等[5]研究了基于事件触发机制的多智能体系统一致性问题,然而其所提事件触发机制需要所有的多智能体连续监测其相邻智能体的状态信息,可能导致计算资源的极大浪费。为克服这一缺陷,Guo 等[6]提出了一种新的基于采样数据的分布式事件触发传输策略,其事件触发条件只需在采样时刻进行测量;Yin 等[7]采用两种分布式自适应事件触发控制方案,对带有输入饱和的多智能体系统的局部一致性问题进行了研究。

上述文献,大多数研究结果没有考虑到能量消耗和一致性调节性能问题。保性能控制是解决这一问题的有效途径。从现有文献来看,关于多智能体系统的保性能一致性问题研究成果并不太多。Zheng 等[8]研究了具有 Lipschitz 非线性动态的奇异多智能体系统的领导跟随保性能一致性问题。为了研究基于事件触发控制方案中的能量消耗,Zhou 等[9]对一般线性时不变动态的分布式多智能体系统,基于事件触发机制的保性能一致性问题进行了研究。

受此启发,本文采用自适应事件触发控制,研究多智能体系统领导跟随保性能一致性问题。

1 问题描述

1.1 图论知识

在研究多智能体系统一致性问题中,代数图论是一个重要工具。本文考虑带有领导者的多智能体系统的通讯拓扑结构图由有向图 $\boldsymbol{g}=(\boldsymbol{V},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{A})$ 描述,其中:$\boldsymbol{V}=\{1,2,\cdots,N\}$— 节点集合;$\varepsilon\subseteq\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{V}$— 边集合;$N_i=\{j:(j,i)\in\varepsilon\}$—智能体 i 的邻居的集合;$\boldsymbol{A}=[a_{ij}]\in\boldsymbol{R}^{N\times N}$—有向图 $\boldsymbol{g}$ 的权重邻接矩阵,如果 $j\in N_i$,$a_{ij}=1$,否则 $a_{ij}=0$。有向图 $\boldsymbol{g}$ 的度矩阵可以表示为 $\boldsymbol{D}=diag\{\boldsymbol{D}_1,\boldsymbol{D}_2,\cdots,\boldsymbol{D}_N\}$,则相应的图 $\boldsymbol{g}$ 的 Laplacian 矩阵为 $\boldsymbol{L}=\boldsymbol{D}-\boldsymbol{A}$。在图 $\boldsymbol{g}$ 中,节点 i 到节点 k 的有序边序列 $(i,i+1),(i+1,i+2),\cdots,(k-1,k)\in\varepsilon$ 被称为有向路径。如果至少有一个节点能到所有其他节点的有向路径,则称该图 $\boldsymbol{g}$ 包含有向生成树。

1.2 模型描述

考虑由 N 个跟随者和 1 个领导者组成的多智能体系统,其动态方程可描述为:

$$\begin{cases}\dot{x}_0(t)=\mathbf{A}x_0(t)+f(x_0(t),t)\\ \dot{x}_i(t)=\mathbf{A}x_i(t)+\mathbf{B}u_i(t)+f(x_i(t),t)\end{cases}\tag{1}$$

式中:$x_0(t)\in\mathbb{R}^n$— 领导者智能体的状态;$x_i(t)\in\mathbb{R}^m$— 智能体 i 的状态;$x_i(t)\in\mathbb{R}^n$— 智能体 i 的控制输入;$f(\cdot)\in\mathbb{R}^n$— 非线性动态;$\mathbf{A},\mathbf{B}$— 具有合适维度的常数矩阵。

在本文中,每个智能体嵌入一个事件触发检测器,来决定智能体何时将其采样数据传输给其邻居智能体。这里给出如下假设:

假设 1 采样器是时间驱动的,所有智能体的状态都是由采样器以固定采样周期进行采样,其采样序列为 $\{qh\}$,$q=0,1,\cdots$。

假设 2 智能体 i 的采样数据是否传输给其邻居智能体由事件触发条件决定,且智能体 i 的事件触发时间序列为 $\{t_k^ih\}$,$k=0,1,\cdots$,这里 $\{t_0^ih\}$ 是初始时间。

基于上述假设,智能体 i 的自适应事件触发条件定义如下:

$$\begin{gathered}e_i^T(t_k^ih+lh)\boldsymbol{\Phi}_ie_i(t_k^ih+lh)\leqslant\\ \delta_i(t_k^ih+lh)z_i^T(t_k^ih+lh)\boldsymbol{\Phi}_iz_i(t_k^ih+lh)\end{gathered}\tag{2}$$

$$\begin{gathered}\delta_i(t_k^ih+lh)-\delta_i(t_k^ih+lh-h)=\\ -d_ih\delta_i(t_k^ih+lh)\delta_i(t_k^ih+lh-h)\times\\ e_i^T(t_k^ih+lh)\boldsymbol{\Phi}_ie_i(t_k^ih+lh)\end{gathered}\tag{3}$$

