

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2021.05.007

机电系统一体化建模与动力学 仿真向量键合图法^{*}

王中双, 师永珍, 尹久政

(齐齐哈尔大学 机电工程学院, 黑龙江 齐齐哈尔 161006)

摘要:针对机电系统一体化动力学仿真过程中存在的问题,提出了适用于计算机自动建模的向量键合图法。考虑到系统独立贮能场、耗散场方程是非线性的情况,推导出了系统状态方程;以修正非线性连续接触碰撞力混合模型为基础,建立了间隙运动副的向量键合图模型;在此基础上,建立了计及驱动电机、非线性运动副间隙的曲柄滑块压力机机构系统向量键合图模型,实现了非线性机电系统的一体化自动建模及动力学仿真,验证了所述方法的可靠性。研究表明:建立的系统状态方程通用性更强,建模方式程式化;建立的间隙运动副向量键合图模型具有精细度高、模块化的特点,特别适用于精确计及运动副间隙的机电系统一体化计算机建模及动力学仿真;运动副间隙对机电系统动态性能产生一定程度的影响,使机构连杆两端运动副约束反力、刀具加速度呈高频振荡状态,最大值分别增加 3.55%、2.8%、5.7%,进一步说明了该方法的有效性。

关键词:向量键合图;机电系统;运动副间隙;状态方程;一体化建模;动力学仿真

中图分类号:TH113

文献标识码:A

文章编号:1001-4551(2021)05-0566-07

Vector bond graph method for integrated modeling and dynamic simulation of electromechanical systems

WANG Zhong-shuang, SHI Yong-zhen, YIN Jiu-zheng

(School of Mechatronic Engineering, Qiqihar University, Qiqihar 161006, China)

Abstract: Aiming at the problem of integrated dynamic simulation of electromechanical systems, a vector bond graph method suitable for computer automatic modeling was proposed. Considering that the equations of independent energy storage field and dissipation field were nonlinear, the system state equations were derived. Based on improved hybrid nonlinear continuous contact and collision model, the vector bond graph model describing joint clearance was made. Based on this, the vector bond graph model of a crank slider press mechanism system including driving motor and nonlinear joint clearance was made, the integrated automatic modeling and dynamic simulation of the nonlinear electromechanical system were realized, and the reliability of this procedure was verified. The results indicate that the established system state equations are more universal and the modeling method is stylized. The proposed model has the characteristics of high precision and modularization, which is especially suitable for the integrated computer modeling and dynamic simulation of electromechanical system with accurate calculation of joint clearance. The joint clearance has a certain degree of influence on the dynamic performance of electromechanical system, which makes the joint constraint force at both ends of the linkage and the tool acceleration oscillate in a high-frequency state. The maximum value increases by 3.55%, 2.8% and 5.7%, respectively, which further demonstrates the effectiveness of the method presented.

Key words: vector bond graph; electromechanical system; joint clearance; state equations; integrated modeling; dynamic simulation

收稿日期:2020-07-25

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51175272)

作者简介:王中双(1962-),男,辽宁新民人,博士,教授,硕士生导师,主要从事基于键合图理论的机械系统动力学建模、仿真及优化等方面的研究。E-mail:wzhsh1962@163.com

0 引言

随着现代机械装备性能的不断提高,系统不再局限于单一的机械能域,往往由多能域(例如机、电)子系统所构成。以分析力学及弹性力学为基础的各类动力学分析方法(例如牛顿-欧拉动力学方法、拉格朗日方法)及软件^[1,2]仅适用于机械能域的系统,对于多能域系统的一体化计算机建模、动力学仿真及分析存在很大的局限性。

为解决上述问题,键合图方法^[3]提供了颇具特色的有效途径,在实际工程中得到了广泛的应用^[4-6]。文献[7]基于系统键合图的场和结型结构,较详细地阐述了用于计算机自动建立系统状态方程的矩阵法,该方法对于相当一部分机电系统是非常有效的。但在建立多体系统键合图模型时,每个键对应一个势变量和一个流变量,表达形式比较繁杂,实际应用非常不便。另外,多体系统键合图模型存在微分因果关系,也给实现计算机自动建模带来了非常大的代数困难。为此,文献[8]进一步扩展了键合图的概念,提出了向量键合图法。向量键合图的每个键对应一个势向量和一个流向量,表达方式简明,包含信息更大。文献[9,10]分别应用向量键合图法实现了电机驱动的平面开链机械臂系统、计及运动副间隙的平面四连杆机构的动力学分析,但由于其向量键合图存在微分因果关系,建立系统动力学方程的方式还都局限于手工推导。文献[11]将机构运动副约束反力向量视作未知势源向量,添加到系统向量键合图模型相应的0-结,可以完全消除微分因果关系,基于 MLSD 运动副间隙模型^[12],应用向量键合图法实现了含运动副间隙的 RRR-RRP 六连杆压力机机构计算机建模与动力学仿真。

但是,对于有些非线性系统,其向量键合图贮能场和耗散场方程是非线性的,其建模方法具有很大的局限性。另外,由于 MLSD 模型采用线性弹簧阻尼描述间隙运动副的接触碰撞,实际应用中也具有局限性,例如不能反映碰撞过程中的能量转换特性,其弹簧阻尼器的参数难以确定等。

针对上述问题,笔者提出一种适用于计算机自动建模的向量键合图法,通过对计及驱动电机、非线性运动副间隙的曲柄滑块压力机机构系统进行一体化自动建模与动力学仿真,验证所述方法的可靠性及有效性。

