

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2020.03.009

# 圆锥滚子轴承挡边倾角的优化研究<sup>\*</sup>

刘文福

(河南农业职业学院 机电工程学院, 河南 郑州 451450)

**摘要:**针对圆锥滚子轴承普遍存在的挡边摩擦发热问题,对圆锥滚子球基面和锥挡边的接触形式、受力和接触椭圆进行了研究。对圆锥滚子轴承现行设计方法中,挡边倾角值的计算方法及其不足进行了总结;基于赫兹点接触理论,提出了圆锥滚子球基面与锥挡边的接触计算模型;以某汽车用单列圆锥滚子轴承为实例,给定了轴承参数和使用工况,根据轴承受力平衡,求解了滚子表面受力;对受力最大的滚子,设置了接触椭圆边缘恰好在油沟边缘的极限位置为条件,运用迭代法讨论了挡边倾角值变化对挡边受力和接触椭圆各参数的影响。研究结果表明:随着挡边倾角增大,接触椭圆的各参数均呈减小趋势,摩擦将越小;综合考虑滚子歪斜和不对中因素后,挡边倾角值得到了优化,挡边的摩擦问题得到了改善。

**关键词:**圆锥滚子轴承;球基面;挡边倾角;赫兹接触;接触椭圆

**中图分类号:**TH133.33;TH117

**文献标识码:**A

**文章编号:**1001-4551(2020)03-0271-06

## Optimization of rib angle of tapered roller bearings

LIU Wen-fu

(School of Mechatronics Engineering, Henan Vocational College of Agriculture, Zhengzhou 451450, China)

**Abstract:** Aiming at the frictional heating problem of tapered roller bearings, the contact form, force and contact ellipse of tapered roller ball base surface and conical rib were studied. The calculation method and shortcomings of the rib angle in the current design method of tapered roller bearings were summarized. Based on Hertz point contact theory, a contact calculation model between ball base surface of tapered roller and conical rib was proposed. Taking a single row tapered roller bearing for an automobile as an example, and given the bearing parameters and operating conditions, the force on the roller surface was solved according to the force balance of the bearing. For the roller with the greatest force, the influence of the change of the inclination angle of the rib edge on the stress and the parameters of the contact ellipse was discussed by iteration method under the condition that the contact ellipse edge was exactly at the limit position of the oil ditch edge. The results indicate that with the increase of the rib angle, the parameters of the contact ellipse decrease and the friction decreases. After considering the factors of roller skew and misalignment, the rib angle value is optimized, which can improve the friction problem of the rib edge.

**Key words:** tapered roller bearing; sphere surface; rib angle; hertz contact; contact ellipse

## 0 引言

圆锥滚子轴承是应用十分广泛的机械基础件,挡边是圆锥滚子轴承内圈上的一个重要结构,分担了部分径向和轴向载荷。目前,经常会出现挡边摩擦发热的情况,因此有必要对挡边接触进行研究,以对挡边摩擦发热的情况加以改善。

现行圆锥滚子轴承设计方法中<sup>[1]</sup>,滚子球基面曲率半径是 0.95 倍的内圈球形挡边半径。目前,内圈挡边已由球形发展为锥面,过去的球面-内球面接触变为球面-锥平面接触。设计方法中规定滚子球基面与内圈大挡边在锥挡边的中部接触,据此计算出挡边倾角,未说明原因。显然中部接触最为安全,距挡边外侧倒角和内侧油沟距离均等,不会出现接触椭圆被截断而

收稿日期:2019-07-08

基金项目:国家重点研发计划资助项目(2018YFB1201900)

作者简介:刘文福(1967-),男,河南郑州人,讲师,工程师,主要从事汽车装配技术方面的研究。E-mail: songyangji@163.com

应力集中。随着接触形式的变化,从球-球接触发展过来的设计规定已不合适。球面-锥面接触时,球面半径、锥面倾角和接触位置均需要证据说明何时最为恰当。

首先,对于滚子球基面半径,2006 年张茂亮等<sup>[2]</sup>采取将系数调整为 0.86,降低粗糙度和其他措施,使摩擦减少了 59%;2013 年杨晓蔚<sup>[3]</sup>指出了滚子球基面半径的计算系数可以取 0.76 ~ 0.96 之间;2017 年孙振生<sup>[4]</sup>以 0.86 系数进行了风电增速箱用轴承设计。

