

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2021.01.005

高空作业平台臂架水平直线运动中的振动分析*

邓 铭, 纪爱敏*, 张 磊, 王 豪, 赵仲航
(河海大学 机电工程学院, 江苏 常州 213022)

摘要:针对直臂式高空作业平台直线轨迹问题,对其在水平直线运动中的振动特性进行了研究。首先,采用逆运算算法得出了作业平台臂架伸缩与变幅运动关系;其次,通过研究臂架叠加处搭接与底部变幅液压缸支承情况,将臂架等效为底部铰接,叠加部位具有集中参数的变截面、变长度梁;然后,采用 Hamilton 原理建立了臂架在水平直线运动中的微分方程,结合模态叠加法求解了在不同时刻的瞬态振型函数,后拟合时变参量,研究了不同长度下臂架振型;最后,采用 Galerkin 截断法取前两阶模态,得出了广义坐标下的状态空间方程,在 MATLAB/Simulink 环境下进行了动态仿真,对臂架在水平直线运动过程中头部的振动响应进行了研究。研究表明:在实例求解数值计算结果的过程中,该模型可以提高高空作业平台臂架在直线轨迹运动中的动力学建模精度,并为其振动控制提供理论参考。

关键词:水平直线运动;哈密顿原理;状态空间方程;振动响应

中图分类号:TH211.6;TH113.1

文献标识码:A

文章编号:1001-4551(2021)01-0035-07

Vibration analysis of the boom of aerial work platform in horizontal linear motion

DENG Ming, JI Ai-min, ZHANG Lei, WANG Hao, ZHAO Zhong-hang
(College of Mechanical and Electrical Engineering, Hohai University, Changzhou 213022, China)

Abstract: Aiming at the linear trajectory movement of the straight-arm aerial work platform, its vibration characteristics were studied. Firstly, the inverse algorithm was used to get the relationship between the boom expansion and luffing. Secondly, considering the actual overlap of the booms and the actual support of the bottom luffing hydraulic cylinder, the boom was considered as a variable-section, variable-length beam with hinged roots, elastic support and centralized parameters. Then, based on the Hamilton principle, differential equations of the boom in horizontal linear motion were established. The modal superposition method was applied to solve the transient mode function at different times, and the time-varying parameters were fitted to approximate the vibration mode with different length. Finally, the Galerkin truncation method was used to truncate the first two order modes, which was used to establish the state space equations in generalized coordinates. The dynamic simulation was performed in the MATLAB/Simulink environment to obtain the vibration response of the boom head, and the numerical calculation results were obtained through example solution. The results indicate that the model provides a theoretical reference for the vibration control of the boom of the aerial work platform in the linear trajectory movement.

Key words: horizontal linear motion; Hamilton principle; state-space equation; vibration response

收稿日期:2020-05-07

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51175146,51805144);国际科技合作资助项目(CZ20190018);常州市高空作业装备与智能技术重点实验室开放基金资助项目(CLA1201805)

作者简介:邓铭(1997-),男,江苏盐城人,硕士研究生,主要从事动力学建模与运动控制方面的研究。E-mail:994800705@qq.com

通信联系人:纪爱敏,男,教授,博士生导师。E-mail:jiam@ustc.edu

0 引 言

高空作业平台是一种将人员、材料和设备等举升到所需位置,并进行作业的大型机械装备^[1]。而随实际工况的不断变化,单一的伸缩、变幅和回转已经无法满足施工中反应快速和操作便捷等需求,因此,需对作业平台的运动轨迹进行规划^[2,3]。也就是要根据实际作业任务的要求,计算出预期运动轨迹,并在工作平台沿轨迹运行过程中,对其添加速度、位移以及加速度等约束。

水平直线运动就是轨迹规划中一种,通过对臂架伸缩运动与变幅运动进行相互约束,使臂架顶部工作平台沿水平直线运动。实际施工时不仅要使工作平台能准确沿直线运动,而且还要研究其运动的振动特性,使其平稳运行以保证乘员舒适与安全^[4]。

曹旭阳^[5]、陈添明^[6]等人对高空作业平台直线轨迹与运动空间进行了论述分析,建立了数学模型,结合控制过程中动力元件环节和阀组特性,得出了在臂架运动过程中的理论运动曲线与实际振荡曲线;同时,也有部分学者不考虑动力元件等影响因素,从动力学角度分别对高空作业平台臂架在变幅运动与伸缩运动中的振动特性进行了研究工作。

PERTSCH A 等^[7]在分析变幅运动臂架动态响应时,保持臂长不变,变幅角变化,将全伸状态下的臂架系统等效为带有端部集中参数的变截面悬臂梁,后建立了动力学方程,利用模态叠加与传递矩阵求出了臂架端部的动态响应;在臂架伸缩运动方面,王亮、WANG L H 等^[8,9]用 Galerkin 方法,分析了带有集中参数的轴向运动变长度悬臂梁的振动特性,以及对其进行的控制;杜文正^[10]将伸缩臂架拆分成独立的臂节,并考虑支撑底座的激励作用和振动微分方程,求解了臂端的振动响应。