1 系统状态方程及运动副约束反力方程

全积分因果关系系统键合图模型场和结型结构如图1所示。

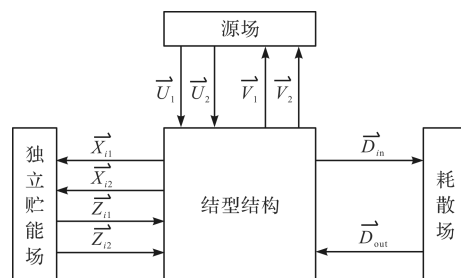


图1 全积分因果关系系统键合图模型场和结型结构

$\vec{X}_{i1}$ —系统独立贮能场独立运动的能量变量向量,为 m_1 维列向量; $\vec{X}_{i2}$ —系统独立贮能场非独立运动的能量变量向量,为 m_2 维列向量; $\vec{Z}_{i1}$ —系统独立贮能场独立运动的共能量变量向量,为 m_1 维列向量; $\vec{Z}_{i2}$ —系统独立贮能场非独立运动的共能量变量向量,为 m_2 维列向量; $\vec{D}_{in}, \vec{D}_{out}$ —耗散场的输入向量、输出向量,为 L 维列向量; $\vec{U}_1$ —系统已知源输入向量,为 m_s 维列向量; $\vec{U}_2$ —系统运动副约束反力向量,为 m_u 维列向量

由图1可知,对于系统独立贮能场,可将其特性方程列写成如下非线性的形式:

$$\vec{Z}_{i1} = \mathbf{F}_{i1}(\vec{X}_{i1}) \quad (1)$$

$$\vec{Z}_{i2} = \mathbf{F}_{i2}(\vec{X}_{i2}) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{F}_{i1}(\vec{X}_{i1})$ — $m_1 \times m_1$ 函数矩阵; $\mathbf{F}_{i2}(\vec{X}_{i2})$ — $m_2 \times m_2$ 函数矩阵。

对于系统耗散场,可将其特性方程列写成如下非线性的形式:

$$\vec{D}_{out} = \mathbf{R}(\vec{X}_i) \vec{D}_{in} \quad (3)$$

式中: $\vec{X}_i$ — N 维列向量, $\vec{X}_i = [\vec{X}_{i1} \vec{X}_{i2}]^T$; $\mathbf{R}(\vec{X}_i)$ — $L \times L$ 函数矩阵。

系统的结型结构方程可写成如下形式^[13]:

$$\dot{\vec{X}}_{i1} = \mathbf{J}_{i1i1} \vec{Z}_{i1} + \mathbf{J}_{i1i2} \vec{Z}_{i2} + \mathbf{J}_{i1L} \vec{D}_{out} + \mathbf{J}_{i1u1} \vec{U}_1 + \mathbf{J}_{i1u2} \vec{U}_2 \quad (4)$$

$$\dot{\vec{X}}_{i2} = \mathbf{J}_{i2i1} \vec{Z}_{i1} + \mathbf{J}_{i2i2} \vec{Z}_{i2} + \mathbf{J}_{i2L} \vec{D}_{out} + \mathbf{J}_{i2u1} \vec{U}_1 + \mathbf{J}_{i2u2} \vec{U}_2 \quad (5)$$

$$\vec{D}_{in} = \mathbf{J}_{Li1} \vec{Z}_{i1} + \mathbf{J}_{Li2} \vec{Z}_{i2} + \mathbf{J}_{LL} \vec{D}_{out} + \mathbf{J}_{Lu1} \vec{U}_1 + \mathbf{J}_{Lu2} \vec{U}_2 \quad (6)$$

$$0 = \mathbf{J}_{Ci1} \vec{Z}_{i1} + \mathbf{J}_{Ci2} \vec{Z}_{i2} + \mathbf{J}_{CL} \vec{D}_{out} + \mathbf{J}_{Cu1} \vec{U}_1 \quad (7)$$