其次,对于接触位置,经验观点认为在 1/3 ~ 1/2 位置较为合适<sup>[5-6]</sup>,尚无理论支持。研究证明接触点离开滚道表面距离越远,启动摩擦力矩越大<sup>[7]</sup>。最后,由前 2 个参数确定后计算得出挡边倾角。以上可知,接触位置被认为靠内较好,经验认为的 1/3 ~ 1/2 也是基于此,定为 1/3 也是出于保证接触椭圆不被油沟截断的考虑。显然理论计算出接触椭圆尺寸更有说服力。

为解决此问题,本研究基于赫兹接触理论,对接触点位置到油沟的距离和接触椭圆进行理论计算,并进行实例分析,以设计方法确定的挡边倾角为初值,对倾角进行迭代,直至接触椭圆不会被截断的极限位置,观察接触椭圆的变化趋势,试图找到最优的接触位置,为轴承设计提供理论参考。

## 1 接触椭圆计算

### 1.1 赫兹点接触

赫兹接触理论在轴承领域得到了广泛应用,是一种有效的分析手段<sup>[8-11]</sup>。滚子球基面和挡边的接触是球面和内锥面的赫兹点接触,球面和内锥面接触椭圆如图 1 所示。

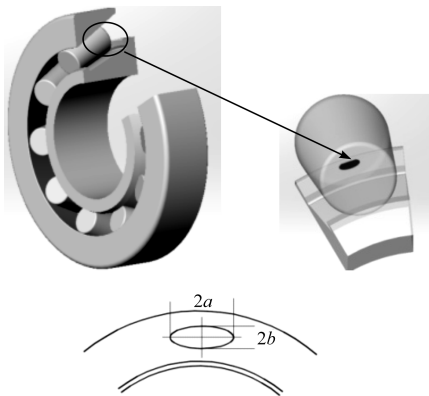


图 1 球面和内锥面接触椭圆

根据赫兹点接触理论,接触椭圆的中心点最大接触应力  $p_0$ 、椭圆半长  $a$ 、椭圆半宽  $b$  和弹性变形量  $\delta$  的

计算公式为:

$$p_0 = \frac{3Q_r}{2\pi ab} \quad (1)$$

$$a = a^* \left( \frac{3Q_r}{2 \sum \rho E'} \right)^{1/3} \quad (2)$$

$$b = b^* \left( \frac{3Q_r}{2 \sum \rho E'} \right)^{1/3} \quad (3)$$

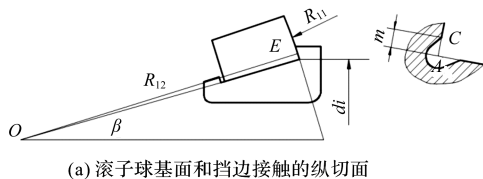
$$\delta = \delta^* \left( \frac{3Q_r}{2 \sum \rho E'} \right)^{2/3} \frac{\sum \rho}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{E'} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (5)$$

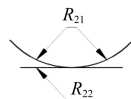
式中:  $Q_r$ —接触体的外载荷;  $E_1, E_2$ —两接触体的弹性模量;  $\nu_1, \nu_2$ —两接触体的泊松比。

$a^*, b^*$  和  $\delta^*$  与第二类完全椭圆积分函数有关,可通过计算  $F(\rho)$  查表后用插值法确定。

下面对各接触体的半径、 $F(\rho)$  和  $\sum \rho$  进行计算。其中,滚子球基面和挡边的接触半径如图 2 所示。



(a) 滚子球基面和挡边接触的纵切面



(b) 滚子球基面和挡边接触的横切面

图 2 滚子球基面和挡边的接触半径

图 2 中,  $E$  点为接触切点,  $C$  点为油沟边缘点,根据锥面理论<sup>[12]</sup>,在三角形  $AOE$  中,可得锥面的半径  $R_{12}$  为:

$$R_{12} = \sqrt{(AO)^2 - (AE)^2} = \sqrt{\left( \frac{d_i}{2\sin\beta} \right)^2 - (CE + m)^2} \quad (6)$$

