DOI:10.3969/j. issn. 1001 -4551. 2021. 06. 002

弹簧成形机几何误差的完备建模及其补偿方法研究*

刘晓肖[1],王德成[2*],程 鹏[1],邵晨曦[1],李 伟[1]
(1. 机械科学研究总院,中机生产力促进中心,北京,100044;2. 机械科学研究总院,北京,100044)

摘要:针对弹簧成形机成形精度低、误差大等问题,以弹簧成形机为研究对象,对弹簧成形机的几何误差进行了定义、识别、测量、建模和补偿方法研究。根据弹簧形状特征划分弹簧成形机多体系统,以多体系统理论与齐次坐标变换为理论基础,建立了包含 20 项几何误差的完备模型;采用 Sobol 灵敏度分析方法与蒙特卡洛采样方法识别出了关键误差项为刀具的定位误差;在此基础上,采用带磁力表座的千分表对刀具定位误差进行了测量,确定了误差补偿基准;最后,采用基于 PMAC 系统脉冲值补偿法对刀具轴定位误差进行了补偿。研究结果表明:弹簧成形机的成形过程中共有 20 项几何误差影响成形精度;其中,刀具定位误差影响权重为 55%;误差补偿前成形机定位误差为单边误差,大小为 0.3 mm,补偿后刀具定位误差减小为 0.16 mm 左右,定位精度提高了 44.6%。通过试验,验证该方法适用于弹簧成形机几何误差补偿,填补了弹簧成形机成形精度研究方法的空白。

关键词:弹簧成形机;几何误差;灵敏度分析;误差补偿
中图分类号:TH135;TG306 **文献标识码**:A **文章编号**:1001 -4551(2021)06 -0665 -08

Complete modeling and compensation method for geometric error of spring forming machine

LIU Xiao-xiao[1], WANG De-cheng[2], CHENG Peng[1], SHAO Chen-xi[1], LI Wei[1]
(1. China Productivity Center for Machinery, China Academy of Machinery Science and Technology, Beijing 100044, China;2. China Academy of Machinery Science and Technology, Beijing 100044, China)

Abstract: Aiming at the problem of low precision and large error of spring forming machine, the geometric error of spring forming machine was defined, identified, measured, modeled and compensated. According to the spring shape characteristics, the multi-body system of spring forming machine was divided. Based on the theory of multi-body system and homogeneous coordinate transformation, a complete model containing twenty geometric errors was established. By using Sobol sensitivity analysis method and Monte Carlo sampling method, the key error was identified as the tool positioning error. On this basis, a micrometer with a magnetic gauge base was used to measure the tool positioning error, and the error compensation benchmark was determined. Finally, the tool axis positioning error was compensated by impulse compensation method based on PMAC system. The results shows that there are 20 geometric errors in the forming process of spring forming machine, in which the influence weight of tool positioning error is 55%. Before error compensation, the positioning error of forming machine is a unilateral error, the size is 0.3 mm. After compensation, the tool positioning error is reduced to about 0.16 mm, and the positioning accuracy is improved by 44.6%. The experiment verifies that this method is suitable for the compensation of geometric error of spring forming machine, and fills the gap in the research method for the forming precision of spring forming machine.

Key words: spring forming machine; geometric error; sensitivity analysis; error compensation

---

收稿日期:2020 -10 -22
基金项目:国家科技重大专项资助项目(2019ZX04004 -001,2019ZX04021001)
作者简介:刘晓肖(1993 -),女,河南新乡人,硕士研究生,主要从事机械可靠性设计方面的研究。E-mail:2543562514@qq.com
通信联系人:王德成,男,研究员,博士生导师。E-mail:lxx13814430422@163.com

0 引　言

弹簧作为通用零件，在各行业中发挥着重要的作用[1]。弹簧质量的提升可以使我国工业水平有所提高，而弹簧成形机的精度则直接影响弹簧成形质量。

在实际生产中，不同精度等级弹簧成形机成形的弹簧尺寸波动大，导致弹簧服役性能不稳定。因此，弹簧成形机的误差不可忽略。弹簧成形机误差包括几何误差、系统误差、力误差等多种误差，根据杨建国团队[2]的研究表明：几何误差占据机床总误差的 30% ~ 45%。研究弹簧成形机几何误差对提高弹簧成形尺寸精度具有重要工程价值与现实意义。目前，弹簧成形机精度控制的方法有采用高精度装配零部件和定期检修两种，这两种方法均未对弹簧成形机几何误差进行研究，无法得到单独、系统的弹簧成形机精度规律及方法。