式中:系数矩阵 $\mathbf{J}$ —结型结构矩阵,皆为向量 $\vec{X}_i$ 的函数。

将式(1~7)联立,经进一步代数处理可建立系统状态方程及运动副约束反力方程。

当 $\det(\mathbf{T}_{LE}) \neq 0$ 时,有:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{X}}_1 &= \mathbf{T}_{i_1 i_1} \bar{X}_1 + \mathbf{T}_{i_1 i_2} \bar{X}_2 + \mathbf{T}_{i_1 u_1} \bar{U}_1 + \mathbf{T}_{i_1 u_2} \bar{U}_2 & (a) \\ \dot{\bar{X}}_2 &= \mathbf{T}_{i_2 i_1} \bar{X}_1 + \mathbf{T}_{i_2 i_2} \bar{X}_2 + \mathbf{T}_{i_2 u_1} \bar{U}_1 + \mathbf{T}_{i_2 u_2} \bar{U}_2 & (b) \\ \bar{U}_2 &= -\mathbf{T}_{LE}^{-1} (\mathbf{T}_{u_2 i_1} \bar{X}_1 + \mathbf{T}_{u_2 i_2} \bar{X}_2 + \mathbf{T}_{u_2 u_1} \bar{U}_1) & (c) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中: $\mathbf{T}_{i_1 i_1} = \mathbf{J}_{i_1 i_1} \mathbf{F}_{i_1}(\bar{X}_1) + \mathbf{J}_{i_1 L} \mathbf{R}(\bar{X}_i) \mathbf{B}_1$; $\mathbf{T}_{i_1 i_2} = \mathbf{J}_{i_1 i_2} \mathbf{F}_{i_2}(\bar{X}_2) + \mathbf{J}_{i_1 L} \mathbf{R}(\bar{X}_i) \mathbf{B}_2$; $\mathbf{T}_{i_1 u_1} = \mathbf{J}_{i_1 u_1} + \mathbf{J}_{i_1 L} \mathbf{R}(\bar{X}_i) \mathbf{B}_3$; $\mathbf{T}_{i_1 u_2} = \mathbf{J}_{i_1 u_2} + \mathbf{J}_{i_1 L} \mathbf{R}(\bar{X}_i) \mathbf{B}_4$; $\mathbf{T}_{i_2 i_1} = \mathbf{J}_{i_2 i_1} \mathbf{F}_{i_1}(\bar{X}_1) + \mathbf{J}_{i_2 L} \mathbf{R}(\bar{X}_i) \mathbf{B}_1$; $\mathbf{T}_{i_2 i_2} = \mathbf{J}_{i_2 i_2} \mathbf{F}_{i_2}(\bar{X}_2) + \mathbf{J}_{i_2 L} \mathbf{R}(\bar{X}_i) \mathbf{B}_2$; $\mathbf{T}_{i_2 u_1} = \mathbf{J}_{i_2 u_1} + \mathbf{J}_{i_2 L} \mathbf{R}(\bar{X}_i) \mathbf{B}_3$; $\mathbf{T}_{i_2 u_2} = \mathbf{J}_{i_2 u_2} + \mathbf{J}_{i_2 L} \mathbf{R}(\bar{X}_i) \mathbf{B}_4$; $\mathbf{T}_{LE} = \mathbf{J}_{CL} \mathbf{R}(\bar{X}_i) \mathbf{B}_4$; $\mathbf{T}_{u_2 i_1} = \mathbf{J}_{Ci_1} \mathbf{F}_{i_1}(\bar{X}_1) + \mathbf{J}_{CL} \mathbf{R}(\bar{X}_i) \mathbf{B}_1$; $\mathbf{T}_{u_2 i_2} = \mathbf{J}_{Ci_2} \mathbf{F}_{i_2}(\bar{X}_2) + \mathbf{J}_{CL} \mathbf{R}(\bar{X}_i) \mathbf{B}_2$; $\mathbf{T}_{u_2 u_1} = \mathbf{J}_{Cu_1} + \mathbf{J}_{CL} \mathbf{R}(\bar{X}_i) \mathbf{B}_3$; $\mathbf{B}_1 = (\mathbf{I}_1 - \mathbf{J}_{LL} \mathbf{R}(\bar{X}_i))^{-1} (\mathbf{J}_{Li_1} \mathbf{F}_{i_1}(\bar{X}_1))$; $\mathbf{B}_2 = (\mathbf{I}_1 - \mathbf{J}_{LL} \mathbf{R}(\bar{X}_i))^{-1} (\mathbf{J}_{Li_2} \mathbf{F}_{i_2}(\bar{X}_2))$; $\mathbf{B}_3 = (\mathbf{I}_1 - \mathbf{J}_{LL} \mathbf{R}(\bar{X}_i))^{-1} \mathbf{J}_{Lu_1}$; $\mathbf{B}_4 = (\mathbf{I}_1 - \mathbf{J}_{LL} \mathbf{R}(\bar{X}_i))^{-1} \mathbf{J}_{Lu_2}$ 。

式中: $\mathbf{I}_1$ — $L \times L$ 单位矩阵。

当 $\mathbf{J}_{CL} = 0$ 时,有:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{X}}_1 &= \mathbf{T}_{i_1 i_1} \bar{X}_1 + \mathbf{T}_{i_1 i_2} \bar{X}_2 + \mathbf{T}_{i_1 u_1} \bar{U}_1 + \mathbf{T}_{i_1 u_2} \bar{U}_2 & (a) \\ \dot{\bar{X}}_2 &= \mathbf{T}_{i_2 i_1} \bar{X}_1 + \mathbf{T}_{i_2 i_2} \bar{X}_2 + \mathbf{T}_{i_2 u_1} \bar{U}_1 + \mathbf{T}_{i_2 u_2} \bar{U}_2 & (b) \\ 0 &= (\mathbf{H}_1 + \mathbf{J}_{Ci_1} \dot{\bar{F}}_1) \bar{X}_1 + (\mathbf{H}_2 + \mathbf{J}_{Ci_2} \dot{\bar{F}}_2) \bar{X}_2 + & (c) \\ &\quad \mathbf{H}_4 \bar{U}_2 + \mathbf{H}_3 \bar{U}_1 + \mathbf{J}_{Cu_1} \dot{\bar{U}}_1 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中: $\dot{\bar{F}}_i(i, j) = K_1(i, j) (\mathbf{T}_{i_1 i_1} \bar{X}_1 + \mathbf{T}_{i_1 i_2} \bar{X}_2 + \mathbf{T}_{i_1 u_1} \bar{U}_1 + \mathbf{T}_{i_1 u_2} \bar{U}_2)$; $K_1(i, j) = \left(\frac{\partial F_{i_1}(i, j)}{\partial \bar{X}_1(1)} \frac{\partial F_{i_1}(i, j)}{\partial \bar{X}_1(2)} \dots \frac{\partial F_{i_1}(i, j)}{\partial \bar{X}_1(m_1)} \right)$; $\dot{\bar{F}}_2(i, j) = K_2(i, j) (\mathbf{T}_{i_2 i_1} \bar{X}_1 + \mathbf{T}_{i_2 i_2} \bar{X}_2 + \mathbf{T}_{i_2 u_1} \bar{U}_1 + \mathbf{T}_{i_2 u_2} \bar{U}_2)$; $K_2(i, j) = \left(\frac{\partial F_{i_2}(i, j)}{\partial \bar{X}_2(1)} \frac{\partial F_{i_2}(i, j)}{\partial \bar{X}_2(2)} \dots \frac{\partial F_{i_2}(i, j)}{\partial \bar{X}_2(m_2)} \right)$; $\mathbf{H}_1 = \dot{\mathbf{J}}_{Ci_1} \mathbf{F}_{i_1}(\bar{X}_1) + \mathbf{J}_{Ci_1} \mathbf{F}_{i_1}(\bar{X}_1) \mathbf{T}_{i_1 i_1} + \mathbf{J}_{Ci_2} \mathbf{F}_{i_2}(\bar{X}_2) \mathbf{T}_{i_2 i_1}$; $\mathbf{H}_2 = \dot{\mathbf{J}}_{Ci_2} \mathbf{F}_{i_2}(\bar{X}_2) + \mathbf{J}_{Ci_2} \mathbf{F}_{i_2}(\bar{X}_2) \mathbf{T}_{i_2 i_2} + \mathbf{J}_{Ci_1} \mathbf{F}_{i_1}(\bar{X}_1) \mathbf{T}_{i_1 i_2}$; $\mathbf{H}_3 = \dot{\mathbf{J}}_{Cu_1} + \mathbf{J}_{Cu_1} \mathbf{F}_{i_1}(\bar{X}_1) \mathbf{T}_{i_1 u_1} + \mathbf{J}_{Cu_2} \mathbf{F}_{i_2}(\bar{X}_2) \mathbf{T}_{i_2 u_1}$; $\mathbf{H}_4 = \mathbf{J}_{Ci_1} \mathbf{F}_{i_1}(\bar{X}_1) \mathbf{T}_{i_1 u_2} + \mathbf{J}_{Ci_2} \mathbf{F}_{i_2}(\bar{X}_2) \mathbf{T}_{i_2 u_2}$ 。