式中:δ_i— 自适应阈值参数,满足 $\delta_i(0)\in(0,1]$;$\boldsymbol{\Phi}_i>0$— 待设计的事件触发参数矩阵,$i=1,2,\cdots,N$;t_k^ih— 智能体 i 第 k 个采样传输时刻;t_k^ih+lh— 智能体 i 当前采样时刻。

其中,$e_i(t_k^ih+lh)=x_i(t_k^ih+lh)-x_i(t_k^ih)$;$z_i(t_k^ih+lh)=\sum_{j\in N_i}a_{ij}[x_i(t_k^ih)-x_j(t_{k'}^jh)]-b_i(x_i(t_k^ih)-x_0(qh))$;$k'=\arg\min_{p\in N;t\geqslant t_p^j}\{t-t_p^j\}$。

注释 1 容易看出,式(2)能保证最小的事件触发间隔时间至少为一个固定采样周期 $h>0$,因此,避免了 Zeno 现象的发生。

基于上述讨论,事件触发一致性控制协议如下:

$$\begin{gathered}u_i(t)=-\boldsymbol{K}\{\sum_{j\in N_i}a_{ij}[x_i(t_k^ih)-x_j(t_{k'}^jh)]+\\ b_i(x_i(t_k^ih)-x_0(qh))\}\end{gathered}\tag{4}$$

式中:$\boldsymbol{K}$— 待设计的控制器增益矩阵;b_i— 智能体 i 与领导者之间的耦合权重,定义如下:如果领导者能传输

信息到智能体 i 中,则 $b_i > 0$,否则 $b_i = 0$。

此外,$t \in [t_k^i h, t_{k+1}^i h) \cap [qh, (q+1)h)$。

将区间$[t_k^i h, t_{k+1}^i h)$ 划分为 $t_{k+1}^i - t_k^i$ 个采样子区间,即$[t_k^i h, t_{k+1}^i h) = \cup_{q=t_k^i}^{t_{k+1}^i - 1}[qh, (q+1)h]$。定义第 q 个采样时刻的采样数据测量误差 $e_i(qh) = x_i(qh) - x_i(t_k^i h)$;误差变量 $z_i(t) = x_i(t) - x_0(t)$ 及 $F(z_i, t) = f(x_i(t), t) - f(x_0(t), t)$。则式(4) 可以写作:

$$u_i(t) = -\boldsymbol{K}\{\sum_{j \in N_i} a_{ij}[x_i(qh) - e_i(qh) - x_j(qh) + e_j(qh)] + b_i(x_i(qh) - e_i(qh) - x_0(qh))\} \quad (5)$$

将式(5) 代入式(1),可得误差系统为:

$$\dot{z}(t) = (\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{A})z(t) + F(z,t) - (\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{BK})[z(t-\tau) - e(t-\tau)] \quad (6)$$

式中:$\underline{\boldsymbol{B}} = \mathrm{diag}\{b_1, b_2, \cdots, b_N\}$—智能体 i 与领导者之间的耦合权重矩阵;$\boldsymbol{L}$—Laplacian 矩阵;$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{L} + \underline{\boldsymbol{B}}$。

此外,$z(t)$,$F(z,t)$,$e(qh)$ 和 τ 分别定义为:$z(t) = [z_1^T(t), z_2^T(t), \cdots, z_N^T(t)]^T$;

$F(z,t) = [F^T(z_1,t), F^T(z_2,t), \cdots, F^T(z_N,t)]^T$;

$e(qh) = [e_1^T(qh), e_2^T(qh), \cdots, e_N^T(qh)]^T$;

$\tau = t - qh, t \in [qh, (q+1)h)$。

τ 是分段连续的,其在 $t \neq mh$ 点的微分为 $\dot{\tau} = 1$,$0 \leqslant \tau < h$。

考虑如下性能函数,$\boldsymbol{W}$,$\boldsymbol{V}$ 为正定对称矩阵,即:

$$J = \int_0^\infty [z^T(t)(\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{W})z(t) + u^T(t)(\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{V})u(t)]\mathrm{d}t \quad (7)$$

结合性能函数,给出多智能体系统的领导跟随保性能一致性定义及文中要用到的几个假设和引理:

定义 1　如果$\lim_{t\to\infty} \| x_i(t) - x_0(t) \| = 0$,且存在正定常数 J_*,$J \leqslant J_*$(这里 J_* 被称为保性能函数上界),则多智能体系统达到领导跟随保性能一致性。

假设 3　假设多智能体系统拓扑结构图是以领导者为根节点的有向生成树。

假设 4[10]　非线性函数 $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ 对于任意 $x, y \in \mathbb{R}^n$ 及正实数 $\alpha > 0$ 满足 Lipschitz 状态:$\| f(x) - f(y) \| < \alpha \| x - y \|$。