同样,在图 2 中,  $R_{22}$  为直线无穷大。圆锥滚子球基面的  $R_{11}$  和  $R_{21}$  都是球面半径  $SR$ 。当接触点在 1/2 位置时,  $R_{12}$  即为设计方法中弧挡边曲率半径。则有:

$$\rho_{11} = \frac{1}{R_{11}} = \frac{1}{SR}, \rho_{12} = -\frac{1}{R_{12}} = -\frac{1}{\rho}, \quad \rho_{21} = \frac{1}{R_{21}} = \frac{1}{SR}, \rho_{22} = \frac{1}{R_{22}} = 0 \quad (7)$$

$$F(\rho) = \frac{|\rho_{11} - \rho_{12} + \rho_{21} - \rho_{22}|}{\rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22}} \quad (8)$$

$$\sum \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22} \quad (9)$$

### 1.2 挡边力 $Q_r$ 计算

圆锥滚子受力平衡如图 3 所示。

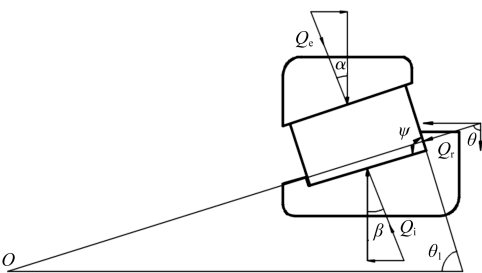


图3 圆锥滚子受力平衡

建立受力平衡方程为:

$$\begin{cases} Q_e \sin \alpha - Q_i \sin \beta - Q_r \sin \theta = 0 \\ Q_e \cos \alpha - Q_i \cos \beta + Q_r \cos \theta = 0 \end{cases} \quad (10)$$

用  $Q_e$  表示  $Q_r$ , 可得:

$$Q_r = Q_e \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\theta - \beta)} \quad (11)$$

角度转化为轴承已知角度, 即:

$$Q_r = Q_e \frac{\sin(2\varphi)}{\sin(\Psi - 2\beta)} \quad (12)$$

接下来需对未知数  $Q_e$  进行计算<sup>[13]</sup>, 分为: 纯轴向载荷以及径向和轴向联合载荷两种情况。

(1) 纯轴向载荷下:

$$Q_e = K_{ne} (\sin \alpha) \delta_a^{1.11} \quad (13)$$

式中:  $K_{ne}$ —刚度系数;  $\delta_a$ —轴向位移。

$$K_{ne} = 2.89 \times 10^4 l^{0.82} D_w^{0.11} \quad (14)$$

$$\delta_a = \left( \frac{F_a}{Z K_{ne} (\sin \alpha)^{2.11}} \right)^{0.9} \quad (15)$$

式中:  $l$ —圆锥滚子素线有效长度;  $D_w$ —圆锥滚子平均直径;  $F_a$ —轴向载荷;  $Z$ —滚子粒数。

(2) 径向和轴向联合载荷下:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^Z K_{ne} (\delta_r \cos \varphi_i \cos \alpha + \delta_a \sin \alpha)^{1.11} \cos \alpha \cos \varphi_i = F_r \\ \sum_{i=1}^Z K_{ne} (\delta_r \cos \varphi_i \cos \alpha + \delta_a \sin \alpha)^{1.11} \sin \alpha = F_a \end{cases} \quad (16)$$

式中:  $F_r$ —径向载荷;  $\delta_r$ —径向位移;  $\varphi_i$ —第  $i$  粒滚子位置的位置角。

$\varphi_i$  可定义为:

$$\varphi_i = i \times \frac{2\pi}{Z} \quad (17)$$

第  $i$  粒滚子上的载荷  $Q_{ei}$  为:

$$Q_{ei} = K_{ne} (\delta_r \cos \varphi_i \cos \alpha + \delta_a \sin \alpha) \quad (18)$$

综上所述, 以上即为接触椭圆的理论计算数学模型。

2 接触点到油沟边缘的距离

接触点位置关于挡边倾角函数为:

$$CE(\Psi) = \frac{SR}{m} \tan \left\{ \varphi - \arctan \left[ \frac{\left( \frac{D_{w1}}{2 \tan \varphi} - \sqrt{SR^2 - \left( \frac{D_{w1}}{2} \right)^2} \right) \sin \varphi}{\frac{d_i}{2 \sin \beta} - \left( \frac{D_{w1}}{2 \tan \varphi} - \sqrt{SR^2 - \left( \frac{D_{w1}}{2} \right)^2} \right) \cos \varphi} \right] \right\} \quad (19)$$