式中: $F_{i_1}(i, j)$, $\dot{F}_{i_1}(i, j)$, $K_1(i, j)$, $F_{i_2}(i, j)$, $\dot{F}_{i_2}(i, j)$, $K_2(i, j)$ —相应矩阵第 i 行第 j 列的元素; $X_{i_1}(i)$, $X_{i_2}(i)$ —相应向量 $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$ 的第 i 个分量;

对于通过上述推导所建立的系统状态方程(8)或方程(9),给定系统状态变量向量 $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$ 的初值,可直接由方程(8c)求得运动副约束反力向量 $\bar{U}_2$;或通过

MATLAB 的 fsolve 指令解形如方程(9c)的代数方程组,求得运动副约束反力向量 $\bar{U}_2$ 。将向量 $\bar{U}_2$ 代入到方程(8a, 8b)或方程(9a, 9b)中去,采用 MATLAB 的 Ode45 求解器进行求解。

与现有文献相比较,本文所建立的系统状态方程有如下不同:(1)考虑到系统向量键合图模型独立储能场及耗散场方程是非线性的情况,即式(1~3)中的系数矩阵 $\mathbf{F}_{i_1}$, $\mathbf{F}_{i_2}$, $\mathbf{R}$ 为状态变量向量 $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$ 的函数矩阵,而非常数矩阵;(2)以此为基础所建立的形如式(8)或式(9)的系统状态方程比现有文献所给出的系统状态方程更具有通用性,适用领域更宽。

2 计及运动副间隙的机电系统向量键合图模型

电机驱动含间隙曲柄滑块压力机机构系统如图 2 所示。

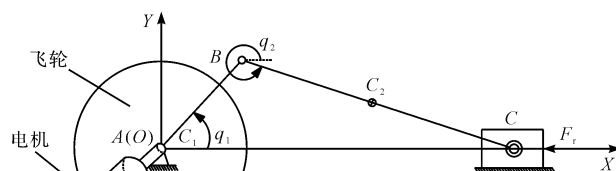


图 2 电机驱动含间隙曲柄滑块压力机机构系统

由图 2 可知,曲柄 AB 质心位于 A 点,其余各杆件均匀。

机构参数如下^[14]:各杆件长度 $l_{AB} = 0.15 \text{ m}$, $l_{BC} = 0.564 \text{ m}$, 各杆件质量 $m_{AB} = 0.4506 \text{ kg}$, $m_{BC} = 1.6403 \text{ kg}$, 相应的转动惯量 $J_{AB} = 0.0018 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_{BC} = 0.0945 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。滑块(刀具)质量 $m_K = 10 \text{ kg}$, 工作阻力 $F_r = 0 \text{ N}$ 。 C_1, C_2 —曲柄 AB、连杆 BC 的质心; q_1, q_2 —曲柄 AB 和连杆 BC 的角位移; $\dot{q}_1, \dot{q}_2$ —相应杆件的角速度。

设机构运动副 C 含有间隙,用修正非线性连续接触碰撞力混合模型来描述^[15],其参数如下:轴与轴套的半径之差 $c = 0.5 \text{ mm}$,恢复系数 $c_e = 0.9$,轴与轴套相互碰撞导致的压入深度为 δ_c ,其初始速度 $\dot{\delta}_{c_0} = 1 \text{ m/s}$,杨氏弹性模量 $E = 206 \text{ GPa}$ 。

驱动电机参数如下:电枢线圈电感、电阻分别为 $L_a = 0.05 \text{ H}$, $r_a = 0.4 \Omega$,换能系数 $T = 0.678 \text{ N} \cdot \text{m/A}$, 转子阻尼系数 $D_a = 0.226 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$,电机输入电压 $V_i = 60 \text{ V}$,电枢线圈电流强度 i_a ,其初始值 $i_a(0) = 0$ 。

系统向量键合图模型如图 3 所示。

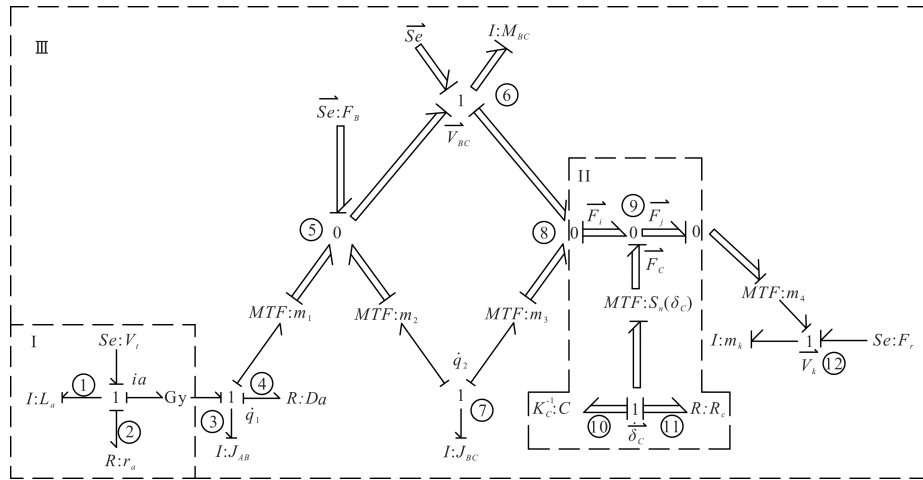
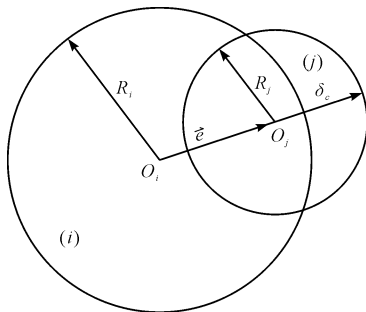