以上对臂架振动特性研究,都是单纯针对臂架的变幅运动与伸缩运动,但却并没有考虑两者的复合运动。

本文由臂架顶部做水平运动的几何关系约束反推出臂架伸缩与变幅运动相互限制关系,将臂架等效为底部铰接,叠加部位具有弹性支承、集中参数的变截面、变长度梁;利用 Hamilton 原理得出振动微分方程,以及其不同时间下的瞬态振型参数,后拟合近似表示出不同臂长的实际振型,回代入振动微分方程,在 Matlab/Simulink 中进行动态仿真,得出臂架头部的振动响应。其中,本文所述水平直线运动是复合运动的其中一种。

1 轨迹计算公式

高空作业平台主要由下车、转台、变幅机构、伸缩机构、调平机构、臂架以及作业平台组成,这些部分相互协调配合来完成各项工作。

高空作业平台水平直线运动过程如图 1 所示。

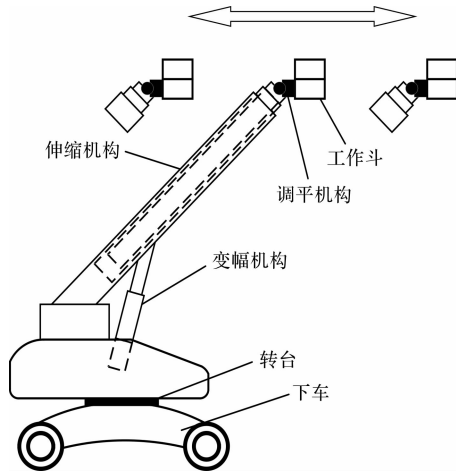


图 1 高空作业平台水平直线运动示意图

在作业平台沿水平直线运动过程中,笔者根据高空作业平台逆运算结构简图,通过几何运算,将工作平台运行轨迹逆运算至高空作业车俯仰机构和伸缩机构,得到变幅角度以及伸缩长度的运动轨迹。

水平直线运动的抽象图如图 2 所示。

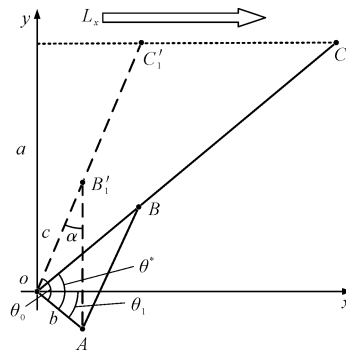


图 2 水平直线运动抽象简图

从几何关系可以看出,在高空作业平台做水平直线运动过程中,臂长发生变化,平台水平高度保持不变,即:

$$l(t) \sin(\theta^*(t) - \theta_1) = a \quad (1)$$

$$\cot(\theta^*(t) - \theta_1) = \frac{L_x}{L_0 \sin(\theta_0 - \theta_1)} \quad (2)$$

式中: $l(t)$ —臂架长度; L_0 —臂架初始长度; θ_0 —初始变幅角度; θ_1 —液压缸铰接角度; a —臂架运动高度; L_x —水平位移距离; θ^* —变幅角度; α —变幅缸与臂架夹角; c —臂架铰接点 O 与变幅缸铰接点 B 长度; b —臂

架铰接点 O 与变幅缸铰接点 A 长度。

两边对时间求导得:

$$\csc^2(\theta^*(t) - \theta_1) \frac{d\theta^*}{dt} = \frac{\mp v}{L_0 \sin(\theta_0 - \theta_1)} \quad (3)$$

式中: v —臂架水平匀速运动时最大速度,并规定水平伸出为正,水平缩回为负。

对上式求解微分方程得:

$$\theta^*(t) = \operatorname{arccot}\left(\cot(\theta_0 - \theta_1) \pm \frac{v}{L_0 \sin(\theta_0 - \theta_1)} t\right) + \theta_1 \quad (4)$$

$$l(t) = \frac{a}{\sin(\theta^*(t) - \theta_1)} \quad (5)$$

$$\sin \alpha = \frac{\sin \theta^*(t)}{c^2 + b^2 - 2bccos\theta'} \quad (6)$$

2 振动模型建立

在分析臂架振动特性时,此处将作业平台和工作人员视为集中质量与转动惯量,同时考虑其横向变形的影响,将各臂节视为 Euler-Bernoulli 梁。

2.1 变幅缸等效刚度

在建模时,笔者考虑臂架根部与变幅液压缸之间距离,将变幅缸等效为一连接臂架与转台的弹性支承。

目前应用广泛的双作用单出杆液压缸如图3所示。

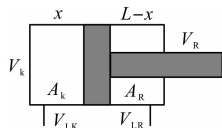


图3 双作用液压缸工作简图

参考文献[11],可知液压弹簧刚度为:

$$k_h = \frac{\beta_e A^2}{V} \quad (7)$$

式中: β_e —液压油体积模量; A —容器的工作面积; V —密封容器的液压油容积。

双作用变幅液压缸工作时,左右两侧的液压弹簧为并联,故总的液压油刚度为两侧油刚度,即为:

$$K = \frac{\beta_e A_k^2}{xA_k + V_{LK}} + \frac{\beta_e A_R^2}{(L-x)A_R + V_{LR}} \quad (8)$$

式中: x —液压缸活塞位移距离; L —行程; A_k, A_R —液压缸左右两侧工作面积; V_k, V_R —液压缸左右两侧容积; V_{LK}, V_{LR} —液压缸两侧管道内油液死容积。