式中:  $D_{w1}$ —圆锥滚子最大直径。

3 实例分析

以汽车减速器用某单列圆锥滚子轴承为例, 轴承受到径向和轴向联合作用力。

轴承参数及工况如表 1 所示。

表1 轴承参数及工况

| 参数                                       | 值                  |
|------------------------------------------|--------------------|
| 滚子个数 $Z$ /粒                              | 16                 |
| 滚子长度 $l$ /mm                             | 21.5               |
| 滚子最大直径 $D_{w1}$ /mm                      | 15.21              |
| 滚子最小直径 $D_{w2}$ /mm                      | 12.203             |
| 滚子平均直径 $D_w$ /mm                         | 13.71              |
| 滚子半锥角 $\varphi/^\circ$                   | 4                  |
| 滚子球基面半径 $SR$ /mm                         | 103                |
| 弧挡边曲率半径 $\rho$ /mm                       | 109                |
| 外圈接触角 $\alpha/^\circ$                    | 28                 |
| 内圈滚道锥角 $\beta/^\circ$                    | 20                 |
| 油沟尺寸 $m$ /mm                             | 1                  |
| 轴承材料                                     | GCr15              |
| 弹性模量 $E_1, E_2$ /(N · mm <sup>-2</sup> ) | $2.06 \times 10^5$ |
| 泊松比 $\nu_1, \nu_2$                       | 0.3                |
| 径向力 $F_r$ /kN                            | 40                 |
| 轴向力 $F_a$ /kN                            | 27                 |

利用牛顿迭代法编程求解式(16), 迭代过程中要求总的弹性变形量为正。可以解得:

$$\delta_r = 0.0375 \text{ mm}, \delta_a = 0.0033 \text{ mm}.$$

以式(18) 计算出的每粒滚子的载荷  $Q_{ei}$  如表 2 所示。

表2 每粒滚子载荷  $Q_{ei}$

| 滚子编号 | 1      | 2      | 3     | 4     | 5   | 6     | 7     | 8      |
|------|--------|--------|-------|-------|-----|-------|-------|--------|
| 载荷/N | 11 423 | 10 504 | 7 934 | 4 247 | 360 | 0     | 0     | 0      |
| 滚子编号 | 9      | 10     | 11    | 12    | 13  | 14    | 15    | 16     |
| 载荷/N | 0      | 0      | 0     | 0     | 360 | 4 247 | 7 934 | 10 504 |

根据计算结果可知: 最大载荷为 1 号滚子的 11 423 N; 故本文以该值进行后续计算, 讨论接触椭圆随挡边倾角的变化情况。

3.1 挡边倾角的变化范围

已知随着挡边倾角的增大,接触点位置向内移动,但最内不能超过油沟边缘,否则接触椭圆将被截断,会形成一个尖棱摩擦滚子球基面的情况,导致更为严重的磨损。

因此,建立函数如下:

$$f(\Psi) = CE(\Psi) - b(\Psi) \tag{20}$$

以设计方法规定的 $88^{\circ}53'$ 为初值,逐渐增大迭代,直至 $f(\Psi)$ 无限趋近于0得到最终解(接触椭圆边缘恰好在油沟边缘),计算出的倾角值为最大极限值。因为该算例中 $F(\rho)$ 始终在 $0.8 \sim 0.92$ 之间, $b^*$ 无需在参数表内循环筛选,仅插值计算。对于其他情况可按需编

写循环查找程序。

迭代后得到的结果为:

$\Psi = 89^{\circ}18'58''$ 时, $b = CE = 0.6506\text{ mm}$ 。因此,可认为挡边倾角的取值范围为 $88^{\circ}53' \sim 89^{\circ}18'58''$ 。

3.2 挡边倾角的影响

根据以上迭代结果,本研究将轴承挡边倾值 $\psi$ 设置为 $88^{\circ}53' \sim 89^{\circ}19'$ ,每 $2'$ 计算一个结果,最后绘制变化曲线。