图3 系统向量键合图模型

$\vec{V}_K$ —滑块(刀具)的速度向量; $\vec{\delta}_c, \dot{\vec{\delta}}_c$ —容性元件 C_{10} 的广义位移、广义速度向量,即轴与轴套相互碰撞的压入深度向量、相对弹性变形速度向量; δ_c —轴与轴套相互碰撞的压入深度; M_{BC} —连杆 BC 的质量矩阵, $M_{BC} = \text{diag}(m_{BC} \ m_{BC})$; $\vec{V}_{BC}$ —连杆 BC 质心速度向量, $\vec{V}_{BC} = [V_{BCx} \ V_{BCy}]^T$

该系统永磁式直流驱动电动机的键合图模型如图3中的I部分所示^[16]。该机构曲柄 AB 、连杆 BC 彼此间用转动副连接,滑块(刀具)与机架通过移动副连接。由于机构运行时滑块(刀具)冲切工件会发生碰撞与冲击,连接连杆 BC 与滑块(刀具)的转动副 C 受实际冲切力的影响最直接,极易产生磨损,故这里仅计及转动副 C 的间隙。笔者分别建立图2所示机构各构件的向量键合图模型,将其按照机构的上述运动约束关系键接起来,可以建立计及运动副间隙的曲柄滑块压力机机构向量键合图模型,将其与图3I驱动电机的键合图模型进一步键接,可以建立图2所示机电系统完整的向量键合图模型。其中,间隙转动副 C 的向量键合图模型如图3中的II部分所示。

转动副 C 间隙模型简图如图4所示。

图4 转动副 C 间隙模型简图

R_i —轴套的半径; R_j —轴的半径; $\vec{e}$ —旋转铰 C 轴与轴套的偏心向量; e —旋转铰 C 轴与轴套的偏心量

由图4可知:间隙转动副 C 用修正非线性连续接触碰撞力混合模型来描述。该模型是在 $L-N$ 碰撞力模

型^[17]及改进弹性基础模型^[18]的基础上提出的,解决了碰撞刚度系数的取值问题,且不受间隙尺寸和恢复系数的限制,实际应用中能够更精确地描述运动副间隙。构件 i 表示轴套,构件 j 表示轴, O_i, O_j 分别为轴套和轴的轴心点。

设轴与轴套的半径差为 c ,则有:

$$\delta_c = e - c \quad (10)$$

$$c = R_i - R_j \quad (11)$$

为建立间隙转动副 C 的向量键合图模型,笔者将间隙转动副碰撞力进一步归纳整理成向量形式:

$$\vec{F}_C = \mathbf{S}_n(\delta_c) \mathbf{K}_C \vec{\delta}_c + \mathbf{S}_n(\delta_c) \mathbf{R}_C \dot{\vec{\delta}}_c \quad (12)$$

$$\mathbf{S}_n(\delta_c) = \begin{cases} \mathbf{I} & \delta_c \geq 0 \\ \mathbf{0} & \delta_c < 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$K_n = \frac{1}{8} \pi E \sqrt{\frac{2\delta_c [3(R_i - R_j) + 2\delta_c]^2}{(R_i - R_j + \delta_c)^3}}; \quad (14)$$

$$D_{\text{Mod}} = 3K_n (1 - c_e^2) e^{2(1-c_e)} \delta_c^n / (4\dot{\delta}_{c0}) \quad (15)$$

式中: $\mathbf{I}$ —单位矩阵; $\mathbf{0}$ —零矩阵; K_n —修正后的非线性刚度系数; D_{Mod} —修正后的阻尼系数; E —弹性模量; c_e —恢复系数; $\dot{\delta}_{c0}$ —初始碰撞速度。

其中: $\mathbf{K}_C = \text{diag}(K_n \delta_c^{n-1} \ K_n \delta_c^{n-1})$; $\mathbf{R}_C = \text{diag}(D_{\text{Mod}} \ D_{\text{Mod}})$ 。

式(12)所表示的转动副 C 间隙碰撞力向量方程可以用图3II所示的向量键合图来表示。其中,容性元件 C_{10} 表示旋转铰 C 间隙的弹性效应,其特性方程(势向量 $\vec{e}_{10}$ 与广义位移向量 $\vec{q}_{10}$ 的关系方程)为式(12)等号右边的第一项;阻性元件 R_{11} 表示转动副 C 间隙的阻性效应,其特性方程(势向量 $\vec{e}_{11}$ 与流向量 $\vec{f}_{11}$

的关系方程)为式(12)等号右边的第二项。由此可知,图3Ⅱ的容性元件 C_{10} 、阻性元件 R_{11} 的特性方程皆为非线性方程,这会导致与图3所示系统向量键合图相对应的方程(1~3)是非线性方程。

为使图3所示系统向量键合图模型为全积分因果关系,笔者将转动副 B 的约束反力向量 $\vec{S}_5$ 视作未知势源向量,加在图3相应的0-结处,这种方法已经在其他平面多体系统的动力学建模与仿真中得到了有效的应用。