2.2 臂节间叠加处理

臂架作同步伸缩运动时,臂架之间的叠加距离较长,且会随着时间变化,故在进行振动分析时,不能直接忽略。因此,笔者在忽略臂节与臂节的搭接间隙的基础

上,将叠加部分视为材料属性与力学属性叠加的新臂节。

具体的臂节分段如图4所示。

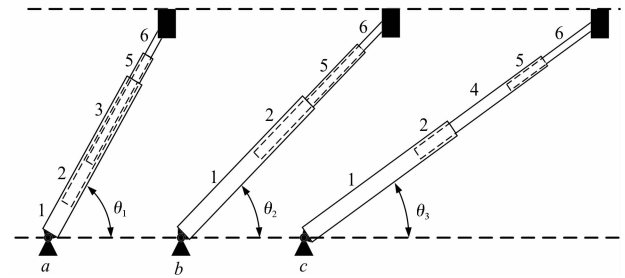


图4 臂节分段变化示意图

本文研究的直臂式高空作业平台拥有3节臂的臂架,令其拥有6段臂节,但在臂架不停的伸缩运动中,臂架的搭接情况会发生变化,6节臂节会交替出现。

定义任一臂节 b 的属性为:

$$\begin{aligned} z_{b-1} < z < z_b, \rho A_b &= \sum_{i=m}^{m+mm-1} \rho A_i, \\ EI_b &= \sum_{i=m}^{m+mm-1} EI_i, P_b(z) = \sum_{i=m}^{m+mm-1} P_i(z) \\ v_b &= \sum_{i=m}^{m+mm-1} \frac{\rho A_i}{\rho A_b} v_i, v_b^2 = \sum_{i=m}^{m+mm-1} \frac{\rho A_i}{\rho A_b} v_i^2 \end{aligned} \quad (9)$$

式中: z —臂节 b 上任意一点在 z 轴上的距离; m, mm —组成臂节 b 的起始与末尾臂架; $\rho A_i, EI_i, v_i, P_i(z)$ —臂架每节臂的线密度、抗弯密度、速度和轴向力; $\rho A_b, EI_b, v_b, P_b(z)$ —臂节 b 的线密度、抗弯密度、速度和轴向力。

2.3 臂架横向振动模型

此处以臂架与转台的铰接点为坐标原点 o 建立坐标轴,其中以未变形臂架的中轴线为 z 轴,以垂直于臂架的中轴线的方向为 w 轴;以过 o 点平行于地面为 x 轴,垂直于地面为 y 轴。

高空作业平台臂架抽象结构模型如图5所示。

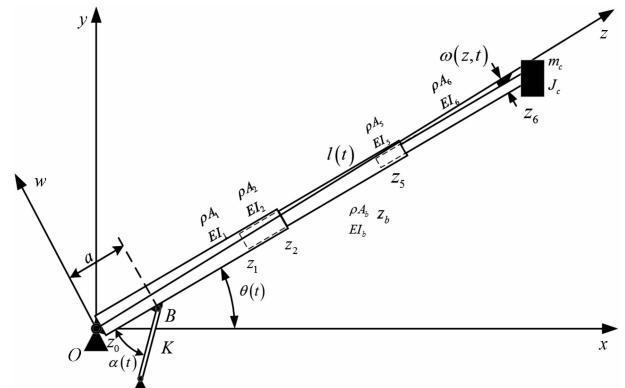


图5 具有分布参数的臂架抽象模型

θ —臂架的变幅角度; $\omega(z,t)$ —臂架的中性轴挠度; α —变幅缸与臂架的夹角; K —液压等效刚度; m_c, J_c —臂架顶部的集中质量和转动惯量

根据 Hamilton 原理有:

$$\delta \left[\int_{t_1}^{t_2} (T - V + W) dt \right] = 0 \quad (10)$$

式中: T —臂架的动能; V —臂架势能; W —作用于臂架系统的保守力虚功。

$$T = \sum_{b=1}^6 \frac{1}{2} \rho A_b \int_{z_{b-1}}^{z_b} [z \dot{\theta}(t) + \dot{\omega}(z, t) + v_b \omega'(z, t)]^2 dz + \frac{1}{2} m_c [l(t) \theta(t) + l(t) \dot{\theta}(t) + \dot{\omega}(l, t)]^2 + \frac{1}{2} J_c [\dot{\omega}'(l, t) + \dot{\theta}(t)]^2 \quad (11)$$

$$V = \sum_{b=1}^6 \frac{1}{2} \int_{z_{b-1}}^{z_b} [EI_b \omega''(z, t)^2 + p_b(z) \omega'(z, t)^2] dz + g \sum_{b=1}^N \int_{z_{b-1}}^{z_b} \rho A_b [z \sin \theta(t) + \omega(z, t) \cos \theta(t)] dz + \frac{1}{2} K \{ [l_1(t) - l_0]^2 + [\omega(a, t) \sin \alpha(t)]^2 \} + m_c g [l(t) \sin \theta(t) + \omega(l, t) \cos \theta(t)] \quad (12)$$

$$\delta W = M \delta \theta(t) + F \delta x_z(t) \quad (13)$$

式中: 上标 $\dot{\theta}$ —对时间 t 求导; 上标 ω' —对坐标 z 求导; l_0 —臂架初始状态下变幅缸长度; l_1 —当前变幅缸长度; l —臂架总长度; a —变幅缸铰接点到臂架底部距离; M —变幅液压缸对臂架的驱动力矩; F —伸缩液压缸对臂架的驱动力; x_z —伸缩液压缸位移; p_b —轴向力。