关于几何误差的研究主要分为：几何误差建模方法、几何误差识别与测量方法、误差补偿方法 3 个方面。具体分述如下：

(1) 针对不同类别的数控机床几何建模方法有：基于多体系统理论的数控机床几何误差模型建立方法[3,4]、基于参数化建模的几何误差快速辨识方法[5]1以及有限元法[6]。对此，国内外研究者都进行了相关研究：国外的主要研究有：XIA Chang-jiu 等人[7]基于单轴运动测量，采用多提系统理论建模的方式，避免了非目标轴的干扰，提高了识别精度。徐凯等人[5]9基于参数化建模方法，建立了旋转轴几何误差快速辨识模型。单轴运动方式与弹簧成形机工作方式类似，该方法可用于弹簧成形机单轴测试与模型建立。VAHEBI M 等[8]考虑了三轴机床拓扑结构对空间误差的影响，运用齐次坐标矩阵变换，建立了三轴数控机床空间误差模型，并通过球杆仪测试机床两轴联动圆度误差，验证了模型的准确性。国内主要研究有：天津大学刘又午教授[9]采用了低序体阵列来描述多体系统结构，使多体系统理论的表述方式更为简洁、直观。国防科技大学李圣怡教授等人[10]推导出了一套统一的几何误差模型表达式，适用于各类配置的多轴机床，进一步推动了多体系统理论的发展。多体系统理论建模简单，包含的参数数量没有限制，适用于弹簧成形机的建模；

(2) 几何误差测量分为直接测量[11,12]和间接测量[13]。直接测量多采用激光测量的方式，如文献[12]提出了一种高效、直接、高精度机床误差的新型激光测试方法，该方法的测试精度可达 6.3 nm。直接测量适用于中小型机床，间接测量适用于大型机床；直接测量方法的测量精度比间接测量差，但直接测量操作简单、经济性高。结合弹簧成形机的特点，将直接测量用于弹簧成形机几何误差测量更为合理；

(3) 误差补偿方法分为在线实时误差补偿[14,15]和离线误差补偿[16,17]两种。弹簧成形机自动化程度不高，离线误差补偿更具有实际工程意义。

综上所述，本文将采用多体系统理论建立弹簧成形机几何误差完备模型，并以此为理论基础研究提升弹簧成形机成形精度的方法，填补弹簧成形机精度研究方法的空白。

1 弹簧成形机几何误差

1.1 弹簧成形机几何误差元素定义

多工位弹簧成形机通过装配不同的刀具，组合成不同的成形机多体系统，可实现不同种类弹簧的成形。尽管弹簧的种类很多，但所有弹簧的结构特征都可以拆分为：折角、圆弧和螺旋线。

弹簧成形过程是多轴联动制造过程，各刀具轴分别以规定角度安装在成形机背板上，每把成形刀依次成形一个弹簧特征，最终实现空间弹簧成形。

曲线规成形弹簧圆弧，送线轴实现钢丝直线运动，节距刀成形弹簧节距，曲线规与节距刀联动成形空间螺旋线，多轴联动可实现空间弹簧成形。

弹簧成形机结构如图 1 所示。

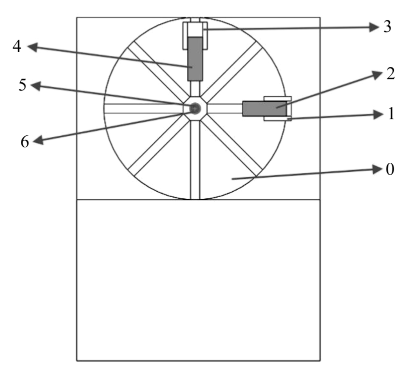


图 1　弹簧成形机结构简图

0—成形机机身；1—曲线规刀架轴；2—曲线规；3—节距刀刀架轴；4—节距刀；5—芯轴；6—钢丝

弹簧成形机的几何误差包括：曲线规的装配误差、定位误差；节距刀的装配误差、定位误差和折角刀的装配误差、定位误差。所有几何误差最后集中反映为成形刀具成形点的位置误差。因此，此处以刀具成形点为检测对象，建立刀具成形点几何误差模型。