根据计算得到的结果,随着接触点从中部向极限位置转移过程中,挡边载荷和接触椭圆各参数随挡边倾角的变化情况,如图4所示。

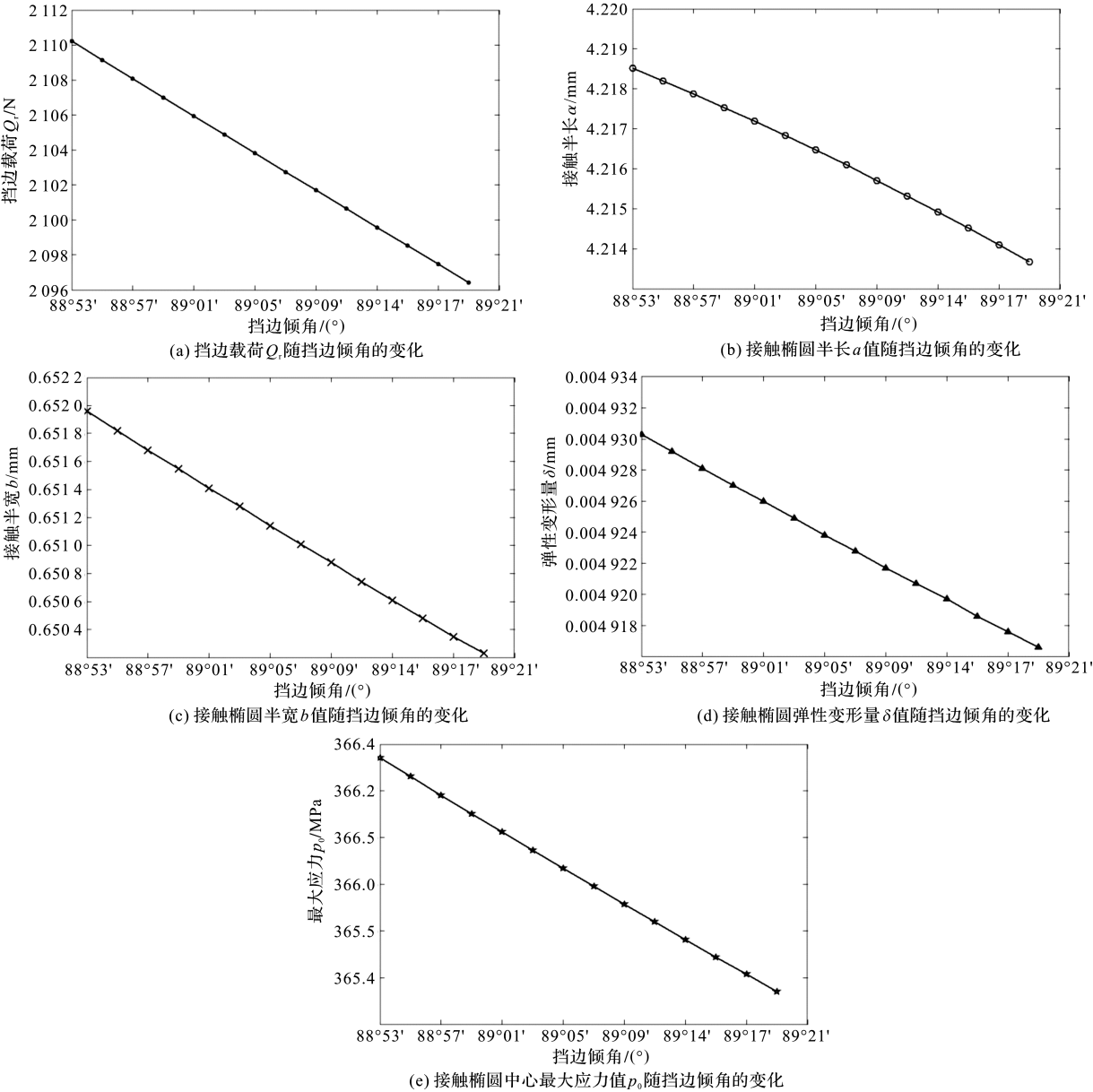


图4 挡边载荷和接触椭圆各参数随挡边倾角的变化情况

从图4中可以看到,随着挡边倾角的增大,即接触点 $E$ 向内侧移动时,挡边载荷 $Q_r$ (图4(a))、接触椭圆

半长 $a$ (图4(b))、半宽 $b$ (图4(c))、弹性变形量 $\delta$ (图4(d))和接触中心最大应力值 $p_0$ (图4(e))均近似线

性逐渐减小。

这解释了为什么挡边越靠内越好:越靠内时,接触椭圆的半长  $a$ 、半宽  $b$  均减小,即接触椭圆的面积  $S = \pi ab$  越小;同时,随着挡边接触载荷  $Q_r$  和中心最大接触应力  $p_0$  越小,在轴承其他工况不变的情况下,可以预见的弹流润滑结果是润滑油膜越厚,摩擦系数越小<sup>[14-18]</sup>,最终挡边摩擦也越小。轴承内部的点、线接触摩擦一般需用弹流润滑理论进行复杂的数值计算,与轴承的转速、形成的润滑油膜、接触温度、接触面积和接触力有关,摩擦系数也随之变化,贫油、高速、高温时轴承会加剧摩擦发热,而基于赫兹理论的挡边接触静力学计算是后续弹流和摩擦计算的基础。

另需说明的是,算例选用的汽车轴承尺寸较小,施加的载荷也不高,计算结果的数值并不大,但相应结果的变化趋势应具有通用性,对于重载如轧制力达到千吨以上的钢厂轧机用轴承、特大型如内径尺寸 1 m 以上的转盘轴承等,挡边接触的计算结果将更为明显。而目前这类轴承均在挡边摩擦上有一定的要求。

综合以上分析,挡边倾角的理论最优是在极限位置,但考虑到运转中滚子的歪斜和不对中的情况,实际上不可设计在极限位置。

滚子实际运转时的歪斜和不对中情况如图 5 所示。

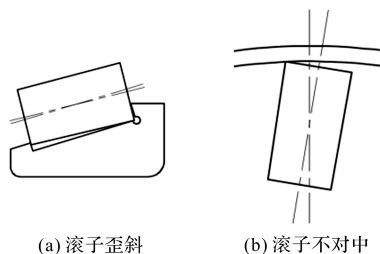