引理 1[11]　对于具有合适维度的矩阵 $\boldsymbol{R} > 0$,$\boldsymbol{X}$ 和标量 ρ,有如下不等式成立:

$$-\boldsymbol{X}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{X} \leqslant \rho^2\boldsymbol{R} - 2\rho\boldsymbol{X}$$

引理 2[11]　对于给定的标量 $\lambda \in (0,1)$ 以及矩阵 $\boldsymbol{R} > 0$,两个矩阵 $\boldsymbol{W}_1, \boldsymbol{W}_2 \in \mathbb{R}^{n\times m}$,对于所有的向量 $\boldsymbol{\varphi}(t) \in \mathbb{R}^m$ 定义函数 $g(\lambda, \boldsymbol{R})$ 为 $g(\lambda, \boldsymbol{R}) =$

$$\frac{1}{\mu}\varphi^T(t)\boldsymbol{M}_1^T\boldsymbol{R}\boldsymbol{M}_1\varphi(t) + \frac{1}{1-\mu}\varphi^T(t)\boldsymbol{M}_2^T\boldsymbol{R}\boldsymbol{M}_2\varphi(t)。$$

如果存在一个矩阵 $\boldsymbol{S} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ 满足$\begin{bmatrix} \boldsymbol{R} & \boldsymbol{S} \\ \boldsymbol{S}^T & \boldsymbol{R} \end{bmatrix} > 0$,从而使得:

$$\min_{\mu \in (0,1)} g(\lambda, \boldsymbol{R}) \geqslant \varphi^T(t)\begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_1 \\ \boldsymbol{M}_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{R} & \boldsymbol{S} \\ \boldsymbol{S}^T & \boldsymbol{R} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_1 \\ \boldsymbol{M}_2 \end{bmatrix}\varphi(t)$$

2　主要结果

首先对于误差系统(6) 得到保证系统稳定性的充分条件,然后给出了实现领导跟随保性能一致性控制器设计方法。

选择如下 Lyapunov-Krasovskii 泛函:

$$V(t, z_t, \dot{z}_t) = \sum_{i=1}^{3} V_i(t, z_t, \dot{z}_t) \quad (8)$$

其中:

$$\begin{cases} V_1(t, z_t, \dot{z}_t) = z^T(t)\boldsymbol{P}z(t) \\ V_2(t, z_t, \dot{z}_t) = \int_{t-h}^{t} z^T(s)\boldsymbol{Q}z(s)ds \\ V_3(t, z_t, \dot{z}_t) = h\int_{-h}^{0}\int_{t+\theta}^{t} \dot{z}^T(s)\boldsymbol{R}\dot{z}(s)dsd\theta \end{cases}$$

且 $\boldsymbol{P} > 0$,$\boldsymbol{Q} > 0$,$\boldsymbol{R} > 0$。

定理 1　假设 1 成立,对于给定 $h > 0$,$\alpha > 0$,$\delta_0 > 0$,如果存在正定对称矩阵 $\boldsymbol{P} > 0$,$\boldsymbol{Q} > 0$,$\boldsymbol{R} > 0$,$\boldsymbol{\Phi}_i > 0 (i = 1, 2, \cdots, N)$,$\boldsymbol{W} > 0$,$\boldsymbol{V} > 0$ 及适当维数的矩阵 $\boldsymbol{S}$,满足以下线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Pi}_{11} & * & * & * & * & * & * \\ \boldsymbol{\Pi}_{21} & \boldsymbol{\Pi}_{22} & * & * & * & * & * \\ \boldsymbol{\Pi}_{31} & \boldsymbol{\Pi}_{32} & \boldsymbol{\Pi}_{33} & * & * & * & * \\ \boldsymbol{\Pi}_{41} & \boldsymbol{\Pi}_{42} & 0 & \boldsymbol{\Pi}_{44} & * & * & * \\ \boldsymbol{\Pi}_{51} & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{\Pi}_{55} & * & * \\ \boldsymbol{\Pi}_{61} & \boldsymbol{\Pi}_{62} & 0 & \boldsymbol{\Pi}_{64} & \boldsymbol{\Pi}_{65} & \boldsymbol{\Pi}_{66} & * \\ 0 & \boldsymbol{\Pi}_{72} & 0 & \boldsymbol{\Pi}_{74} & 0 & 0 & \boldsymbol{\Pi}_{77} \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{R} & \boldsymbol{S} \\ \boldsymbol{S}^T & \boldsymbol{R} \end{bmatrix} > 0 \quad (10)$$

其中:

$\boldsymbol{\Pi}_{11} = (\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{A})^T\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}(\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{A}) + \boldsymbol{Q} - \boldsymbol{R} + \alpha^2\boldsymbol{I}_{Nn} + (\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{W})$