笔者将刀具的几何误差沿 X、Y、Z 3 个方向定义，各刀具的几何误差分别包括沿 X、Y、Z 3 个方向的平动误差和绕 X、Y、Z 3 个轴的转动误差。

以沿 X 轴进给为例，其几何误差元素如图 2 所示。

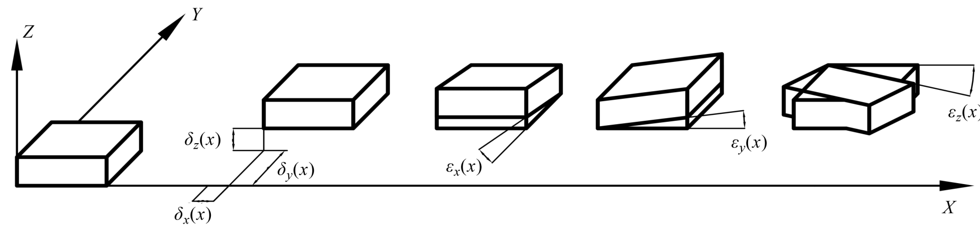


图 2　沿 X 轴进给 6 项几何误差元素

芯轴的旋转轴线与 X、Y 存在位置误差，根据弹簧成形特征，此处不考虑各轴之间垂直度误差。

因此，满足弹簧基本形状特征的弹簧成形机共包含 20 项空间几何误差，如表 1 所示。

表 1　弹簧成形机空间几何误差

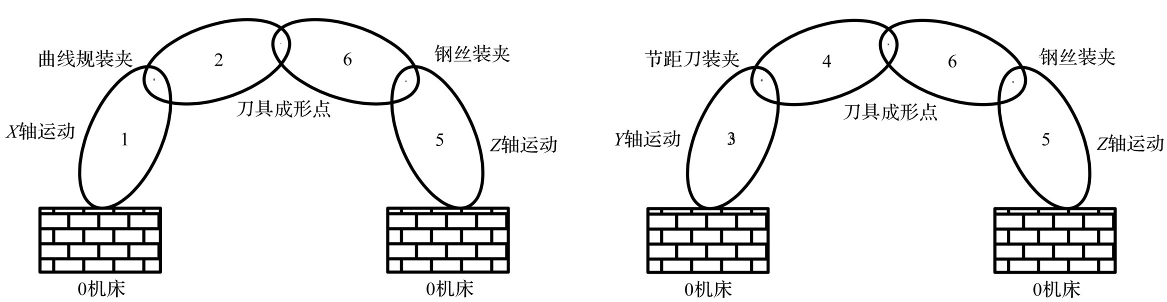
各刀具轴进给方向	X	Y	Z
几何误差	$\delta_x(x)$	$\delta_x(y)$	$\delta_x(z)$
	$\delta_y(x)$	$\delta_y(y)$	$\delta_y(z)$
	$\delta_z(x)$	$\delta_z(y)$	$\delta_z(z)$
	$\varepsilon_x(x)$	$\varepsilon_x(y)$	$\varepsilon_x(z)$
	$\varepsilon_y(x)$	$\varepsilon_y(y)$	$\varepsilon_y(z)$
	$\varepsilon_z(x)$	$\varepsilon_z(y)$	$\varepsilon_z(z)$
	—	—	φ_{xz}
	—	—	φ_{yz}

1.2　弹簧成形机运动链拓扑描述

将弹簧成形机视作多体系统，依据多体系统理论对弹簧成形机进行拓扑结构描述。当 m 为 k 的 n 阶低序体时，$L^n(k)=m$。另外规定：k 的零阶低序体为 k，$L^0(k)=k$；$L^N(0)=0$，参考系默认为部件 0。

根据多体系统理论将成形机机身视为惯性体，编号为 0，并按照钢丝运动链与成形刀运动链依次对运动部件进行编号。曲线规刀具链为：成形机机身 0—曲线规刀架轴 1—曲线规 2；节距刀刀具链为：成形机机身 0—节距刀刀架轴 3—节距刀 4；钢丝运动链为：成形机机身 0—芯轴 5—钢丝 6。

