

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2020.06.006

基于 MATLAB 的微轴承动力学特性的数值分析^{*}

兰正义¹, 伍 林^{1*}, 吕刚磊²

(1. 上海应用技术大学 机械工程学院, 上海 201418; 2. 郑州科技学院 机械工程学院, 河南 郑州 450064)

摘要: 微机电系统下, 针对传统连续模型无法准确描述气体滑移对微轴承动力学特性影响规律的问题, 引入 Wu 新滑移模型(任意克努森数下都与线性玻尔兹曼方程解有较高的吻合度)对传统连续模型和一阶滑移模型进行了修正。基于有限差分法, 建立了用于数值分析微轴承动力学特性的动态数学模型, 提出了 Wu 新滑移模型下动态数学模型的建立方法; 在 MATLAB 软件平台上, 对不同轴承参数下气体滑移与微小间隙下微轴承刚性转子系统动力学特性及其稳定性的变化关系进行了数值分析。研究结果表明: 在微小气膜间隙下, 微轴承在连续模型下预估的轴承动力学特性系数值最大, 一阶滑移模型次之, Wu 新滑移模型最小; 即在设计 MEMS 下的微轴承时应采用 Wu 新滑移模型分析该类问题。

关键词: 微轴承; 气体滑移; 动力学特性; MATLAB; 转子系统稳定性

中图分类号: TH113; TH133.3

文献标识码: A

文章编号: 1001-4551(2020)06-0628-07

Numerical analysis of micro-bearing dynamics characteristics with MATLAB

LAN Zheng-yi¹, WU Lin¹, LV Gang-lei²

(1. School of Mechanical Engineering, Shanghai Institute of Technology, Shanghai 201418, China;

2. School of Mechanical Engineering, Zhengzhou University of Science and Technology, Zhengzhou 450064, China)

Abstract: Aiming at the influence of gas slip on the dynamic characteristics of micro-bearing of micro-electromechanical system (MEMS) can not be accurately described with the traditional continuous model, the traditional continuous model and the first-order slip model was modified by Wu new slip model (the solution of the linear Boltzmann equation had a high degree of agreement under any Knutson number). Based on the finite difference method, the dynamic mathematical model for numerical analysis of the dynamic characteristics of micro-bearings was established, and the method for the establishment of dynamic mathematical model under the Wu new slip model was proposed. On the MATLAB software platform, the dynamic characteristics and stability of the micro-bearing rigid rotor system under different bearing parameters was numerically analyzed. The results indicate that under the condition of small film clearance, maximum dynamic characteristic coefficient of micro-bearings is estimated under continuous model, the first-order slip model is followed, Wu new slip model is minimum. So these problems should be analyzed by Wu new slip model when designed micro-bearings under MEMS.

Key words: micro-bearing; gas slip; dynamic characteristics; MATLAB; rotor system stability

0 引 言

目前, 微机电系统下微轴承—转子系统稳定性的判断分析, 主要是结合微轴承的动力学特性系数进行分析而获得, 但大部分的动力学特性参数计算是在基

于不考虑气体滑移的连续模型下获得的^[1-2]。

然而随着微机电系统尺寸的不断微型化, 其关键支撑部件轴承间的润滑气膜将会变得极薄, 气体将会处于稀薄状态, 其间的气体将会在固壁表面发生滑移, 此时若采用不考虑滑移影响的传统连续模型分析轴承

收稿日期: 2019-12-19

基金项目: 河南省科技厅科技攻关项目(172102210536)

作者简介: 兰正义(1995-), 男, 河南洛阳人, 硕士研究生, 主要从事微气体轴承仿真优化设计方面的研究。E-mail: 1412366790@qq.com

通信联系人: 伍林, 男, 教授, 硕士生导师。E-mail: linwu@sit.edu.cn

转子系统的动力学特性,将影响其准确性。因此,需考虑滑移效应下提出的修正模型对其进行动力学特性分析^[3-4]。文献[5]指出了当轴承最小气膜间隙处的克努森数 K_n 值处于气流过渡流动区域 ($0.1 < K_n < 10$) 时,传统一阶滑移模型^[6]过高估计了微轴承的动力学特性系数,需考虑新滑移模型^[7]来进一步研究气体滑移对微轴承动力学特性的影响。

针对以上问题,以 MEMS 下的微轴承为研究对象,本文推导考虑一阶滑移修正及 Wu 新滑移修正的动力学雷诺方程,采用 MATLAB 编程软件编制不同模型下用于数值计算动力学雷诺方程的程序,比较不同轴承数、偏心率、轴颈扰动频率下连续模型、一阶滑移模型和 Wu 新滑移模型的动力学特性系数,进而分析研究气体滑移对微轴承动力学特性的影响规律;在此数值计算基础上,对比分析微轴承刚性转子系统在连续模型、一阶滑移模型和 Wu 新滑移模型下的稳定性。