3 系统动力学仿真及分析

由本文所述方法可得图3中与图1相对应的向量,其中:

$$\vec{X}_{i_1} = [p_1 \quad p_3 q_{10x} \quad q_{10y}]^T = \quad (16)$$

$$[L_a i_a \quad J_{AB} \dot{q}_1 \quad \delta_{Cx} \quad \delta_{Cy}]^T$$

$$\vec{X}_{i_2} = [p_{6x} \quad p_{6y} \quad p_7 \quad p_{12}]^T = \quad (17)$$

$$[m_{BC} V_{BCx} \quad m_{BC} V_{BCy} \quad J_{BC} \dot{q}_2 \quad m_K V_K]^T$$

$$\vec{Z}_{i_1} = [f_1 \quad f_3 \quad e_{10x} \quad e_{10y}]^T = [i_a \quad \dot{q}_1 \quad F_{Cx} \quad F_{Cy}]^T \quad (18)$$

$$\vec{Z}_{i_2} = [f_{6x} \quad f_{6y} \quad f_7 \quad f_{12}]^T = [V_{BCx} \quad V_{BCy} \quad \dot{q}_2 \quad V_K]^T \quad (19)$$

$$\vec{D}_{in} = [f_2 \quad f_4 \quad f_{11x} \quad f_{11y}]^T \quad (20)$$

$$\vec{D}_{out} = [e_2 \quad e_4 \quad e_{11x} \quad e_{11y}]^T \quad (21)$$

$$\vec{U}_1 = [Se_1 \quad Se_{6x} \quad Se_{6y} \quad Se_{12}]^T = [V_t \quad 0 \quad -m_{BC}g \quad F_r]^T \quad (22)$$

$$\vec{U}_2 = [Se_{5x} \quad Se_{5y}]^T = [F_{Bx} \quad F_{By}]^T \quad (23)$$

式中: p —图3中惯性元件的广义动量; q —图3中容性元件的广义位移; δ_{Cx}, δ_{Cy} —图3中相应容性元件 C_{10} 的广义位移向量 $\vec{\delta}_c$ 在 X 轴及 Y 轴方向的投影; e, f —图3中相应元件的势变量及流变量; F_{Cx}, F_{Cy} —间隙转动副 C 的约束反力向量 $\vec{F}_C$ 在 X 轴及 Y 轴方向的投影; Se_1, Se_{12} —图3中与电机输入电压和工作阻力相对应的势源; Se_{6x}, Se_{6y} —图3中势源向量 $\vec{S}_6$ 在 X 轴及 Y 轴方向的投影; Se_{5x}, Se_{5y} —图3中势源向量 $\vec{S}_5$ 在 X 轴及 Y 轴方向的投影; F_{Bx}, F_{By} —运动副 B 约束反力向量 $\vec{F}_B$ 在 X 轴及 Y 轴方向的投影。

由图3所示系统向量键合图,可以建立方程(1~3)的函数关系矩阵:

$$F_{i_1}(\vec{X}_{i_1}) = \text{diag}(1/L_a \quad 1/J_{ab} \quad K_n \quad K_n) \quad (24)$$

$$R(\vec{X}_i) = [r_a \quad D_a \quad D_{\text{Mod}} \quad D_{\text{Mod}}]^T \quad (25)$$

同时,也可以确定方程(4~7)中的函数系数矩阵。

由于 K_n, D_{Mod} 是关于弹性变形量 δ_c 的非线性函数,这使得 $F_{i_1}(\vec{X}_{i_1})$ 、 $R(\vec{X}_i)$ 为非线性函数矩阵,无法应用现有文献所述方法实现该系统的自动建模与动力学仿真。以本文所述算法为基础所编制的 MATLAB 软件,可以用程式化的方式自动建立该系统的状态方程,其形式为方程(9),并求解。