根据弹簧特征建立拓扑结构简图如图 3 所示。



(a) 弹簧成形机圆弧特征成形拓扑结构　　(b) 弹簧成形机螺旋线特征成形拓扑结构

图 3　弹簧成形机拓扑结构图

圆弧特征成形机多体系统低序体阵列如表 2 所示。

表 2　圆弧特征成形机多体系统低序体阵列

体 k	1	2	5	6
$L^0(k)$	1	2	5	6
$L^1(k)$	0	1	0	5
$L^2(k)$	0	0	0	0

螺旋线特征成形机多体系统低序体阵列如表 3 所示。

表 3　螺旋线特征成形机多体系统低序体阵列

体 k	3	4	5	6
$L^0(k)$	3	4	5	6
$L^1(k)$	0	3	0	5
$L^2(k)$	0	0	0	0

2　几何误差完备建模

在多体系统理论中，体间实际位置关系取决于二者初始位置、相对运动关系及其对应误差[18]。由此可知，体 k 与其相邻低序体 m 之间的实际位置关系特征矩阵 $\boldsymbol{T}_{mk}$ 可表示为：

$$\boldsymbol{T}_{mk}=\boldsymbol{T}_{mk,p}\boldsymbol{T}_{mk,pe}\boldsymbol{T}_{mk,s}\boldsymbol{T}_{mk,se} \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{T}_{mk,p}$—低序体 m 相对于 k 的初始位置特征矩阵；$\boldsymbol{T}_{mk,pe}$—低序体 m 相对于 k 的位置误差特征矩阵；$\boldsymbol{T}_{mk,s}$—低序体 m 相对于 k 的理想运动特征矩阵；$\boldsymbol{T}_{mk,se}$—低序体 m 相对于 k 的运动误差特征矩阵。

各运动链相邻低序体的特征矩阵如表 4 所示。

表 4　弹簧成形机相邻低序体体间特征矩阵

相邻体	初始位置特征矩阵 $\boldsymbol{T}_{mk,p}$	位置误差特征矩阵 $\boldsymbol{T}_{mk,pe}$	理想运动特征矩阵 $\boldsymbol{T}_{mk,s}$	运动误差特征矩阵 $\boldsymbol{T}_{mk,se}$
0—1 机床-曲线规刀架轴（X 方向进给）	$\begin{bmatrix}1&0&0&x01\\0&1&0&y01\\0&0&1&z01\\0&0&0&1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&0&0&\Delta x\\0&1&0&\Delta y\\0&0&1&\Delta z\\0&0&0&1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&0&0&x_q\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&-\varepsilon_z(x)&\varepsilon_y(x)&\delta_x(x)\\\varepsilon_z(x)&1&-\varepsilon_x(x)&\delta_y(x)\\-\varepsilon_y(x)&\varepsilon_x(x)&1&\delta_z(x)\\0&0&0&1\end{bmatrix}$
1—2 刀架轴-曲线规刀具	$\boldsymbol{I}_{4\times4}$	$\boldsymbol{I}_{4\times4}$	$\boldsymbol{I}_{4\times4}$	$\boldsymbol{I}_{4\times4}$
0—3 机床-节距刀刀架轴（Y 方向进给）	$\begin{bmatrix}1&0&0&x03\\0&1&0&y03\\0&0&1&z03\\0&0&0&1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&0&0&\Delta x\\0&1&0&\Delta y\\0&0&1&\Delta z\\0&0&0&1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&y_j\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&-\varepsilon_z(y)&\varepsilon_y(y)&\delta_x(y)\\\varepsilon_z(y)&1&-\varepsilon_x(y)&\delta_y(y)\\-\varepsilon_y(y)&\varepsilon_x(y)&1&\delta_z(y)\\0&0&0&1\end{bmatrix}$
3—4 刀架轴-节距刀	$\boldsymbol{I}_{4\times4}$	$\boldsymbol{I}_{4\times4}$	$\boldsymbol{I}_{4\times4}$	$\boldsymbol{I}_{4\times4}$
0—5 机床-芯轴（Z 方向旋转）	$\begin{bmatrix}\cos\theta&\sin\theta&0&0\\-\sin\theta&\cos\theta&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$	$\boldsymbol{I}_{4\times4}$	$\begin{bmatrix}\cos\theta&\sin\theta&0&0\\-\sin\theta&\cos\theta&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&\varepsilon_z(A)&-\varepsilon_y(A)&-\delta_x(A)\\-\varepsilon_z(A)&1&\varepsilon_x(A)&-\delta_y(A)\\\varepsilon_y(A)&-\varepsilon_x(A)&1&-\delta_z(A)\\0&0&0&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&0&-K_{yA}&0\\0&1&K_{xA}&0\\K_{yA}&-K_{xA}&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$
5—6 芯轴-钢丝	$\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&z56\\0&0&0&1\end{bmatrix}$	$\boldsymbol{I}_{4\times4}$	$\boldsymbol{I}_{4\times4}$	$\boldsymbol{I}_{4\times4}$