1 滑移修正下的动力学方程

1.1 微轴承的滑移修正雷诺方程

微动压气体轴承,依靠轴承与轴套之间充入的黏性气体,形成楔形间隙而发生相对运动,从而自动产生气膜压力,实现轴承转子的动压悬浮。

微轴承动压作用示意图如图 1 所示。

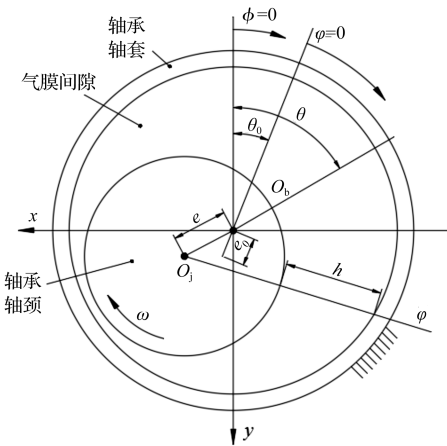


图 1 微轴承动压作用示意图

ω —角速度; e —偏心率; h —轴承间隙

在定常、等温条件下,传统连续、一阶滑移及 Wu 新滑移修正模型下的润滑 Reynolds 方程的无量纲形式为:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(PH^3 (1 + 6bsK_{n0} + 12csK_{n0}^2) \frac{\partial P}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(PH^3 (1 + 6bsK_{n0} + 12csK_{n0}^2) \frac{\partial P}{\partial \lambda} \right) =$$

$$\Lambda \frac{\partial (PH)}{\partial \varphi} + 2\Lambda \frac{\partial (PH)}{\partial \tau} \tag{1}$$

式中: P —气膜压力; τ —时间; φ —周向角度, $\varphi = x/R$; λ —轴向坐标, $\lambda = z/R$; H —气膜厚度, $H = h/h_m = 1 + \varepsilon \cos \varphi$; ε —轴承偏心率; Λ —轴承数, $\Lambda = 6\mu\omega R^2/(p_a h_m^2)$; μ —气体黏度。

为方便计算,笔者将 3 种模型的系数做归纳处理。模型系数如表 1 所示。

系数	模型		
	连续模型	一阶滑移模型	Wu 新滑移模型
b_s	0	$(2 - \alpha)/\alpha$	$\frac{2(3 - \alpha f^2)}{3\alpha} - \frac{1 - f^2}{K_{n0}}$
c_s	0	0	$\frac{f^4}{4} + \frac{1 - f^2}{2K_{n0}^2}$

K_{n0} —参考克努森数, $K_{n0} = C_1/ph = C_1/(p_a h_m PH)$; C_1 —最小气膜间隙, $C_1 = 6.8 \times 10^{-3}$; α —协调系数; f —取值函数, $f = \min[1/K_{n0}, 1]$

1.2 滑移修正下的静、动态雷诺方程

结合式(1)、表 1 可得到在小扰动工况下修正的静态雷诺方程,及关于 P_E 和 P_Θ 的修正偏微分动态雷诺方程。

修正的静态雷诺方程为:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(P_0 H_0^3 (1 + 6bsK_{n0} + 12csK_{n0}^2) \frac{\partial P_0}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(P_0 H_0^3 (1 + 6bsK_{n0} + 12csK_{n0}^2) \frac{\partial P_0}{\partial \lambda} \right) = \Lambda \frac{\partial (P_0 H_0)}{\partial \varphi} \tag{2}$$

静态气膜厚度为:

$$H_0 = 1 + \varepsilon \cos \varphi \tag{3}$$

无量纲静态求解边界条件为:

$$P_0 \left(\varphi, \pm \frac{B}{2} \right) = 1 \tag{4}$$

关于 P_E 修正后的动态雷诺方程为:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \varphi} (1 + 6bsK_{n0} + 12csK_{n0}^2) \times \\ & \left(P_E H_0^3 \frac{\partial P_0}{\partial \varphi} + 3P_0 H_0^2 H_E \frac{\partial P_0}{\partial \varphi} + P_0 H_0^3 \frac{\partial P_E}{\partial \varphi} \right) + \\ & \frac{\partial}{\partial \lambda} (1 + 6bsK_{n0} + 12csK_{n0}^2) \times \\ & \left(P_E H_0^3 \frac{\partial P_0}{\partial \lambda} + 3P_0 H_0^2 H_E \frac{\partial P_0}{\partial \lambda} + P_0 H_0^3 \frac{\partial P_E}{\partial \lambda} \right) = \\ & \Lambda \frac{\partial}{\partial \varphi} (H_0 P_E + P_0 H_E) + i2\Lambda f (H_0 P_E + P_0 H_E) \end{aligned} \tag{5}$$