$\boldsymbol{\Pi}_{21} = -(\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{BK})^T\boldsymbol{P} + \boldsymbol{R} - \boldsymbol{S}$

$\boldsymbol{\Pi}_{22} = (\boldsymbol{H}^T \otimes \boldsymbol{I}_n)\Lambda\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{I}_n) - 2\boldsymbol{R} + \boldsymbol{S}^T + \boldsymbol{S}$

$\boldsymbol{\Pi}_{31} = \boldsymbol{S}$,$\boldsymbol{\Pi}_{32} = \boldsymbol{R} - \boldsymbol{S}$,$\boldsymbol{\Pi}_{33} = -\boldsymbol{Q} - \boldsymbol{R}$

$\boldsymbol{\Pi}_{41} = (\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{BK})^T\boldsymbol{P}$

$\boldsymbol{\Pi}_{42} = -(\boldsymbol{H}^T \otimes \boldsymbol{I}_n)\Lambda\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{I}_n)$

$\boldsymbol{\Pi}_{44} = (\boldsymbol{H}^T \otimes \boldsymbol{I}_n)\Lambda\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{I}_n) - \boldsymbol{\Phi}$

$\boldsymbol{\Pi}_{51} = \boldsymbol{P}, \boldsymbol{\Pi}_{55} = -\boldsymbol{I}_{Nn}, \boldsymbol{\Pi}_{61} = h(\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{A})$

$\boldsymbol{\Pi}_{62} = -h(\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{BK}), \boldsymbol{\Pi}_{64} = h(\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{BK})$

$\boldsymbol{\Pi}_{65} = h\boldsymbol{I}_{Nn}, \boldsymbol{\Pi}_{66} = -\boldsymbol{R}^{-1}, \boldsymbol{\Pi}_{72} = -(\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{K})$

$\boldsymbol{\Pi}_{74} = (\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{K}), \boldsymbol{\Pi}_{77} = -(\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{V})^{-1}$

那么,误差系统(6) 是渐进稳定的。

证明:定义 Lyapunov-Krasovskii 函数的弱无穷小算子$\mathfrak{L}$为:

$$\mathfrak{L}V(t,z_t,\dot{z}_t) = \lim_{\Delta \to 0^+} \frac{1}{\Delta}\{\mathbb{E}\{V(t+\Delta, z_{t+\Delta}, \dot{z}_{t+\Delta}) \mid z_t\} - V(t,z_t,\dot{z}_t)\}$$

由式(8),可得:

$$\mathfrak{L}V(t,z_t,\dot{z}_t) = \sum_{i=1}^{3} LV_i(t,z_t,\dot{z}_t) \tag{11}$$

其中:

$$\mathfrak{L}V_1(t,z_t,\dot{z}_t) = \dot{z}^T(t)\boldsymbol{P}z(t) + z^T(t)\boldsymbol{P}\dot{z}(t)$$

$$\mathfrak{L}V_2(t,z_t,\dot{z}_t) = z^T(t)\boldsymbol{Q}z(t) - z^T(t-h)\boldsymbol{Q}z(t-h)$$

$$\mathfrak{L}V_3(t,z_t,\dot{z}_t) = h^2\dot{z}^T(t)\boldsymbol{R}\dot{z}(t) - h\int_{t-h}^{t}\dot{z}^T(s)\boldsymbol{R}\dot{z}(s)ds$$

使用 Jensen 不等式及引理 2,可得:

$$-\int_{t-h}^{t}\dot{z}^T(s)\boldsymbol{R}\dot{z}(s)ds \leqslant -\begin{bmatrix} z(t-\tau)-z(t-h) \\ z(t)-z(t-\tau) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{R} & \boldsymbol{S} \\ \boldsymbol{S}^T & \boldsymbol{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t-\tau)-z(t-h) \\ z(t)-z(t-\tau) \end{bmatrix} \tag{12}$$

由式(2) 可得:

$$e^T(t-\tau)\boldsymbol{\Phi}e(t-\tau) \leqslant [z(t-\tau)-e(t-\tau)]^T(\boldsymbol{H}^T \otimes \boldsymbol{I}_n)\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{I}_n)[z(t-\tau)-e(t-\tau)] \tag{13}$$

其中:$\boldsymbol{\Phi} = diag\{\boldsymbol{\Phi}_1, \boldsymbol{\Phi}_2, \cdots, \boldsymbol{\Phi}_N\}$;$\boldsymbol{\Lambda} = diag\{\delta_1(0), \delta_2(0), \cdots, \delta_N(0)\} \otimes \boldsymbol{I}_n$;$z(qh) = [z_1^T(qh), z_2^T(qh), \cdots, z_N^T(qh)]^T$。