在刀具坐标系 O_t 下，各成形刀具坐标点为 $P_t=[x_t,y_t,z_t,1]^{\mathrm{T}}$；在钢丝坐标系 O_w 下，钢丝成形坐标点为 $P_w=[x_w,y_w,z_w,1]^{\mathrm{T}}$。通过建立运动链可将刀具成形点与钢丝成形点转换到成形机惯性坐标系 O_0 下。成形时，刀具成形点坐标与钢丝坐标应重合，即：

$$\Big[\prod_{k=n,L(w)=0}^{k=1} T_{L^{k-1}(w)L^{k}(w),p}T_{L^{k-1}(w)L^{k}(w),s}\Big]P_w=\Big[\prod_{k=n,L(t)=0}^{k=1} T_{L^{k-1}(t)L^{k}(t),p}T_{L^{k-1}(t)L^{k}(t),s}\Big]P_t^{\mathrm{ideal}} \tag{2}$$

$$\Big[\prod_{k=n,L(w)=0}^{k=1} T_{L^{k-1}(w)L^{k}(w)}T_{L^{k-1}(w)L^{k}(w)}\Big]P_w=\Big[\prod_{k=n,L(t)=0}^{k=1} T_{L^{k-1}(t)L^{k}(t)}T_{L^{k-1}(t)L^{k}(t)}\Big]P_t^{\mathrm{actual}} \tag{3}$$

$$E=P_t^{\mathrm{actual}}-P_t^{\mathrm{ideal}}=[E_x,E_y,E_z,0]^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

式中：P_t^{actual}—刀具实际成形函数；P_t^{ideal}—理想成形函数；差值 E—弹簧成形机空间几何误差。

根据成形原理可知，在惯性坐标系下，刀具成形点坐标位置为实际成形位置。

圆弧特征、螺旋线特征对应的成形刀几何误差完备模型 E_{arc}、E_{pit} 如下所示：

$$E_{\mathrm{arc}}=P_t^{\mathrm{actual}}-P_t^{\mathrm{ideal}}=[(T_{01}T_{12})^{-1}(T_{05}T_{56})-(T_{01,p}T_{01,s}T_{12,p}T_{12,s})^{-1}(T_{05,p}T_{05,s}T_{56,p}T_{56,s})]P_w \tag{5}$$

$$E_{\mathrm{pit}}=P_t^{\mathrm{actual}}-P_t^{\mathrm{ideal}}=[(T_{03}T_{34})^{-1}(T_{05}T_{56})-(T_{03,p}T_{03,s}T_{34,p}T_{34,s})^{-1}(T_{05,p}T_{05,s}T_{56,p}T_{56,s})]P_w \tag{6}$$

3　Sobol 灵敏度分析

3.1　Sobol 方法原理

弹簧成形机几何误差完备模型包括 20 项几何误差，具有参数多、模型复杂的特点。以弹簧成形机几何误差完备模型为理论依据，展开成形精度监控的难度大，误差补偿效果不明显。需要针对几何误差完备模型进行灵敏度分析，识别出对成形精度影响较大的关键误差项，便于后续成形精度监控及误差补偿。