相应的动态气膜厚度为:

$$H_E = \cos \varphi \tag{6}$$

相应的无量纲边界条件为:

$$P_E\left(\varphi, \pm \frac{B}{2}\right) = 0 \quad (7)$$

关于 P_Θ 修正后的动态雷诺方程为:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \varphi} (1 + 6bsK_{n0} + 12csK_{n0}^2) \times \\ & \left(P_\Theta H_0^3 \frac{\partial P_0}{\partial \varphi} + 3P_0 H_0^2 H_\Theta \frac{\partial P_0}{\partial \varphi} + P_0 H_0^3 \frac{\partial P_\Theta}{\partial \varphi} \right) + \\ & \frac{\partial}{\partial \lambda} (1 + 6bsK_{n0} + 12csK_{n0}^2) \times \\ & \left(P_\Theta H_0^3 \frac{\partial P_0}{\partial \lambda} + 3P_0 H_0^2 H_\Theta \frac{\partial P_0}{\partial \lambda} + P_0 H_0^3 \frac{\partial P_\Theta}{\partial \lambda} \right) = \\ & \Lambda \frac{\partial}{\partial \varphi} (H_0 P_\Theta + P_0 H_\Theta) + i2\Lambda f (H_0 P_\Theta + P_0 H_\Theta) \quad (8) \end{aligned}$$

相应的动态气膜厚度为:

$$H_\Theta = \sin \varphi \quad (9)$$

相应的无量纲边界条件为:

$$P_\Theta(\varphi, \pm B/2) = 0 \quad (10)$$

1.3 动力学特性系数求解表达式

1.3.1 静态承载力、偏位角求解表达式

联立式(2 ~ 4), 基于 MATLAB 编制静态雷诺方程有限差分程序, 迭代求解可得到静态气膜压力 P_0 分布的数值解, 从而得到轴承静态承载力 W 和轴颈偏位角 θ 的求解表达式, 即:

$$\begin{cases} \bar{W} = \sqrt{W_n^2 + W_t^2} \\ \tan \theta = \frac{W_t}{W_n} \end{cases}, \bar{W} = \frac{W}{p_a R^2} \quad (11)$$

$$\begin{cases} W_n = - \int_{-B/2}^{B/2} \int_0^{2\pi} P_0 - 1) \cos \varphi d\varphi d\lambda \\ W_t = - \int_{-B/2}^{B/2} \int_0^{2\pi} (P_0 - 1) \sin \varphi d\varphi d\lambda \end{cases} \quad (12)$$

式中: W_n —轴颈承载力在偏心方向的分量; W_t —轴颈承载力在垂直偏心方向的分量。

1.3.2 动态刚度系数和动态阻尼系数求解表达式

根据式(5 ~ 10), 基于 MATLAB 编制动态雷诺方程有限差分程序, 通过迭代求解可得到微轴承的动态气膜压力 P_E 和 P_Θ , 从而可以得到滑移效应下, 微轴承的动特性系数求解表达式:

$$\begin{aligned} & - \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \int_0^{2\pi} P_E \cos \varphi d\varphi d\lambda = K_{y\varepsilon} + ifD_{y\varepsilon} \\ & - \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \int_0^{2\pi} P_E \sin \varphi d\varphi d\lambda = K_{x\varepsilon} + ifD_{x\varepsilon} \\ & - \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \int_0^{2\pi} P_\Theta \cos \varphi d\varphi d\lambda = K_{y\theta} + ifD_{y\theta} \\ & - \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \int_0^{2\pi} P_\Theta \sin \varphi d\varphi d\lambda = K_{x\theta} + ifD_{x\theta} \quad (13) \end{aligned}$$

转换式(13)中的系数代入到直角坐标系中, 可求解直角坐标系下的动特性系数, 即:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} K_{xx} \\ K_{xy} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sin \theta_0 & \cos \theta_0 \\ \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{x\varepsilon} \\ K_{y\varepsilon} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \theta_0 & \cos \theta_0 \\ \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} K_{yx} \\ K_{yy} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sin \theta_0 & \cos \theta_0 \\ \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{y\varepsilon} \\ K_{x\varepsilon} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \theta_0 & \cos \theta_0 \\ \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} D_{xx} \\ D_{xy} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sin \theta_0 & \cos \theta_0 \\ \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{x\varepsilon} \\ D_{y\varepsilon} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \theta_0 & \cos \theta_0 \\ \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} D_{yx} \\ D_{yy} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sin \theta_0 & \cos \theta_0 \\ \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{y\varepsilon} \\ D_{x\varepsilon} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \theta_0 & \cos \theta_0 \\ \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 \end{bmatrix} \quad (14) \end{aligned}$$