根据假设 4 可得:

$$F^T(z(t),t)F(z(t),t) \leqslant \alpha^2 z^T(t)z(t) \tag{14}$$

联立式(7,11 - 14),可得:

$$\begin{cases} \mathfrak{L}V(t,z_t,\dot{z}_t) \leqslant \mathfrak{L}\tilde{V}(t,z_t,\dot{z}_t) \leqslant \\ \mathfrak{L}\tilde{V}(t,z_t,\dot{z}_t) + z^T(t)(\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{W})z(t) + \\ [-(\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{K})(z(t-\tau)-e(t-\tau))]^T(\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{V}) \\ [-(\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{K})(z(t-\tau)-e(t-\tau))] = \boldsymbol{\eta}^T(t)\boldsymbol{\Xi}\boldsymbol{\eta}(t) \end{cases} \tag{15}$$

其中:

$\boldsymbol{\eta}(t) = [z^T(t), z^T(t-\tau), z^T(t-h), e^T(t-\tau), F^T(z,t)]^T$

$$\boldsymbol{\Xi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Pi}_{11} & * & * & * & * & * & * \\ \boldsymbol{\Pi}_{21} & \boldsymbol{\Pi}_{22} & * & * & * & * & * \\ \boldsymbol{\Pi}_{31} & \boldsymbol{\Pi}_{32} & \boldsymbol{\Pi}_{33} & * & * & * & * \\ \boldsymbol{\Pi}_{41} & \boldsymbol{\Pi}_{42} & 0 & \boldsymbol{\Pi}_{44} & * & * & * \\ \boldsymbol{\Pi}_{51} & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{\Pi}_{55} & * & * \\ \boldsymbol{\Pi}_{61} & \boldsymbol{\Pi}_{62} & 0 & \boldsymbol{\Pi}_{64} & \boldsymbol{\Pi}_{65} & \boldsymbol{\Pi}_{66} & * \\ 0 & \boldsymbol{\Pi}_{72} & 0 & \boldsymbol{\Pi}_{74} & 0 & 0 & \boldsymbol{\Pi}_{77} \end{bmatrix}$$

显然,如果 $\boldsymbol{\Xi} \leqslant 0$,那么$\mathfrak{L}V(t,z_t,\dot{z}_t) \leqslant 0$,从而$\lim_{t\to\infty}\| x_i(t) - x_0(t) \| = 0$。此外,考虑到:

$$\mathfrak{L}V(t,z_t,\dot{z}_t) \leqslant \mathfrak{L}\tilde{V}(t,z_t,\dot{z}_t), \leqslant -z^T(t)(\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{W})z(t) - u^T(t)(\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{V})u(t)。$$

对上式两端在$[0,T]$上积分,当$T \to \infty$,可得$\boldsymbol{J} \leqslant V(0)$。证明完毕。

基于定理 1,可以给出多智能体系统达到领导跟随保性能一致性控制器增益存在的充分条件。主要结果如下:

定理 2 假设1成立,对于给定$h > 0, \alpha > 0, \delta_0 > 0, \rho > 0$,如果存在正定对称矩阵$\tilde{\boldsymbol{P}} > 0, \tilde{\boldsymbol{Q}} > 0, \tilde{\boldsymbol{\Phi}}_i > 0 (i = 1,2,\cdots,N), \tilde{\boldsymbol{W}} > 0, V > 0$及适当维数的矩阵$\tilde{\boldsymbol{S}}$,满足以下线性矩阵:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}_{11} & * & * & * & * & * & * & * \\ \boldsymbol{\Gamma}_{21} & \boldsymbol{\Gamma}_{22} & * & * & * & * & * & * \\ \boldsymbol{\Gamma}_{31} & \boldsymbol{\Gamma}_{32} & \boldsymbol{\Gamma}_{33} & * & * & * & * & * \\ \boldsymbol{\Gamma}_{41} & \boldsymbol{\Gamma}_{42} & 0 & \boldsymbol{\Gamma}_{44} & * & * & * & * \\ \boldsymbol{\Gamma}_{51} & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{\Gamma}_{55} & * & * & * \\ \boldsymbol{\Gamma}_{61} & 0 & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{\Gamma}_{66} & * & * \\ \boldsymbol{\Gamma}_{71} & \boldsymbol{\Gamma}_{72} & 0 & \boldsymbol{\Gamma}_{74} & \boldsymbol{\Gamma}_{75} & 0 & \boldsymbol{\Gamma}_{77} & * \\ 0 & \boldsymbol{\Gamma}_{82} & 0 & \boldsymbol{\Gamma}_{84} & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{\Gamma}_{88} \end{bmatrix} < 0 \tag{16}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{R}} & \tilde{\boldsymbol{S}} \\ \tilde{\boldsymbol{S}}^T & \tilde{\boldsymbol{R}} \end{bmatrix} > 0 \tag{17}$$

其中:

$\boldsymbol{\Gamma}_{11} = \tilde{P}(\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{A})^T + (\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{A})\tilde{P} + \tilde{Q} + (\boldsymbol{I}_N \otimes \tilde{W}) - \tilde{\boldsymbol{R}}$

$\boldsymbol{\Gamma}_{21} = -(\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{K}})^T + \tilde{\boldsymbol{R}} - \tilde{\boldsymbol{S}}$

$\boldsymbol{\Gamma}_{22} = (\boldsymbol{H}^T \otimes \boldsymbol{I}_n)\boldsymbol{\Lambda}\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{I}_n) - 2\tilde{\boldsymbol{R}} + \tilde{\boldsymbol{S}}^T + \tilde{\boldsymbol{S}}$

$\boldsymbol{\Gamma}_{31} = \tilde{\boldsymbol{S}}, \boldsymbol{\Gamma}_{32} = \tilde{\boldsymbol{R}} - \tilde{\boldsymbol{S}}, \boldsymbol{\Gamma}_{33} = -\tilde{\boldsymbol{Q}} - \tilde{\boldsymbol{R}}$

$\boldsymbol{\Gamma}_{41} = (\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{K}})^T \boldsymbol{\Gamma}_{42} = -(\boldsymbol{H}^T \otimes \boldsymbol{I}_n)\boldsymbol{\Lambda}\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{I}_n)$

$\boldsymbol{\Gamma}_{44} = (\boldsymbol{H}^T \otimes \boldsymbol{I}_n)\boldsymbol{\Lambda}\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{I}_n) - \tilde{\boldsymbol{\Phi}}, \boldsymbol{\Gamma}_{51} = \boldsymbol{I}_{Nn}$

$\boldsymbol{\Gamma}_{55} = -I_{Nn}, \boldsymbol{\Gamma}_{61} = \alpha\tilde{P}, \boldsymbol{\Gamma}_{66} = -I_{Nn}$

$\boldsymbol{\Gamma}_{71} = h(\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{A}\tilde{\boldsymbol{P}}), \boldsymbol{\Gamma}_{72} = -h(\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{K}})$

$\boldsymbol{\Gamma}_{74} = h(\boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{K}}), \boldsymbol{\Gamma}_{75} = h\boldsymbol{I}_{Nn}$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{77} = \rho^2 \tilde{\boldsymbol{R}} - 2\rho \tilde{\boldsymbol{P}}, \boldsymbol{\Gamma}_{82} = -(\boldsymbol{H} \otimes \tilde{\boldsymbol{K}})$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{84} = (\boldsymbol{H} \otimes \tilde{\boldsymbol{K}}), \boldsymbol{\Gamma}_{88} = -(\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{V})^{-1}$$

那么多智能体系统(1)能达到领导跟随保性能一致性,且一致性控制增益为 $\boldsymbol{K} = \tilde{\boldsymbol{K}} \tilde{\boldsymbol{P}}^{-1}$。

证明:令 $\tilde{\boldsymbol{P}} = \boldsymbol{P}^{-1}, \tilde{\boldsymbol{R}} = \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{R}\boldsymbol{P}^{-1}, \tilde{\boldsymbol{S}} = \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{S}\boldsymbol{P}^{-1}, \tilde{\boldsymbol{Q}} = \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{P}^{-1}, \tilde{\boldsymbol{\Phi}} = \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{P}^{-1}, \tilde{\boldsymbol{W}} = P^{-1}\boldsymbol{W}\boldsymbol{P}^{-1}, \tilde{\boldsymbol{K}} = \boldsymbol{K}\boldsymbol{P}^{-1}$,同时根据引理1,可得关系式 $-\boldsymbol{R}^{-1} = -\tilde{\boldsymbol{P}}\tilde{\boldsymbol{R}}^{-1}\tilde{\boldsymbol{P}} \leqslant \rho^2 \tilde{\boldsymbol{R}} - 2\rho \tilde{\boldsymbol{P}}$,对不等式(9,10)两端分别乘以对角矩阵 $diag\{\boldsymbol{P}^{-1}, \boldsymbol{P}^{-1}, \boldsymbol{P}^{-1}, \boldsymbol{P}^{-1}, \boldsymbol{I}_{Nn}, \boldsymbol{I}_{Nn}, \boldsymbol{I}_{Nn}\}$ 和 $diag\{\boldsymbol{P}^{-1}, \boldsymbol{P}^{-1}\}$,然后利用 Schur 补引理,可得式(16,17)。此外,保性能函数的上界如下:

$$J \leqslant J_* = z^T(0)\tilde{\boldsymbol{P}}z(0) + \int_{-h}^{0} z^T(s)\tilde{\boldsymbol{Q}}z(s)ds + h\int_{-h}^{0}\int_{\theta}^{0} \dot{z}^T(s)\tilde{\boldsymbol{R}}\dot{z}(s)dsd\theta。$$