本文采用 Sobol 灵敏度分析方法，对各几何误差进行分析。各误差项的灵敏系数能够直观地量化该

误差项对成形精度的影响权重，适用于弹簧成形机关键几何误差项的识别。

Sobol 灵敏度分析方法属于基于方差分解形式的全局灵敏度分析法，采用各输入量对应函数值的方差与误差模型总方差的比值来评价相应输入量的灵敏度系数[19]。

将弹簧成形机的几何误差模型表达为 $Y=f(h)$。其中，h—几何误差项，$h=(h_1,h_2,...h_n)$，n—误差项的个数。根据误差项个数 n 定义一个 n 维的单元体 R^n，作为输入参数的空间域，即：

$$R^n=(h_i|v_{\min}\leqslant h_i\leqslant v_{\max},i=1,2,\cdots,n) \tag{7}$$

式中：$v_{\min}$—误差项区间下限；$v_{\max}$—误差项区间上限。

首先依据弹簧成形机最大加工外径尺寸确定各刀具轴进给范围，然后在进给范围内使用带磁力表座的千分表对成形机各轴的几何误差进行检测，具体的测量现场实物图如图 4 所示。

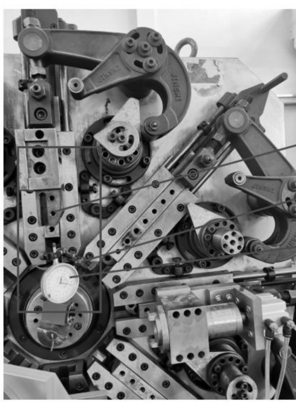


图 4　带磁力表座千分表测量几何误差现场图

由于成形刀具固定在机床导轨上，要求导轨与背板无安装间隙，刀具沿导轨移动，曲线规在 Z 轴方向的移动误差与转动误差按照背板、导轨加工误差进行设置。

通过对弹簧成形机 20 项几何误差进行测量，可确定各误差项的采样区间范围，如表 5 所示。

表 5　20 项几何误差取值范围

误差项	误差取样区间
$h_1(\delta_x(x))$、$h_8(\delta_y(y))$、$h_{15}(\delta_z(z))$	[0,0.2 mm]
$h_7(\delta_x(y))$、$h_{13}(\delta_x(z))$、$h_2(\delta_y(x))$、$h_{14}(\delta_y(z))$、$h_3(\delta_z(x))$、$h_9(\delta_z(y))$	[0,0.015 mm]
$h_4(\varepsilon_x(x))$、$h_{10}(\varepsilon_x(y))$、$h_{16}(\varepsilon_x(z))$、$h_5(\varepsilon_y(x))$、$h_{11}(\varepsilon_y(y))$、$h_{17}(\varepsilon_y(z))$、$h_6(\varepsilon_z(x))$、$h_{12}(\varepsilon_z(y))$、$h_{18}(\varepsilon_z(z))$	[0,0.015 mm]
$h_{19}(\varphi_{xz})$、$h_{20}(\varphi_{yz})$	[0,1°]

将 $Y=f(h)$ 按照 Sobol 方法分解为递增阶数的形式[20]，即：

$$Y=Y_0+\sum_{i=1}^{n}Y_i+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n}Y_{ij}+\cdots+Y_{12\cdots n} \tag{8}$$

$$Y_0=E(Y) \tag{9}$$

$$Y_i=E_{h\sim i}(Y|h_i)-E(Y) \tag{10}$$

$$Y_{ij}=E_{h\sim ij}(Y|h_i,h_j)-Y_i-Y_j-E(Y) \tag{11}$$

式中：Y_0—对应输入参数的整体模型的期望值；Y_i—第 i 个误差项 h_i 对应的函数值；Y_{ij}—误差项 h_i 和 h_j 共同作用下所对应的函数值；h_i—第 i 个误差项；$h_{\sim i}$—除第 i 个误差项外的所有误差项；$h_{\sim ij}$—除第 i 个和第 j 个误差项外的所有误差项。

对式(8)进行方差计算，可得：

$$V=Y_0+\sum_{i=1}^{n}V_i+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n}V_{ij}+\cdots+V_{12\cdots n} \tag{12}$$