2 微轴承转子系统稳定分析方法

结合文献[8]可知, 该系统的力平衡运动方程为:

$$\begin{cases} k\xi = \Delta F_x = K_{xx}x + K_{xy}y + D_{xx}\dot{x} + D_{xy}\dot{y} \\ k\eta = \Delta F_y = K_{yx}x + K_{yy}y + D_{yx}\dot{x} + D_{yy}\dot{y} \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} m\ddot{x} + k\xi = 0 \\ m\ddot{y} + k\eta = 0 \end{cases} \quad (16)$$

式中: $x, y, \dot{x}, \dot{y}, \ddot{x}, \ddot{y}$ —轴承轴颈在某瞬态的位移、速度和加速度; ξ, η —转子相对于轴承轴颈中心的位移; $K_{xx}, K_{xy}, K_{yx}, K_{yy}, D_{xx}, D_{xy}, D_{yx}, D_{yy}$ —动特性系数。

将上述微分方程组合并, 则该方程组的通解为:

$$(x, y) = (x_0, y_0) e^{st} \quad (17)$$

式中: s —为复频率, $s = u + iw_j$; u —复数的实部(阻尼); w_j —虚部(轴颈自然涡动频率)。

联立式(15 ~ 17), 整理可得:

$$\begin{bmatrix} K_{xx} + D_{xx}s + ms^2 & K_{xy} + D_{xy}s \\ K_{yx} + D_{yx}s & K_{yy} + D_{yy}s + ms^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = 0 \quad (18)$$

由线性代数理论可知, 式(18)有非零解的充要条件是该方程组的系数行列式为 0, 即:

$$\begin{vmatrix} K_{xx} + D_{xx}s + ms^2 & K_{xy} + D_{xy}s \\ D_{yx} + D_{yx}s & K_{yy} + D_{yy}s + ms^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (19)$$

展开式(19)的 2 阶行列式, 可得到微轴承—刚性转子系统的特征方程式:

$$a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0 \quad (20)$$

$$\begin{cases} a_4 = m^2 \\ a_3 = mD_{xx} + mD_{yy} \\ a_2 = D_{xx}D_{yy} + mK_{xx} + mK_{yy} - D_{xy}D_{yx} \\ a_1 = K_{xx}D_{yy} + K_{yy}D_{xx} - K_{xy}D_{yx} - K_{yx}D_{xy} \\ a_0 = K_{xx}K_{yy} - K_{xy}K_{yx} \end{cases} \quad (21)$$

根据系统稳定性 Routh – Hurwitz 判别准则^[9]可知,只需要判断特征值 s 的解是否都有负实数部,就可以判断轴承转子系统是否稳定。因此,通过计算式(20)中的特征值,就可预估微轴承刚性转子系统的稳定性。

3 数值仿真实验及结果分析

3.1 数值仿真程序验证

针对如图 1 所示的微轴承结构,微轴承设定最终微小间隙下气膜收敛精度为 10^{-6} 。

数值仿真计算参数如表 2 所示。

表 2 数值仿真计算参数

名称	数值
轴承宽度 B/mm	0.4
轴颈半径 R/mm	2.0
最小气膜间隙 h_m/mm	0.002
环境压力 P/Pa	1.0×10^5
气体动力粘度 $\mu/(\text{Pa} \cdot \text{s})$	1.8×10^{-5}
轴承数 A	1.7