3　数值仿真

考虑包含 1 个领导者和 4 个跟随者的多智能体系统,其常数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 如下:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -4 \end{bmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1.2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

非线性函数假设为 $f(x_i(t), t) = 0.02\cos(x_i(t)), i = 0,1,2,3,4$。

通信拓扑结构图如图 1 所示。

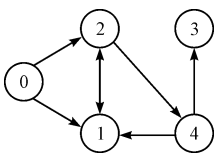

图 1　通信拓扑结构图

图 1 中,领导者标记为 0,跟随者标记为 1,2,3,4;且由图 1 可知其相应的 Laplacian 矩阵为:

$$\boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{和} \underline{\boldsymbol{B}} = diag\{1,1,0,0\}。$$

设定采样周期 $h = 0.05$ s,初始触发参数为 $\delta_i(0) = 0.06, d_i = 1, \alpha = 0.1, \rho = 1, \boldsymbol{V} = 0.2, \boldsymbol{W} = diag\{1,1,1\}$,其中 $i = 1,2,3,4$。通过使用 Matlab 中 LMI 工具箱求解定理 2 中的线性矩阵不等式,可得一致性控制器增益矩阵为:

$$\boldsymbol{K} = [0.001\,5 \quad 0.001\,3 \quad -0.002\,0],$$

触发参数矩阵为:

$$\boldsymbol{\Phi}_1 = \begin{bmatrix} 10.659\,9 & -2.676\,4 & -1.571\,5 \\ -2.676\,4 & 5.660\,9 & -3.482\,5 \\ -1.571\,5 & -3.482\,5 & 11.096\,8 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_2 = \begin{bmatrix} 14.976\,0 & -3.737\,2 & -2.184\,8 \\ -3.737\,2 & 7.988\,5 & -4.853\,4 \\ -2.184\,8 & -4.853\,4 & 15.551\,0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_3 = \begin{bmatrix} 62.078\,6 & -9.491\,4 & -4.843\,8 \\ -9.491\,4 & 44.682\,0 & -11.050\,0 \\ -4.843\,8 & -11.050\,0 & 61.909\,0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_4 = \begin{bmatrix} 31.727\,8 & -7.293\,0 & -4.242\,3 \\ -7.293\,0 & 17.977\,6 & -9.470\,8 \\ -4.242\,3 & -9.470\,8 & 32.514\,9 \end{bmatrix}$$

假设智能体初始状态为 $x_1(0) = col\{-2,3,1\}$, $x_2(0) = col\{3, -0.5, 3\}$, $x_3(0) = col\{2, -3, 5\}$, $x_4(0) = col\{-6,3,1\}$ 和 $x_0(0) = col\{-3, 1.5, 2.5\}$。

误差系统 $z(t)$ 的状态响应如图 2 所示。

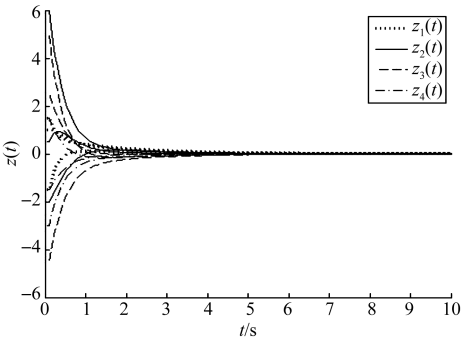

图 2　误差系统 z(t) 的状态响应

由图 2 可知:多智能体系统跟踪误差趋于 0,故多智能体系统达到领导跟随一致性。

智能体事件触发时刻及间隔如图 3 所示。

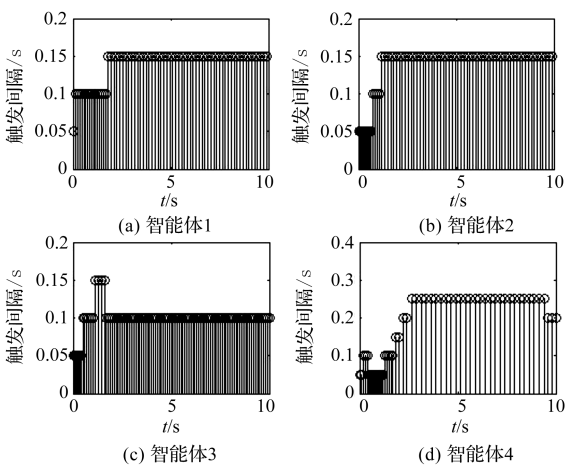

图 3　智能体事件触发时刻及间隔

图 3 描述了跟随者智能体的事件触发时刻及触发间隔,分别触发 72 次、76 次、102 次和 61 次,相比于周期采样控制(200 次),本文采用的自适应事件触发控制策略能够有效降低控制器更新频率。