图5 滚子实际运转时的歪斜和不对中情况

根据图 5 可知,应结合轴承加工、检测能力,在上述计算值的范围内适当选取倾角值,并给出不超过范围的设计公差。

算例最终确定的挡边倾角值为  $89^{\circ}04'10''$ ,设计公差为  $0 \sim 10'$ ,接触点范围为  $0.33 \sim 0.4$ 。该结果比设计方法规定的  $88^{\circ}53'$  (公差  $\pm 20'$ ) 更接近油沟,  $10'$  的设计偏差也能满足加工需求,最大偏差值距极限值约有  $5'$  的角度,经验上认为在滚子歪斜和不对中的范围内。

另外,滚子歪斜和不对中的精确计算目前尚缺乏,有待业内继续研究。

## 4 结束语

针对圆锥滚子轴承存在的挡边摩擦发热问题,本文对圆锥滚子球基面和锥挡边的接触形式、受力和接触椭圆进行了研究,具体过程及结论如下:

(1) 基于弹性体赫兹点接触理论,建立了圆锥滚子轴承的滚子球基面与锥形挡边的接触问题计算方法,该计算是后续其他计算的理论基础,阶段性成果已可在轴承设计阶段提供参考,对现行设计方法进行必要补充;

(2) 实例分析说明,随着挡边倾角增大,接触点内移,挡边面承受载荷  $Q_r$ 、接触椭圆半长  $a$ 、半宽  $b$ 、弹性变形量  $\delta$  和椭圆中心最大应力值  $p_0$  均逐渐减小;承载和接触面积同时减小,显然接触点内移会导致摩擦减小,利于改善挡边的摩擦发热问题;

(3) 虽然极限位置为理论最优,但在实际轴承设计时需考虑滚子歪斜、不对中等情况,在本单位设备能力范围内尽量使接触点内移,在计算结果的范围内选取较合适的接触点位置,并给出不超过范围的设计公差,以减少挡边摩擦;

(4) 在前文讨论的基础上,未来仍需业内讨论的问题有且不限于以下方面:圆锥滚子球基面和挡边的弹流润滑计算、滚子歪斜和不对中的理论计算、接触点内移后实际摩擦力比较实验、滚子球基面半径的精密加工和精确测量、挡边角的精密加工和精确测量、大型超重内圈的挡边测量问题等。