为进行微轴承动力学特性的数值分析^[10],本文采用 MATALB 编程平台编制程序,进行微轴承动力学特性的数值分析。

数值仿真流程图如图 2 所示。

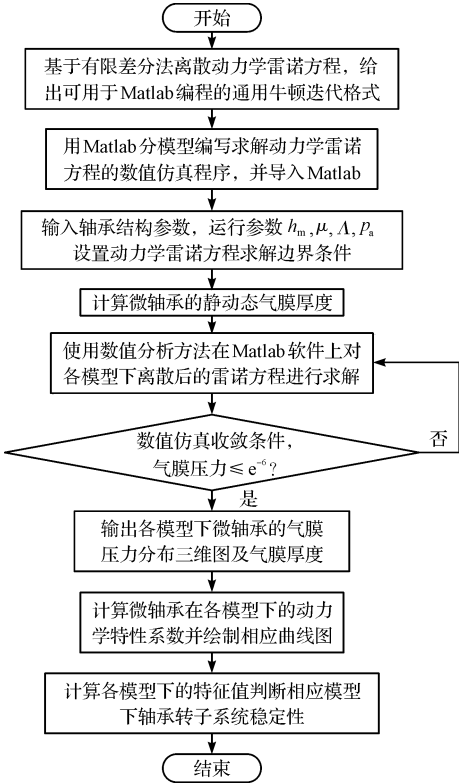


图 2 数值仿真流程图

为验证本文用于微轴承动力学特性分析时程序的正确性,基于如图 2 所示的数值仿真流程图,笔者采用

有限差分法进行数值计算,并将得到的结果与文献[11]的数值结果进行对比。

数值仿真程序验证图如图 3 所示。

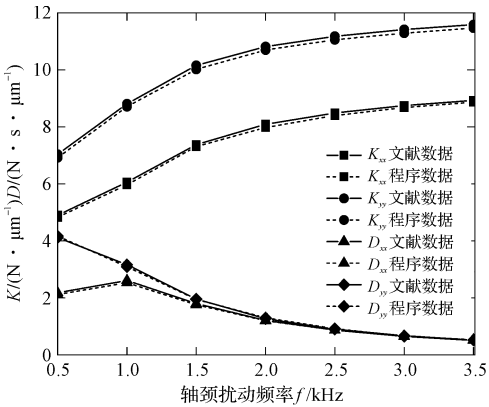


图 3 数值仿真程序验证图

对比结果表明:本程序得到的动特性系数与文献中的数据几乎完全一样;使用该程序计算得到的动力学特性系数与文献中的数据相对误差均在 3% 以内,由此验证了本程序的准确性。

3.2 静特性系数数值仿真结果分析

为分析微轴承的静态特性,笔者从微轴承静态雷诺方程出发,对比分析最小膜厚度处微轴承在 3 种模型下的静态气膜压力分布及轴承数(描述气体可压缩性对动压效应影响程度的一个压缩系数,标量)、偏心率(描述轴颈运转时的偏心程度,标量)分别对轴承的静态承载力、偏位角的影响规律。

基于如表 2 所示的轴承结构参数,在 $\phi = 180^\circ$ 、偏心率 0.6 及轴承数为 1.7 时,3 种模型下的气膜压力分布图如图 4 所示。

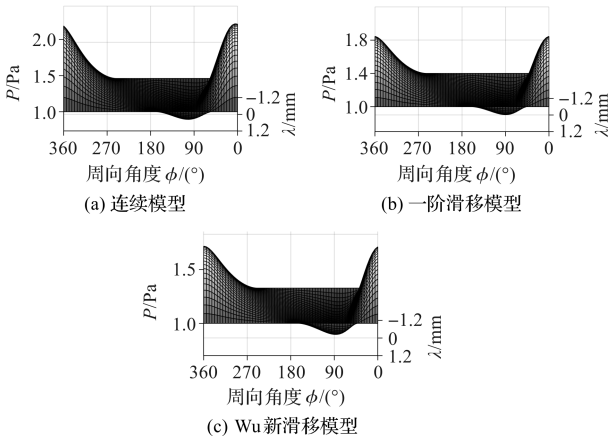


图 4 3 种模型下的气膜压力分布图

对比 3 种模型下的气膜压力分布发现:在最小气膜厚度处,3 种模型得到的气膜压力差异明显,这是因为在最小气膜厚度处,和气体滑移效应密切相关的流体粘性剪切应力最强,致使在该区域的气流速度分布

发生变化,进而使该区域的气压分布发生变化;同时,可以得到连续模型预测的气膜压力最高,一阶滑移模型次之,Wu 新滑移模型预测的气膜压力最低。

为进一步分析微轴承的静态特性,笔者采用数值分析方法,得到 3 种模型下承载力与偏心率、轴承数之间的关系,如图 5 所示。

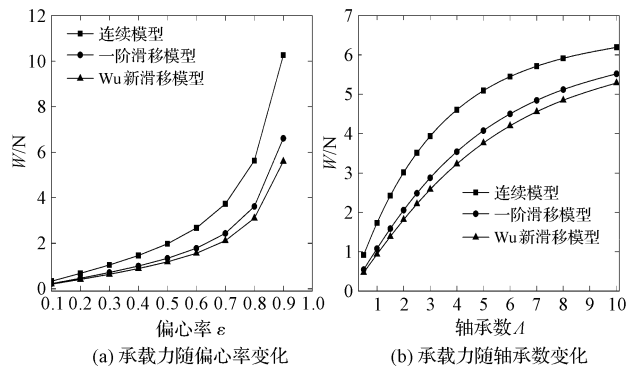


图 5 3 种模型下承载力与偏心率、轴承数之间的关系

从图 5 可以看出:在相同条件下,考虑气体滑移影响时,随着偏心率、轴承数的变化,气体滑移影响下的承载力明显下降,相比滑移模型预测的结果而言,连续模型预测的承载力偏大;且随着偏心率、轴承数的增大,各模型之间的承载力偏差在逐渐变大,这是因为偏心率和轴承数的增大,直接导致了最小气膜处的间隙变大,剪切应力增强,气体滑移效应变得显著,进而使最小气膜间隙处的气膜压力降低,轴承的承载力下降。但连续模型并没有考虑气体滑移的影响,所以预测得到的承载力值相对较高。