无间隙机构、有间隙机构运动副 C 约束反力合力曲线、滑块(刀具)加速度曲线、运动副 B 约束反力合力曲线如图5所示。

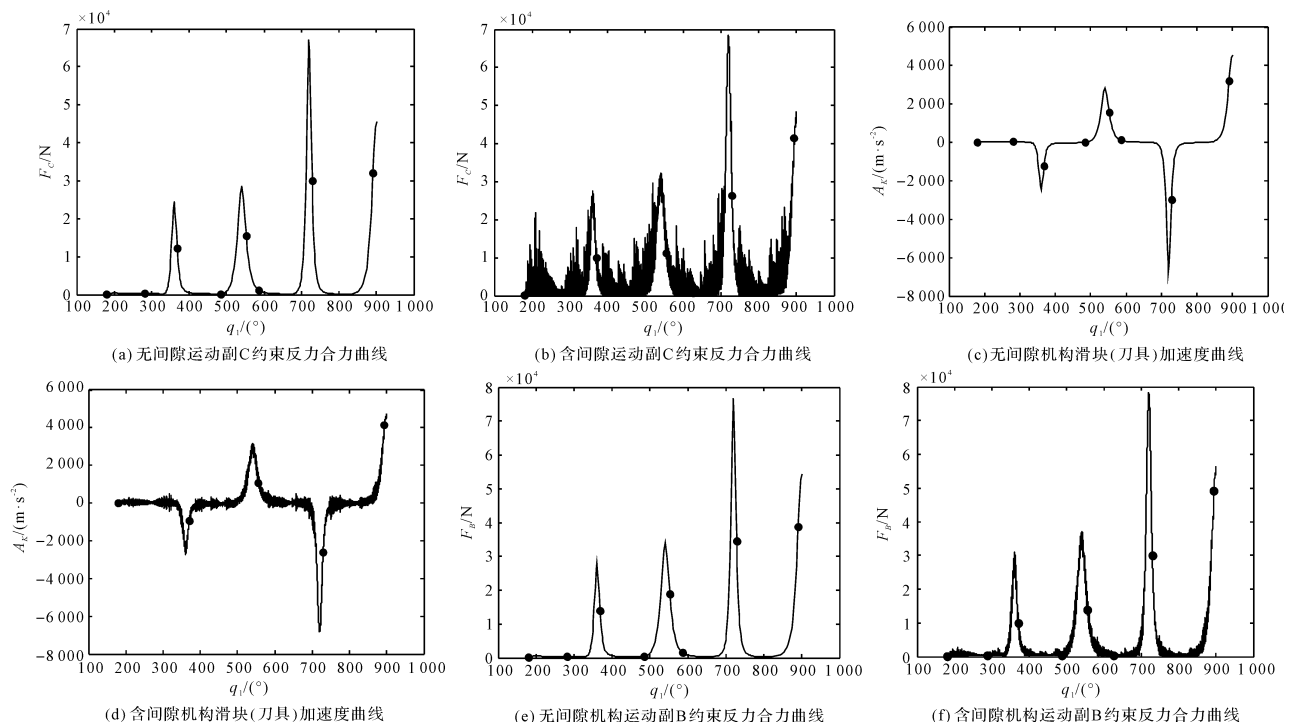


图5 机构动力学仿真实验结果曲线

为验证上述仿真结果的可靠性,笔者应用牛顿-欧拉动力学方法及电工学方法,分别建立该系统机械部分及驱动电机的动力学方程,并联立求解。

无间隙机构牛顿-欧拉动力学方法验证的部分结果如表 1 所示。

表 1 无间隙机构牛顿-欧拉动力学方法验证的部分结果

曲柄转角/(°)	项目			
	电机电枢线圈电流强度/A	滑块(刀具)加速度/(m·s ⁻²)	B 点约束反力合力/N	C 点约束反力合力/N
180	0	-1.250 4	0.816 8	6.883 7
281.241 0	73.646 4	25.379 2	308.917 0	260.486 2
368.221 6	77.202 3	-1 208.976 2	13 959.465 1	12 117.513 6
484.264 9	77.952 4	6.337 8	420.913 8	77.922 3
552.796 5	69.094 8	1 550.779 7	18 846.638 7	15 517.254 9
585.609 8	65.348 3	117.359 6	1 610.992 8	1 179.908 4
728.568 7	59.301 4	-2 985.002 5	34 540.587 6	29 928.994 5
890.726 8	51.335 0	3 202.397 1	38 612.310 2	32 033.559 2

含间隙机构牛顿-欧拉动力学方法验证的部分结果如表 2 所示。

表 2 有间隙机构牛顿-欧拉动力学方法验证的部分结果

曲柄转角/(°)	项目			
	电机电枢线圈电流强度/A	滑块(刀具)加速度/(m·s ⁻²)	B 点约束反力合力/N	C 点约束反力合力/N
180	0	-0.040 0	0.808 6	0.400 5
286.862 8	75.255 9	47.542 9	355.437 3	908.246 6
370.605 3	76.906 7	-919.164 7	9 919.106 3	10 012.843 3
486.086 9	77.838 3	-37.219 3	242.809 8	1 566.195 7
554.344 1	68.837 1	1 084.059 2	13 992.342 2	11 084.733 1
626.198 0	64.636 0	13.814 4	330.836 2	670.249 0
729.756 7	59.109 3	-2 631.346 3	30 024.895 4	26 337.425 7
893.925 7	50.841 8	4 149.070 2	49 212.525 4	41 505.346 3

由表 1、表 2 可知:牛顿-欧拉动力学方法验证的部分结果与用本文方法所得结果是一致的。为更加清晰、直观地表达这一点,将表 1、表 2 所列数据用涂黑的圆点表示在图 5 中,结果显示这些圆点均在相对应的仿真曲线上。这一验证过程手工处理量较大,比较费时且容易出错。

由此可见,本文方法具有如下明显的优势:(1)将机电耦合系统的动力学建模以统一的程式化方式由计算机来完成,提高了系统动力学建模与仿真工作的自动化程度及可靠性;(2)与现有的键合图方法相比较,本文所推出的系统状态方程更具有通用性,特别适用于 F_{i1} 、 F_{i2} 、 R 为状态变量函数矩阵的非线性系统。

由图 5 可知:曲柄的初始位置角为 180°;曲柄由初始位置逆时针转 720°,机构完成 2 个周期的运动。

由图 5(a,b)可得:在系统运行过程中,对于有间隙及无间隙的运动副 C,其约束反力曲线总体变化趋势相近。不考虑间隙时,运动副 C 的约束反力曲线较光滑。运动副间隙导致其轴与轴套间产生脉冲式的间隙碰撞力,使有间隙的运动副 C 约束反力曲线呈高频振荡状态,其最大幅值明显增大。角位移 $q_1 = 719.983\ 5^\circ$ 时,无间隙运动副 C 约束反力的最大值为 67 064.328 4 N;角位移 $q_1 = 719.242\ 9^\circ$ 时,有间隙运动副 C 约束反力的最大值为 69 446.965 7 N,其最大值增加了 2 382.637 3 N。两者达到最大值的曲柄角位移差为 0.740 6°,这表明运动副 C 约束反力对其本身的间隙十分敏感。另外,在图 5 所示的两个运动周期内,间隙运动副约束反力合力 F_C 始终大于 0,表明运动副轴与轴套处于连续接触状态。

由图 5(c,d)可得:不考虑运动副间隙时,机构滑块(刀具)加速度曲线较光滑。考虑运动副 C 的间隙时,由于间隙对其约束反力的影响,使机构滑块(刀具)加速度曲线呈高频波动状态。与无间隙机构相对比,有间隙机构刀具的加速度曲线变化趋势相近,但其正、反向最大幅值均明显增大。角位移 $q_1 = 719.983\ 5^\circ$,无间隙机构滑块(刀具)加速度的反向最大值为 $-6\ 706.429\ 9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$;角位移 $q_1 = 719.242\ 9^\circ$,含间隙机构滑块(刀具)加速度的反向最大值为 $-6\ 925.966\ 6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$,其反向最大值的绝对值增加了 $219.536\ 7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$,两者达到反向最大值的曲柄角位移差为 0.740 6°;当角位移 $q_1 = 900^\circ$ 时,无间隙机构滑块(刀具)加速度的正向最大值为 $4\ 584.939\ 9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$,含间隙机构滑块(刀具)加速度的正向最大值为 $4\ 848.041\ 2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$,其正向最大值增加了 $263.101\ 3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$,这会在较大程度上影响机构运动的稳定性。