将式(11 ~ 13)代入式(10)中, 得到臂架变幅运动的动力学偏微分方程; 结合臂架底部铰接处边界条件, 可得臂架两端边界条件臂节之间几何与力学连续性条件, 具体如下式所示:

$$\rho A_b [\ddot{\omega}(z, t) + \dot{v}_b \omega'(z, t) + 2v_b \dot{\omega}'(z, t) + v_b^2 \omega''(z, t)] + EI_b \omega^{IV}(z, t) - p'_b(z) \omega'(z, t) - p_b(z) \omega''(z, t) + K \sin^2 \alpha(t) \omega(z, t) \delta(z - a) dz = -\rho A_b [z \ddot{\theta}(t) + v_b \dot{\theta}(t) + g \cos \theta(t)] \quad (14)$$

$$\omega(0, t) = 0 \quad (15)$$

$$\omega''(0, t) = 0 \quad (16)$$

$$J_c [\ddot{\omega}'_N(l, t) + 2v_N \ddot{\omega}''_N(l, t) + v_N^2 \omega'''_N(l, t) + \ddot{\theta}(t) + \dot{v}_N \omega''_N(l, t)] + EI_N \omega''_N(l, t) = 0 \quad (17)$$

$$m_c [l(t) \theta(t) + 2l(t) \dot{\theta}(t) + l(t) \ddot{\theta}(t) + 2v_N \dot{\omega}'_N(l, t) + v_N^2 \omega''_N(l, t) + \dot{v}_N \omega'_N(l, t) + \ddot{\omega}_N(l, t)] + p_N(z) \omega'_N(l, t) - EI_N \omega'''_N(l, t) = 0 \quad (18)$$

$$\omega_{b+1}(z_b^+, t) - \omega_b(z_b^-, t) = 0 \quad (19)$$

$$\omega'_{b+1}(z_b^+, t) - \omega'_b(z_b^-, t) = 0 \quad (20)$$

$$EI_{b+1} \omega''_{b+1}(z_b^+, t) - EI_b \omega''_b(z_b^-, t) = 0 \quad (21)$$

$$-EI_{b+1} \omega'''_{b+1}(z_b^+, t) + EI_b \omega'''_b(z_b^-, t) + p_{b+1}(z_b^+) \omega'_{b+1}(z_b^+, t) - p_{b-1}(z_b^-) \omega'_{b-1}(z_b^-, t) -$$

$$K \sin^2 \alpha(t) \omega_{b+1}(z_b^+, t) \delta(z_b^+ - a) = 0 \quad (22)$$

式中: $\omega_b(z, t)$, $\delta(z - a)$ 函数—臂架上某点到水平线的弧度和狄克雷函数; 狄克雷函数—在 $z = a$ 变幅缸处等效支承刚度。

3 臂架动力学求解

3.1 水平直线运动中的横向振动特性求解

在臂头做水平直线运动的过程中, 臂架的变幅角度与伸缩长度都会发生变化, 随着臂长的不断变化, 每段臂节的频率与振型函数都会不断地发生变化, 故无法根据式(14)直接求解臂头的时变动态响应。

参考文献[12]中计算方法, 为求解瞬态振动特性, 将运动过程在时间域内进行离散, 只考虑单一时刻的静态函数, 省去与速度相关项, 后在时间域内利用多项式拟合出与臂长相关函数, 近似替代求解动力学方程。

同时, 由于梁等连续体振动的动力学特性, 如频率与振型式仅与动力学偏微分方程以及边界条件的齐次部分有关, 故动力学方程式、边界条件式(17, 18)和连续性条件式可分别化为:

$$\rho A_b \ddot{\omega}(z, t) + EI_b \omega^{IV}(z, t) + K \sin^2 \alpha(t) \omega(z, t) \delta(z - a) = 0 \quad (23)$$

$$J_c \ddot{\omega}'_6(l, t) + EI_6 \omega''_6(l, t) = 0 \quad (24)$$

$$m_c \ddot{\omega}_6(l, t) - EI_6(l, t) \omega'''_6(l, t) = 0 \quad (25)$$

$$EI_b \omega'''_b(z_b^-, t) - EI_{b+1} \omega'''_{b+1}(z_b^+, t) + K \sin^2 \alpha(t) \omega_{b+1}(z_b^+, t) \delta(z_b^+ - a) = 0 \quad (26)$$

笔者运用模态叠加法进行近似求解, 即假设在任一时刻, 横向振动 $\omega_b(z, t)$ 可以由该时刻对应无数阶固有振型函数 $\varphi(z)$ 与广义坐标 $q(t)$ 的乘积和表示, 即:

$$\omega_b(z, t) = \sum_{i=1}^{+\infty} \varphi_{i,b}(z, l) q(t) = \varphi_b(z, l) q(t) \quad (27)$$