综合上述的分析可知,连续模型预测的承载力偏差最大、一阶滑移模型次之、Wu 新滑移模型最小;对比一阶滑移模型和 Wu 新滑移模型预测的轴承气膜压力可知,一阶滑移模型较高地预估了滑移效应下轴承的承载力。

因此,在对滑移下微轴承的动力学特性分析时,需考虑精度更高的 Wu 新滑移模型。

3.3 动态特性系数数值仿真结果分析

为分析气体滑移对微轴承动态特性的影响,笔者按表 2 所示的轴承结构参数(气膜收敛精度为 10^{-6}),从微轴承动态雷诺方程出发,研究了气体滑移影响下轴颈扰动频率、偏心率、轴承数与轴承动态刚度和动态阻尼系数的变化关系。

3 种模型下,动态特性系数与偏心率之间的关系如图 6 所示。

从图 6 中可以看出:

(1)在相同条件下,考虑气体滑移的影响时,轴承的

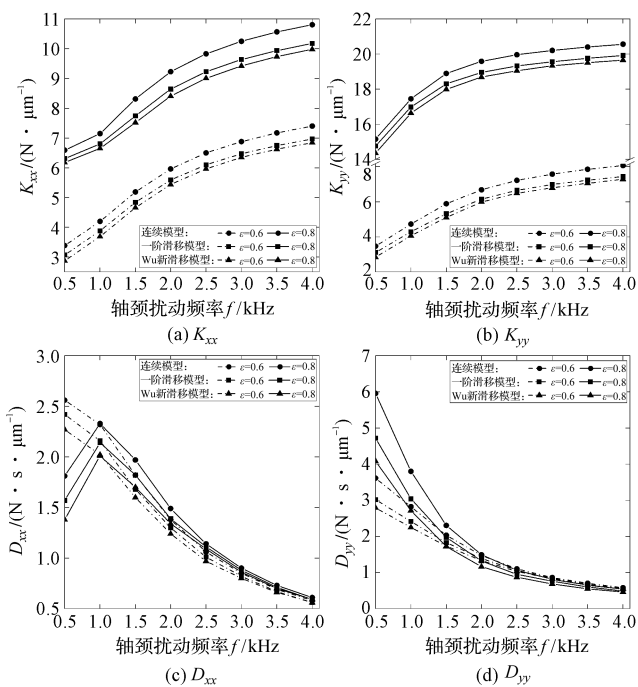


图 6 3 种模型下动态特性系数与偏心率之间的关系

动态刚度系数,受偏心率的影响较大,轴承的动态阻尼系数,几乎不受偏心率的影响;其中,当轴颈的扰动频率大于 2.5 时,动态主阻尼系数几乎不受偏心率的影响;

(2)在相同轴颈扰动频率下,大偏心率对应着大的动态主刚度系数和主阻尼系数,且由于只有垂直方向受外力作用,垂直方向上大偏心率对应的动态主刚度系数 K_{yy} 、主阻尼系数 D_{yy} 相对小偏心率较大。