## 参考文献 (References):

- [1] 洛阳轴承研究所. 圆锥滚子轴承设计方法[Z]. 洛阳:洛阳轴承研究所,1993.
- [2] 张茂亮,彭晓红. 降低圆锥滚子轴承摩擦力矩的方法[J]. 轴承,2006(9):4-5.
- [3] 杨晓蔚. 圆锥滚子的技术特性[J]. 轴承,2013(9):49-53.
- [4] 孙振生. 一种风电增速箱用圆锥滚子轴承的减磨设计[J]. 哈尔滨轴承,2017(4):14-16.
- [5] 曹瑞,魏彩华. 圆锥滚子轴承可靠性因素浅析[J]. 轴承,1993(1):24-28.
- [6] 沈丹富,孙明亚. 圆锥滚子轴承挡边接触点的控制方法[J]. 轴承,2014(1):11-14.
- [7] 李兴林. 滚动轴承使用特性及应用技术[J]. 轴承,1995(8):26-31.
- [8] HERTZ H. Ueber die berührung fester elastischer körper[J]. Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelles Journal), 2009,92(1882):156-171.
- [9] 朱春熙,王国华,宗春丽,等. 基于赫兹理论的大型负游隙

四点接触球轴承的接触分析[J]. 制造技术与机床, 2011(2):139-141.

[10] 高大华,刘玉霞. 基于赫兹理论的推力球轴承设计与计算[J]. 现代制造技术与装备,2017(3):43-44.

[11] 张 睿. 几类典型弹性半空间接触问题的积分变换基本解及数值方法研究[D]. 重庆:重庆大学机械工程学院, 2016.

[12] 李峪岚. 球与内锥面接触时的局部应力计算[J]. 甘肃工业大学学报,1993,19(2):61-64.

[13] 罗继伟,罗天宇. 滚动轴承分析计算与应用[M]. 北京:机械工业出版社,2009.

[14] 付秋菊. 贫油润滑下深沟球轴承的摩擦磨损研究[D]. 南京:南京航空航天大学机电学院,2014.

[15] 周益乐. 多工况下角接触球轴承力学响应分析[D]. 大连:大连理工大学运载工程与力学学部,2016.

[16] 梁 群. 角接触球轴承的热特性分析[D]. 青岛:青岛理工大学机械工程学院,2015.

[17] 艾思源. 滚动轴承温度分布及润滑性能研究[D]. 北京:北京理工大学机械与车辆学院,2015.

[18] 陈英俊. 弹性流体动力脂润滑机理与实验研究[D]. 广州:华南理工大学机械与汽车工程学院,2014.

[编辑:李 辉]

本文引用格式:

刘文福. 圆锥滚子轴承挡边倾角的优化研究[J]. 机电工程,2020,37(3):271-276.

LIU Wen-fu. Optimization of rib angle of tapered roller bearings[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2020,37(3):271-276.

《机电工程》杂志;<http://www.meem.com.cn>

(上接第 263 页)

[3] PALANI S, SHANMUGAN S, SELVAM M, et al. Stability analysis of self-propelled aerial man lift vehicles[J]. **International Journal of Vehicle Structures and Systems**, 2017,9(5):276-279.

[4] 王君文. 基于高空作业车运动范围安全性的研究[D]. 上海:上海交通大学机械与动力工程学院,2015.

[5] 夏林焱. 高空作业车臂架优化设计及多体动力学分析[D]. 长沙:中南林业科技大学材料科学与工程学院, 2018.

[6] 张 珂,黄小征,陈建平,等. 自行式高空作业平台结构稳定性分析[J]. 中国工程机械学报,2013,11(1):11-15.

[7] 王富亮,熊静琪,刘亚超,等. 折叠式高空作业车的稳定性分析[J]. 工程机械,2011,42(3):23-28,7.

[8] 周根兵,崔金一. 基于 MATLAB 的高空作业平台稳定性计算[J]. 农业装备与车辆工程,2012,50(6):28-30,41.

[9] 王翠英,许东京,郭 兵. 高空作业平台抗倾覆稳定性研究与分析[J]. 建筑机械化,2016,37(3):21-25.

[10] 国家市场监督管理总局,中国国家标准化管理委员会. GB/T 9465—2018. 高空作业车[S]. 北京:中国标准出版社,2018.

[11] MSC 软件公司. MSC 产品实用技术技巧[M]. 北京:北京水利水电出版社,2004.

[12] 李淑慧,杨一明. 桁架式桥梁检测车仿真设计与应用研究[J]. 筑路机械与施工机械化,2010,27(3):75-78.

[编辑:李 辉]