式中: 下标 i —第 i 阶固有振型函数。

$$\ddot{q}(t) = -w(l)^2 q(t) \quad (28)$$

$$w(l)^2 = \frac{EI_b}{\rho A_b} \gamma_b(l)^4 \quad (29)$$

式中: $w(l)$ —梁长为 l 时的固有频率; $\gamma_b(l)$ —臂长为 l 时的频率特征值。

将式(27)代入式(23), 结合式(28, 29), 则臂段 b 的频率特征值为:

$$\varphi_b^{(IV)}(z, l) = \gamma_b^4 \varphi_b(z, l) - K_\alpha / EI_b \delta(z - a) \varphi_b(z, l) \quad (30)$$

对式(30)进行拉氏变换与反变换:

$$\begin{aligned} \varphi_b(z, l) = & \varphi_b(z_{b-1}^+, l)S_b(z, l) + \varphi_b'(z_{b-1}^+, l)T_b(z, l) + \\ & \varphi_b''(z_{b-1}^+, l)U_b(z, l) + \varphi_b'''(z_{b-1}^+, l)V_b(z, l) - \\ & k_b\varphi_b(a, l)V_b(z-a, l)H(z) \end{aligned} \quad (31)$$

其中: $k_b = K_\alpha/EI_b$; S_b, T_b, U_b, V_b 参考文献[13]; $H(z) = H(z+z_{b-1}-a)H(a-z_{b-1})H(z_b-a)$ 。

根据传递函数法,将臂架的边界条件(15,16,24,25),臂节的连续条件(19~21,26)、代入振型函数系数式(31),可得齐次方程组:

$$\begin{bmatrix} B_1 & 0 & \cdots & 0 \\ C_1 & -D_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & C_2 & -D_3 & 0 & \\ \vdots & & 0 & \cdots & 0 \\ & & & 0 & C_5 & -D_6 \\ 0 & \cdots & & 0 & B_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_6 \end{bmatrix} = 0 \quad (32)$$

式中: B, C, D 参考文献[14]; P_b —臂节 b 振型。

$$P_b = [\varphi_b(z_{b-1}^+, l)\varphi_b''(z_{b-1}^+, l)\varphi_b'''(z_{b-1}^+, l)\varphi_b^{(4)}(z_{b-1}^+, l)]^T \quad (33)$$

在伸缩过程中,臂节组合与长度发生变化,各臂节频率特征值 $\gamma_N(l)$ 不断变化。将式中频率特征值代入式中,使得齐次方程组的系数矩阵仅含一个未知量 l ,可得臂架在伸缩过程中的任意长度 l 、阶数 i 、臂节 b 的频率特征值 $\gamma_{b,i}(l)$,代入式(31,32),可得臂节 b 的任意阶振型基函数 $\varphi_{b,i}(z, l)$;

拟合臂长 l 与频率特征值 $\gamma_{b,i}(l)$ 、振型函数系数 $\varphi_{b,i}(z_b, l)$ 及 $\varphi_{b,i}'(z_b, l)\varphi_{b,i}''(z_b, l)\varphi_{b,i}'''(z_b, l)$ 曲线,所得的 $\varphi_{b,i}(z, l)$ 即可近似地表示臂架伸缩过程中臂节 b 与臂长 l 的振型基函数;

最后,通过模态叠加法就可得出臂架近似振型函数。

3.2 水平直线运动中的横向振动响应求解

根据 Galerkin 法,笔者假设在任一时刻横向振动 $\omega_b(z, t)$ 可由该时刻所对应臂架的固有振型函数线性叠加,即:

$$\omega_b(z, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_{b,i}(z, l)q_i(t) \quad (34)$$

将式代入动力学微分方程,结合边界条件(15~18)与连续性条件(19~22),经化简可得:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sum_{b=1}^6 \int_{z_{b-1}}^{z_b} \rho A_b [\varphi_{b,i}(z, l)\ddot{q}_i(t) + 2\dot{\varphi}_{b,i}(z, l)\dot{q}_i(t) + \\ \ddot{\varphi}_{b,i}(z, l)q_i(t) + \dot{v}_b\varphi_{b,i}'(z, l)q_i(t) + 2v_b\varphi_{b,i}'(z, l)\dot{q}_i(t) + \\ 2v_b\dot{\varphi}_{b,i}'(z, l)q_i(t) + v_b^2\varphi_{b,i}''(z, l)q_i(t)] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EI_b\varphi_{b,i}^{IV}(z, l)q_i(t) - p_b'(z)\varphi_{b,i}'(z, l)q_i(t) + \\ K\sin^2\alpha(t)\varphi_{b,i}(z, l)q_i(t)\delta(z-a)dz - p_b(z)\varphi_{b,i}''(z, l)q_i(t) = \\ \sum_{b=1}^6 \int_{z_{b-1}}^{z_b} -\rho A_b [g\cos\theta(t) + z\ddot{\theta}(t) + v_b\dot{\theta}(t)] \end{aligned} \quad (35)$$