基于静特性数值分析计算结果,3 种模型下动态特性系数与轴承数之间的关系如图 7 所示。

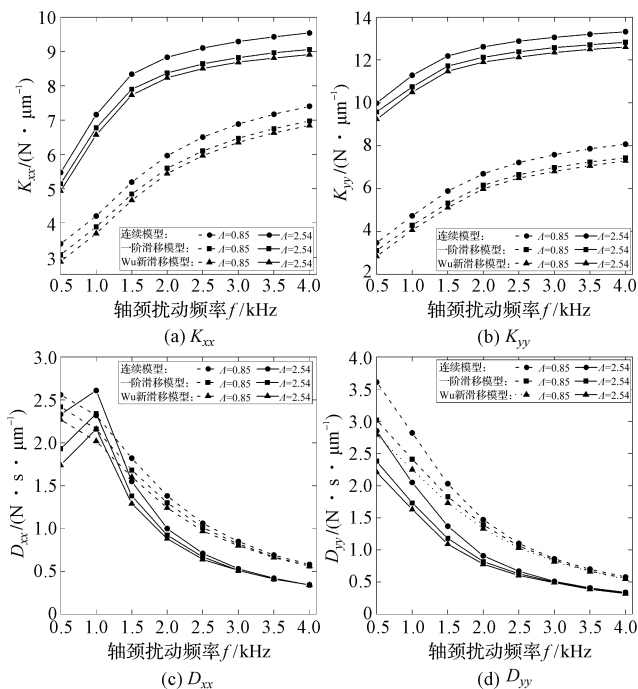


图 7 3 种模型下动态特性系数与轴承数之间的关系

从图 7 中可以看出:在相同条件下,考虑气体滑移影响时,不同轴承数下的动态主刚度系数 K_{xx} 、 K_{yy} 均随轴颈扰动频率的增大而增大,主阻尼系数 D_{xx} 、 D_{yy} 随轴颈扰动频率的增大而减小,且气体滑移对阻尼系数的影响也在逐渐减弱;大的轴承数对应着大的动态主刚度系数、小的动态主阻尼系数,这主要是因为,大转速意味着高气膜压力,会使相对应的轴承轴颈位置发生变化,轴承的动态主刚度随着转速的增加而变大,相对应的动态主阻尼系数随之变小。

由图(6,7)可知,在气体滑移影响下,不同轴承数、偏心率对应的动特性系数均有所下降,且 Wu 新滑移模型计算的值远低于连续模型和一阶滑移模型,这

主要是因为气体滑移会使润滑气体的速度有所降低,进而气膜压力降低,从而导致轴承动特性系数减小。

4 微轴承转子系统稳定性分析

在偏心率为 0.6、轴承数为 1.7 时,结合 3 种模型下的动特性系数与轴承转子系统稳定性判别理论,可求得各扰动频率下特征值对应的所有子行列式的值,判断在该扰动频率下是否满足稳定性条件,为轴承稳定性设计提供理论依据。

在相应扰动频率下,3 种模型各子阶行列式的值如表 3 所示。

表 3 在相应扰动频率下 3 种模型各子阶行列式的值

轴颈扰动频率 f/kHz	$\Delta 1$			$\Delta 2$			$\Delta 3$			$\Delta 4$		
	连续	一阶滑移	Wu 滑移	连续	一阶滑移	Wu 滑移	连续	一阶滑移	Wu 滑移	连续	一阶滑移	Wu 滑移
	模型	模型	模型	模型	模型	模型	模型	模型	模型	模型	模型	模型
0.50	26.13	20.71	19.70	613.4	327.9	246.7	307.0	144.4	101.7	1.99	0.94	0.66
1.00	43.21	34.14	31.21	466.6	275.4	217.1	204.9	105.6	78.4	1.33	0.69	0.51
1.50	33.36	26.06	23.39	149.3	93.85	73.59	38.0	21.08	15.1	0.25	0.14	0.10
2.00	23.63	19.37	17.54	56.4	40.80	33.32	7.64	5.29	3.9	0.05	0.03	0.03
2.50	17.52	14.59	13.43	28.8	21.43	18.36	2.11	1.57	1.23	0.01	0.01	0.01
3.00	13.39	10.96	10.35	17.5	12.52	11.35	0.70	0.48	0.41	0.005	0.002	0.001
3.50	10.63	8.98	8.50	12.2	9.12	8.33	0.28	0.22	0.19	0.003	0.001	0.001
4.00	8.78	7.47	7.13	9.4	7.04	6.53	0.14	0.11	0.10	0.003	0.001	0.001

从表 3 可知,3 种模型在各扰动频率下的各子行列式的值都为正数,且 Wu 新滑移模型计算的值相比连续模型、一阶滑移模型低;即在轴承数为 1.7 的情况下,微轴承刚性转子在相应扰动频率范围内是稳定的,且连续模型较高地估计了转子系统的稳定性。

5 结束语

针对微机电系统下传统连续模型无法准确描述气体滑移对微轴承动力学特性影响规律的问题,笔者推导了考虑一阶滑移修正及 Wu 新滑移修正的动力学雷诺方程,比较了不同轴承数、偏心率、轴颈扰动频率下连续模型、一阶滑移模型和 Wu 新滑移模型的动力学特性系数,进而研究了气体滑移对微轴承动力学特性的影响规律;在此数值计算基础上,笔者对比分析了微轴承刚性转子系统在连续模型、一阶滑移模型和 Wu 新滑移模型下的稳定性。

研究结果可知,气体滑移下轴承的动力学特性与轴承的轴承数、偏心率及轴颈扰动频率密切相关,在微小气膜间隙、高转速工况下,不考虑气体滑移影响的连续模型较高地估计了轴承刚性转子系统的稳定性,且 Wu 滑移模型下得到的值最小。

综上所述,结合物理理论依据和微小间隙下气体滑移的影响,在设计微机电系统下的微轴承时,为得到气体滑移下更准确的轴承设计参数,应使用 Wu 新滑移模型对传统连续模型下的动力学雷诺方程进行滑移修正。

为计算方便,笔者使用的 MEMS 下的微轴承结构较为简单。在今后的研究中,笔者将会引入更复杂的微轴承结构,来验证分析该理论的适用性;同时,考虑使用数值仿真与试验相结合的方法,笔者在不同的算例条件下,分析气体滑移对微轴承动力学特性的影响,为设计更优的 MEMS 下微轴承提供帮助。

参考文献(References):

[1] CZOLCZYNSKI, KRZYSZTOF. Rotordynamics of gas-lubricated journal bearing systems[M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 2012.