自适应事件触发参数如图 4 所示。

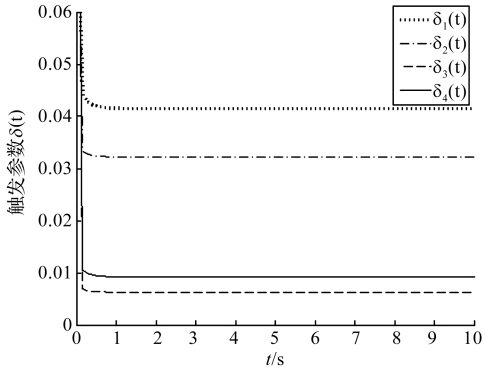

图 4 自适应事件触发参数

触发参数越大,触发次数越少。但是过大的触发参数将会对系统传输的稳定性造成严重影响。由图 4 可知,触发参数随时间变化而变化,故可以避免由触发参数不当选取而导致对系统稳定性的影响。

性能函数轨迹如图 5 所示。

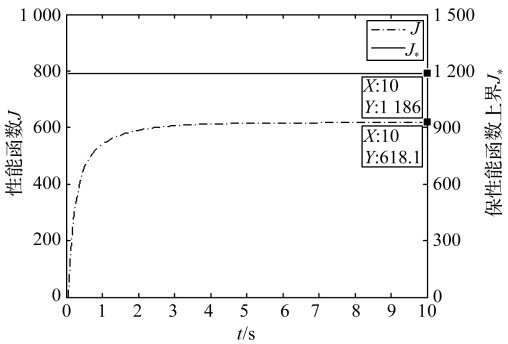

图 5 性能函数轨迹

通过计算可以得到保性能函数上界为 $J_* = 1185.929\,6$。,由图 5 可以看出性能函数 J 收敛到一个有限值且满足 $J \leqslant J_*$,从而达到保性能控制,进而验证了所提方法的有效性。

4 结束语

本研究使用 Lyapunov-Krasovski 泛函等方法,对基于自适应事件触发控制方案的非线性多智能体系统领导跟随保性能一致性进行了理论分析,得到了由线性矩阵不等式形式构建的误差系统稳定性条件;同时考虑一致性及能量消耗,给出了控制器设计方法;并由 LMI 工具箱求解出了一致性控制增益矩阵和事件触发参数矩阵,通过数值仿真验证了所提方法的有效性。

仿真结果表明:所设计的控制器在使多智能体系统达到领导跟随一致性的同时满足保性能指标,且自适应事件触发控制方案能有效减少网络负载。

参考文献(References):

[1] ANDERSON B D O, FIDAN B, YU C, et al. UAV formation control: theory and application[J]. **Lecture Notes in Control & Information Sciences**, 2008, 371(3):15-33.

[2] GE X, HAN Q L, ZHANG X M. Achieving cluster formation of multi-agent systems under aperiodic sampling and communication delays[J]. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, 2018, 65(4):3417-3426.

[3] OLFATI-SABER R, JALALKAMALI P. Coupled distributed estimation and control for mobile sensor networks[J]. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 2012, 57(10):2609-2614.

[4] TABUADA P. Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks[J]. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 2007, 52(9):1680-1685.

[5] DIMAROGONAS D V, FRAZZOLI E, JOHANSSON K H. Distributed event-triggered control for multi-agent systems [J]. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 2012, 57(5):1291-1297.

[6] GUO G, DING L, HAN Q L. A distributed event-triggered transmission strategy for sampled-data consensus of multi-agent systems[J]. **Automatica**, 2014, 50(5):1489-1496.

[7] YIN X, YUE D, HU S. Adaptive periodic event-triggered consensus for multi-agent systems subject to input saturation[J]. **International Journal of Control**, 2015, 89(4):1-21.

[8] ZHENG T, HE M, Xi J, et al. Leader-following guaranteed-performance consensus design for singular multi-agent systems with Lipschitz nonlinear dynamics[J]. **Neurocomputing**, 2017(266):651-658.

[9] ZHOU X, SHI P, LIM C C, et al. Event based guaranteed cost consensus for distributed multi-agent systems[J]. **Journal of the Franklin Institute**, 2015, 352(9):3546-3563.

[10] DING L, GUO G. Sampled-data leader-following consensus for nonlinear multi-agent systems with Markovian switching topologies and communication delay[J]. **Journal of the Franklin Institute**, 2015, 352(1):369-383

[11] DAI J, GUO G. Event-triggered leader-following consensus for multi-agent systems with semi-Markov switching topologies[J]. **Information Sciences**, 2018(459):290-301.

[**编辑**:方越婷]

本文引用格式:

董瑞华,熊卫华. 自适应事件触发控制的多智能体系统保性能一致性研究[J]. 机电工程,2019,36(6):647 - 652.

DONG Rui-hua, XIONG Wei-hua. Adaptive event-triggered control for guaranteed cost consensus of multi-agent systems[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2019,36(6):647 - 652.