将上式两侧同乘以 $\varphi_{b,j}(z, l)$,并在 $[0, l]$ 上积分,可得 t 时刻臂架系统的质量矩阵 M 、阻尼矩阵 C 、刚度矩阵 K 和载荷向量 F :

$$\begin{aligned} m_{i,j} = \sum_{b=1}^6 \int_{z_{b-1}}^{z_b} \rho A_b \varphi_{b,i}(z, l)\varphi_{b,j}(z, l)dz + \\ m_c\varphi_{6,i}(l, l)\varphi_{6,j}(l, l) + J_c\varphi_{6,i}'(l, l)\varphi_{6,j}'(l, l) \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} c_{i,j} = \sum_{b=1}^6 \int_{z_{b-1}}^{z_b} 2\rho A_b [\dot{\varphi}_{b,i}(z, l)\varphi_{b,j}(z, l) + \\ v_b\varphi_{b,i}'(z, l)\varphi_{b,j}(z, l)]dz + 2m_c\dot{\varphi}_{6,i}(l, l)\varphi_{6,j}(l, l) + \\ 2m_c\varphi_{6,i}'(l, l)\varphi_{6,j}(l, l) + 2J_c\dot{\varphi}_{6,i}'(l, l)\varphi_{6,j}'(l, l) + \\ 2J_c\varphi_{6,i}''(l, l)\varphi_{6,j}'(l, l) \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} k_{i,j} = \sum_{b=1}^6 \int_{z_{b-1}}^{z_b} \rho A_b \ddot{\varphi}_{b,i}(z, l)\varphi_{b,j}(z, l) + \\ \rho A_b \dot{v}_b\varphi_{b,i}'(z, l)\varphi_{b,j}(z, l) + 2\rho A_b v_b\dot{\varphi}_{b,i}'(z, l)\varphi_{b,j}(z, l) + \\ \rho A_b v_b^2\varphi_{b,i}''(z, l)\varphi_{b,j}(z, l) - p_b'(z)\varphi_{b,i}'(z, l)\varphi_{b,j}(z, l) - \\ p_b(z)\varphi_{b,i}''(z, l)\varphi_{b,j}(z, l) + EI_b\varphi_{b,i}''(z, l)\varphi_{b,j}''(z, l)dz + \\ m_c[\ddot{\varphi}_{6,i}(l, l)\varphi_{6,j}(l, l) + v_6^2\varphi_{6,i}''(l, l)\varphi_{6,j}(l, l) + \\ 2v_6\dot{\varphi}_{6,i}'(l, l)\varphi_{6,j}(l, l) + \dot{v}_6\varphi_{6,i}'(l, l)\varphi_{6,j}(l, l)] + \\ J_c[2v_6\dot{\varphi}_{6,i}''(l, l)\varphi_{6,j}'(l, l) + J_c v_6^2\varphi_{6,i}''(l, l)\varphi_{6,j}''(l, l) + \\ \ddot{\varphi}_{6,i}(l, l)\varphi_{6,j}'(l, l) + \dot{v}_6\varphi_{6,i}'(l, l)\varphi_{6,j}'(l, l)] + \\ K_\alpha\varphi_{b,i}(z, l)\varphi_{b,j}(z, l)h(z_{b-1}, z, z_b) + \\ \sum_{b=1}^{N-1} [p_{b+1}(z_b) - p_b(z_b)]\varphi_{b,i}'(z_b, l)\varphi_{b,j}(z_b, l) \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} F_i = \sum_{b=1}^6 \int_{z_{b-1}}^{z_b} \{-\rho A_b [g\cos\theta(t) + z\ddot{\theta}(t) + v_b\dot{\theta}(t)] - \\ J_c\ddot{\theta}(t) - m_c[l(t)\theta(t) + \\ 2l(t)\dot{\theta}(t) + l(t)\ddot{\theta}(t)]\}\varphi_{b,i}(z, l)dz \end{aligned} \quad (39)$$

在模态叠加中,三阶以后影响较小,考虑计算的效率与结果的准确性,故此处采用 Galerkin 截断法选取前两阶模态进行计算,即:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (40)$$

令 $\mathbf{X} = [q_1(t) \quad \dot{q}_1(t) \quad q_2(t) \quad \dot{q}_2(t)]^T$,则可将动力学方程转换成空间状态的表达式,即:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u}, y = \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}\mathbf{u} \quad (41)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{11} & 0 & m_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & m_{21} & 0 & m_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ k_{11} & c_{11} & k_{12} & c_{12} \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ k_{21} & c_{21} & k_{22} & c_{22} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{11} & 0 & m_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & m_{21} & 0 & m_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ f_1 \\ 0 \\ f_2 \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$C = [\bar{\varphi}_{6,1}(l, l) \quad 0 \quad \bar{\varphi}_{6,2}(l, l) \quad 0] \quad (44)$$

式中: $\bar{\varphi}_{6,1}, \bar{\varphi}_{6,2}$ —臂节前两阶质量归一化振型。

4 具体算例

此处以某一 24 m 三节直臂伸缩式高空作业车为例,分析其在水平直线运动中臂架头部的动态响应。

其液压系统参数如表 1 所示。

表 1 液压系统参数

无杆腔工 作面积	无杆腔死 容积	有杆腔工 作面积	有杆腔死 容积	行程 L_N/m	液压油体积 弹性模量 $\beta_e/$ ($N \cdot m^{-2}$)
A_K/m^2	V_K/m^3	A_R/m^2	V_R/m^3		
2.69×10^{-2}	6.25×10^{-5}	1.15×10^{-2}	1.26×10^{-4}	1.828 4	7×10^8