[2] 谢振宇,徐龙祥,李 迎,等. 磁悬浮轴承转子系统的稳定性及动态特性分析[J]. 机械科学与技术,2004,23(7): 765-767.

[3] ZHANG X Q, WANG X L, ZHANG Y Y. Non-linear dynamic analysis of the ultra-short micro gas journal bearing-rotor systems considering viscous friction effects[J]. Non-

- linear Dynamics**, 2013, 73(1-2): 751-765.
- [4] KUMAR M P, SAMANTA P, MURMU N C. Investigation of velocity slip effect on steady state characteristics of finite hydrostatic double-layered porous oil journal bearing [J]. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology**, 2015, 229(7): 773-784.
- [5] 宋国强, 伍 林. 基于滑移流模型的微型箔片轴承倾斜性能研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2019(6): 12-16.
- [6] BURGDORFER A. The influence of the molecular mean free path on the performance of hydrodynamic gas lubricated bearings [J]. **Journal of Basic Engineering**, 1959, 81(1): 94-98.
- [7] WU L. A slip model for rarefied gas flows at arbitrary Knudsen number[J]. **Applied Physics Letters**, 2008, 93(25): 253103.
- [8] 池长青. 气体动静压轴承的动力学及热力学[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2008.
- [9] 刘秉正, 彭建华. 非线性动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.
- [10] 梁 净, 许 勇, 吕叶萍. 新型六自由度铆孔机器人刚度特性研究[J]. 轻工机械, 2019, 37(2): 11-16.
- [11] 戚社苗, 耿海鹏, 虞 烈. 动压气体轴承的动态刚度和动态阻尼系数[J]. 机械工程学报, 2007, 43(5): 91-98.

[编辑: 方越婷]

本文引用格式:

兰正义, 伍 林, 吕刚磊. 基于 MATLAB 的微轴承动力学特性的数值分析[J]. 机电工程, 2020, 37(6): 628-634.

LAN Zheng-yi, WU Lin, LV Gang-lei. Numerical analysis of micro-bearing dynamics characteristics with MATLAB[J]. **Journal of Mechanical & Electrical Engineering**, 2020, 37(6): 628-634.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>

(上接第 620 页)

参考文献 (References):

- [1] 李兴丽. 车辆制动气室制动压力变化率计算方法的研究与试验认证[D]. 武汉: 武汉理工大学机电工程学院, 2019.
- [2] 齐志权, 裴晓飞, 马国成, 等. 汽车液压制动系统轮缸压力阶梯减压控制特性分析[J]. 汽车工程, 2014, 36(1): 88-92.
- [3] 邵大伟. 汽车 ESP 液压调节器建模与轮缸压力估计算法的研究[D]. 长春: 吉林大学汽车工程学院, 2009.
- [4] 徐 哲, 魏民祥, 李玉芳. 线控液压制动系统轮缸压力变化特性[J]. 交通运输工程学报, 2013, 13(1): 55-61.
- [5] BARTLETT W D. Calculation of heavy truck deceleration based on air pressure rise-time and brake adjustment[R]. USA: SAE Technical Paper, 2004.
- [6] 王智深. 客车气压制动系统欠压补偿控制技术研究[D]. 武汉: 武汉理工大学机电工程学院, 2012.
- [7] 覃 涛. 客车气压制动系统时延分析及其控制技术研究[D]. 武汉: 武汉理工大学机电工程学院, 2012.
- [8] GB 12676-2014. 商用车辆和挂车制动系统技术要求及试验方法[S]. 北京: 中国标准出版社, 2014.
- [9] 马翠贞. 基于电控液压制动系统的制动稳定性研究[D]. 南京: 南京航空航天大学能源与动力学院, 2014.
- [10] 刘 威, 祁宏钟, 刘新田, 等. 纯电动汽车串联式再生制动控制策略建模与仿真[J]. 轻工机械, 2019, 37(1): 76-79, 82.
- [11] ZHANG J, XIN L U, WANG L, et al. A study on the drivability of hybrid electric vehicle[C]. SAE International Powertrains, Fuels & Lubricants Congress, Shanghai: SAE, 2008.

[编辑: 方越婷]