由图 5(e,f)可得:无间隙机构运动副 B 约束反力曲线较光滑。由于间隙对运动副 C 约束反力的直接影响,也使得机构运动副 B 约束反力曲线呈高频波动状态。与无间隙机构相对比,有间隙机构运动副 B 约束反力曲线变化趋势相近,但其最大幅值明显增大。角位移 $q_1 = 719.983\ 5^\circ$ 时,无间隙机构运动副 B 约束反力的最大值为 76 909.736 4 N,角位移 $q_1 = 719.242\ 9^\circ$ 时,有间隙机构运动副 B 约束反力的最大值为 79 068.454 6 N,其最大值增加了 2 158.718 2 N,两者达到最大值的曲柄角位移差为 0.740 6°,这表明运动副 B 约束反力对运动副 C 的间隙也比较敏感。

由此可见,运动副间隙导致其轴与轴套间产生脉冲式的间隙碰撞力,使机构运动副 C 的约束反力、刀具加速度及运动副 B 的约束反力的最大值分别增加

了3.55%、5.7%、2.8%。这会使机构运行产生较大的冲击、振动及噪声,影响机构运动的稳定性,也会降低机构构件的强度及使用寿命。

4 结束语

(1)在系统贮能场、耗散场方程是非线性的条件下,笔者建立了系统状态方程及运动副约束反力方程,比现有同类方法通用性更强,适用范围更广,其程式化的建模方式特别适用于复杂非线性机电系统一体化计算机建模与动力学仿真;

(2)基于修正非线性连续接触碰撞力混合模型,笔者推导出了间隙运动副接触碰撞力向量方程。在此基础上所建立的间隙转动副向量键合图模型,具有精细度高、模块化的特点,便于嵌入到系统的向量键合图模型中,为更精确计及运动副间隙的机电系统一体化计算机建模及动力学仿真奠定了基础;

(3)根据所建立的计及驱动电机、运动副间隙的曲柄滑块压力机构系统向量键合图模型,实现了系统的一体化计算机建模及动力学仿真。

研究结果表明:本文所述方法是可靠的,提高了机电系统动力学建模与仿真工作的自动化程度;运动副 C 的间隙对系统动态性能产生一定程度的影响,使机构运动副 C 的约束反力、刀具加速度及运动副 B 的约束反力呈高频振荡状态,其最大值分别增加了3.55%、5.7%、2.8%。该结果说明了本文方法的有效性,对于机构的设计、控制及可靠性问题的研究具有一定的价值。

参考文献 (References):

- [1] 洪嘉振. 计算多体系统动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.
- [2] 郑相周, 唐国元. 机械系统虚拟样机技术[M]. 北京: 高等教育出版社, 2010.
- [3] KANOPP D C, MARGOLIS D L, ROSENBERG R C. System dynamics: modeling and simulation of mechatronic systems[M]. New York: Wiley, 2000.
- [4] NEERAJI M, ANAND V. Bond graph modeling of a 3-joint string-tube actuated finger prosthesis[J]. **Mechanism and Machine Theory**, 2017(117): 1-20.
- [5] 韩志嵘, 刘 洁. 基于键合图微型电动车电传动系统建模分析[J]. 机械设计与制造, 2019(6): 173-177.
- [6] 胡均平, 李科军. 机械系统开关类元件的混合键合图建模[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2017, 48(3): 658-665.
- [7] 张尚才. 工程系统的键图模拟和仿真[M]. 北京: 机械工业出版社, 1993.
- [8] BEHZADIPOUR S, KHAJEPOUR A. Causality in vector bond graph and its application to modelling of multi-body dynamic systems[J]. **Simulation Modelling Practice and Theory**, 2006, 14(3): 279-295.
- [9] 易仲庆, 谢 进, 张建奇. 平面开链机械臂动力系统及其控制的向量键合图建模与分析[J]. 机械设计与制造, 2017(3): 60-67.
- [10] 王 威, 沈 政, 宋玉玲, 等. 含间隙和干摩擦的连杆机构系统动力学研究[J]. 振动与冲击, 2015, 34(18): 211-214.
- [11] SENEVIRATE L D, EARLES S W E, FENNER D N. Analysis of four-bar mechanism with a radically compliant clearance joint[J]. **Journal of Mechanical Engineering Science**, 1996, 210(3): 215-222.
- [12] 王中双, 韦 晶, 尹久政. 含铰间隙 RRR-RRP 六连杆压力机构动态仿真向量键合图法[J]. 机械传动, 2019, 43(9): 22-27.
- [13] 王中双, 徐长顺, 吕 航. 平面多体系统动力学计算机仿真向量键合图法[J]. 机械科学与技术, 2018, 37(3): 402-408.
- [14] 郭嘉楠, 何 鹏, 刘占生, 等. 粗糙接触面旋转铰间隙碰撞动力学建模与仿真[J]. 振动与冲击, 2019, 38(11): 132-139.
- [15] 白争锋. 考虑铰间间隙的机构动力学特性研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学机电工程学院, 2011.
- [16] 王中双. 键合图理论及其在系统动力学中的应用[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2000.
- [17] LANKARANI H M, NIKRAVESH, P E. A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multi-body systems[J]. **Journal of Mechanical Design**, 1990, 112(3): 369-376.
- [18] LIU C S, ZHANG K, YANG R. The FEM analysis and approximate model for cylindrical joints with clearances[J]. **Mechanism and Machine Theory**, 2007, 42(3): 183-197.

[编辑: 杨骏泽]

本文引用格式:

王中双, 师永珍, 尹久政. 机电系统一体化建模与动力学仿真向量键合图法[J]. 机电工程, 2021, 38(5): 566-572.

WANG Zhong-shuang, SHI Yong-zhen, YIN Jiu-zheng. Vector bond graph method for integrated modeling and dynamic simulation of electromechanical systems[J]. **Journal of Mechanical & Electrical Engineering**, 2021, 38(5): 566-572.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>