臂架具体参数如表 2 所示。

表 2 臂架参数

臂号	臂架长 度 L_i/m	线密度 ρA_i $/(kg \cdot m^{-1})$	抗弯当量 刚度 $EI_i/$ ($N \cdot m^2$)	作业平台 质量 m_c/kg	转动惯量 $J/(kg \cdot m^2)$
一	7.92	67.20	5.18×10^7		
二	8.24	51.71	2.95×10^7	300	75
三	8.00	29.88	1.30×10^7		

当作业平台水平向右运动时,设定臂架初始长度为 11.77 m,初始角度为 60° ,工作高度为 10.2 m,臂架的变幅角度为 34.82° ,长度为 17.67 m。

运动过程中,臂架伸缩长度与变幅角度变化如图 6 所示。

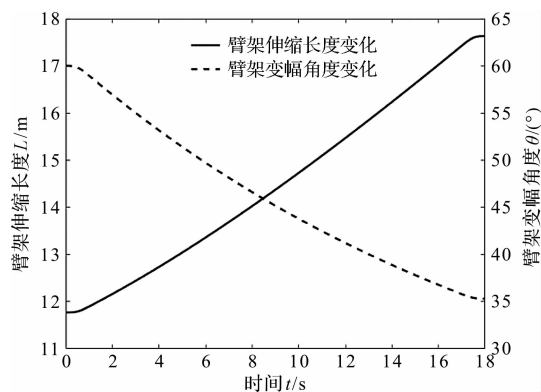


图 6 臂架伸缩长度与变幅角度变化图

图 6 中,变幅角度不断减小伸缩长度不断增加;同时,随着臂架伸缩长度的不断变化,臂段的长度与组合产生变化。

各臂段具体长度如图 7 所示。

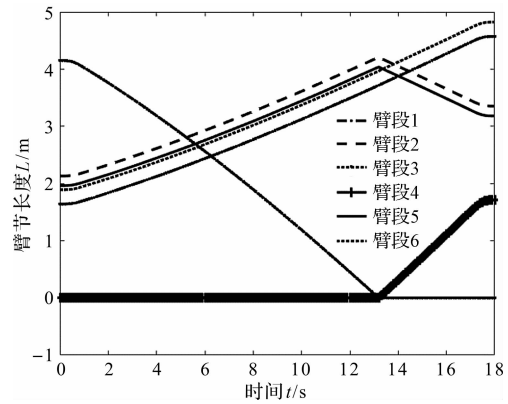


图 7 各臂节长度变化图

在臂架伸缩过程中,笔者选取随时间变化的臂长点 l ,根据式(31,32) 计算所得频率特征值与振型函数系数,分别使用多项式对其进行拟合。

其中,频率特征值拟合曲线如图 8 所示。

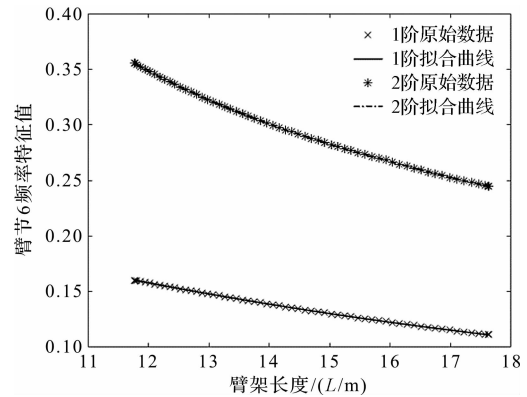


图 8 频率特征值拟合曲线

考虑准确性与计算效率,此处笔者采用三阶多项式拟合频率特征值。前两阶频率特征值 $\gamma_6(l)$ 随臂长 l 的增加不断减小。振型函数系数 $\gamma_6(z_5, l)$ 、 $\gamma_6'(z_5, l)$ 、 $\gamma_6''(z_5, l)$ 、 $\gamma_6'''(z_5, l)$,采用五阶多项式进行拟合。其中,一阶振型函数大于二阶振型;且随着长度增加,振型函数系数也在不断增加,但增长速度变慢。

臂架一阶具体的振型函数拟合曲线如图 9 所示。

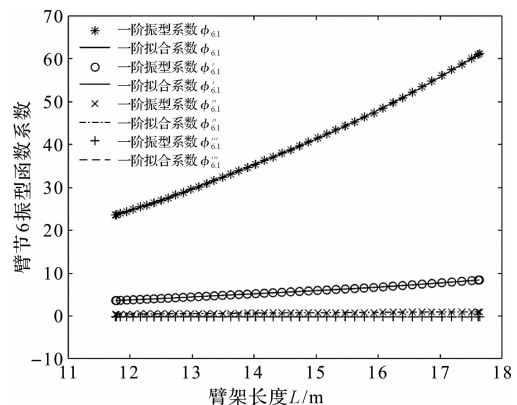


图 9 一阶振型函数系数拟合曲线

臂架二阶具体的振型函数拟合曲线如图 10 所示。

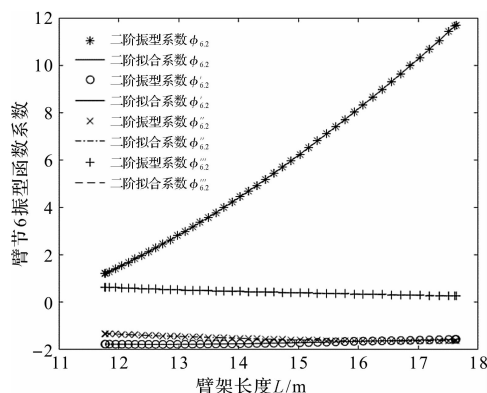


图 10 二阶振型函数系数拟合曲线

在式(38)求解 t 时刻载荷向量系数时,笔者将水平直线运动过程中的变幅角度 $\theta(t)$ 用三次多项式进行拟合,可得出关于臂长 l 的函数;求解出在 t 时刻对应臂长为 l 的动力学方程矩阵系数(35 ~ 37),代入式(40),可得出状态空间方程;在 Matlab/Simulink 环境下进行仿真模拟,可得出臂头动态响应。

其中,随着臂架水平直线运动距离 L_x 的增加,臂架头部振动频率降低,振幅变大,并在 17 s 左右达到最大幅值。

臂架水平直线运动中臂架头部的振动位移响应如图 11 所示。

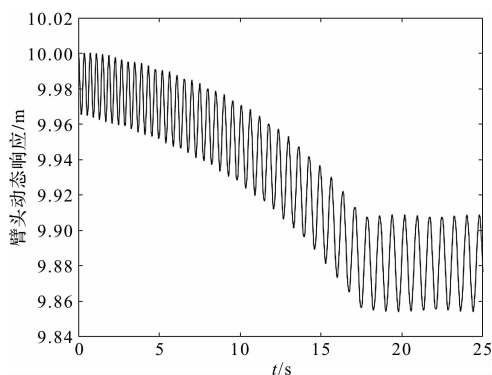


图 11 臂头部振动响应曲线

5 结束语

针对高空作业平台直线轨迹运动中的振动问题,笔者分析了平台沿水平直线运动时,臂架伸缩运动与变幅运动相互关系。

考虑臂架实际搭接与实际支承情况,笔者将臂架等效为底部铰接且具有弹性支承,叠加部位为具有集中参数的变截面、变长度梁;基于 Hamilton 原理建立

了臂架在运动过程中的动力学方程,结合模态叠加法,在时域上离散,求解了在不同长度下的瞬态振型函数;通过拟合近似等效臂架实际振型,然后利用 Galerkin 截断法得出了广义坐标下的状态空间方程,在 Matlab/Simulink 环境下得出了臂架在水平直线运动过程中头部的振动响应。

该研究工作可为高空作业平台臂架在直线轨迹运动中的振动控制提供理论参考。

参考文献 (References):

- [1] 肖宇晨. 直臂式高空作业车船体喷漆轨迹控制研究[D]. 大连:大连理工大学机械工程学院,2014.
- [2] 张楠,王晓飞,田飞,等. 直臂式高空作业平台电控系统研究[J]. 建筑机械化,2019,40(10):30-33.
- [3] 王昭君,何雪滋,周振东,等. 基于 ADAMS 的折臂式高空作业车展开作业稳定性分析[J]. 机电工程,2020,37(3):259-263.
- [4] 孙占瑞,程琳,张小静. 高空作业车辆稳定性计算方法探讨[J]. 工程机械,2019,50(7):46-50.
- [5] 曹旭阳,刘鹏飞,周景松,等. 伸缩臂高空作业车直线轨迹控制系统研究[J]. 机床与液压,2012,40(23):64-69.
- [6] 陈添明,姚占磊,张竞. 基于蒙特卡洛法的混合伸缩折臂式高空作业平台车工作空间计算研究[J]. 建筑机械,2020,40(2):57-61.
- [7] PERTSCH A, SAWODNY O. Modelling and control of coupled bending and torsional vibrations of an articulated aerial ladder[J]. *Mechatronics*,2016,33(2):34-48.
- [8] 王亮,陈怀海,贺旭东,等. 轴向运动变长度悬臂梁的振动控制[J]. 振动工程学报,2009,22(6):565-570.
- [9] WANG L H, HU Z D, ZHONG Z, et al. Dynamic analysis of an axially translating viscoelastic beam with an arbitrarily varying length[J]. *Acta Mechanica*,2010,214(3):225-244.
- [10] 杜文正,张金星,姚晓光,等. 特种起重机伸缩臂振动特性建模分析与试验[J]. 振动与冲击,2016,35(22):169-175.
- [11] 叶小华,岑豫皖,赵韩,等. 基于液压弹簧刚度的阀控非对称缸建模仿真[J]. 中国机械工程,2011,22(1):23-27.
- [12] ZHU W D, NI J, HUANG J. Active control of translating media with arbitrarily varying length[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2001,123(1):347-358.
- [13] 陈怀海,贺旭东. 振动及其控制[M]. 北京:国防工业出版社,2014.
- [14] 王豪,纪爱敏,张磊,等. 高空作业平台臂架变幅振动特性研究[J]. 振动与冲击,2020,39(8):40-46.

[编辑:冯黎雅]

本文引用格式:

邓 铭,纪爱敏,张磊,等. 高空作业平台臂架水平直线运动中的振动分析[J]. 机电工程,2021,38(1):35-41.

DENG Ming, JI Ai-min, ZHANG Lei, et al. Vibration analysis of the boom of aerial work platform in horizontal linear motion[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2021,38(1):35-41.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>