对式(12)除以函数总方差 V，再进行正交化，可得：

$$\sum_{i=1}^{n}S_i+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n}S_{ij}+\cdots+S_{12\cdots n}=1 \tag{13}$$

$$S_i=\frac{V_i}{V}=\frac{V_{h_i}[E_{h\sim i}(Y|h_i)]}{V} \tag{14}$$

$$S_{ij}=\frac{V_{ij}}{V}=\frac{V_{h_ih_j}[E_{h\sim ij}(Y|h_i,h_j)]-V_{h_i}[E_{h\sim i}(Y|h_i)]-V_{h_j}[E_{h\sim j}(Y|h_j)]}{V} \tag{15}$$

$$S_{Ti}=\frac{V_{Ti}}{V}=\frac{E_{h\sim i}[V_{h_i}(Y|h_{\sim i})]}{V}=1-\frac{V_{h\sim i}[E_{h_i}(Y|h_{\sim i})]}{V} \tag{16}$$

式中的一阶方差比值 S_i 称作误差项 h_i 的一阶灵敏度系数；用 S_i 衡量输入量 h_i 对模型输出总体方差 V 的影响权重；S_i 值越大，h_i 对输出方差的影响程度越大。

二阶方差比值 S_{ij} 表示误差项 h_i 和 $h_j(i\neq j)$ 耦合作用时所对应的灵敏度系数；S_{ij} 值越大，说明误差项 h_i 和 h_j 之间的耦合作用越明显。

S_{Ti} 为总体灵敏度系数。用 S_{Ti} 评估模型中各误差项之间的耦合关系。其物理意义为 h_i 的一阶灵敏度系数 S_i 和所有与 h_i 有耦合作用的高阶灵敏度系数之和。

3.2　Monte carlo 估算

采用 Monte carlo 法可对各阶灵敏度系数进行估算，估算的关键步骤是对各项几何误差进行低差异序列随机采样，生成两个相互独立的 $k\times n$ 的随机矩阵 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$。依据计算精度，本次估算生成 10 000 个采样点。考虑各误差项之间的耦合作用，同时还生成 $\boldsymbol{A}_B^{(i)}$、$\boldsymbol{B}_A^{(i)}$ 矩阵。

$\boldsymbol{A}_B^{(i)}$ 矩阵生成原理为：矩阵 $\boldsymbol{A}$ 为主体，利用矩阵 $\boldsymbol{B}$

的第 i 列元素替换矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中的第 i 列，其他列保持不变。采用同样原理可得到矩阵 $\boldsymbol{B}_A^{(i)}$。

综上所述，可得 Monte Carlo 估算公式如下：

$$\hat{E}(Y) = \frac{1}{k}\sum_{m=1}^{k} f(\boldsymbol{A})_m \tag{17}$$

$$\hat{V}_i = \frac{1}{k}\sum_{m=1}^{k} f(\boldsymbol{B})_m (f(\boldsymbol{A}_B^{(i)}) - f(\boldsymbol{A})_m) \tag{18}$$

$$\hat{V}_{Ti} = \frac{1}{2k}\sum (f(\boldsymbol{A})_m - f(\boldsymbol{A}_B^{(i)})_m)^2 \tag{19}$$

$$\hat{V} = \frac{1}{k}\sum_{m=1}^{k} f(\boldsymbol{A})_m^2 - \left[\frac{1}{k}\sum_{m=1}^{k} f(\boldsymbol{A})_m\right]^2 \tag{20}$$

式中：k—误差项的采样个数；n—误差项的个数；m—相应采样矩阵的第 m 行。

灵敏度系数的估算公式如下：

$$\hat{S}_i \approx \frac{\hat{V}_i}{\hat{V}} \tag{21}$$

$$\hat{S}_{Ti} \approx \frac{\hat{V}_{Ti}}{\hat{V}} \tag{22}$$

式中：$\hat{S}_i$—Monte Carlo 估算一阶灵敏度系数；$\hat{V}_{Ti}$—Monte Carlo 估算总体灵敏度系数。

3.3　关键几何误差项识别

此处选取弹簧成形机行程为：曲线规进给 50 mm，节距刀进给 10 mm，芯轴旋转 90°形成折角作为研究对象进行灵敏度分析，研究 20 项几何误差对成形精度的影响规律。

采用 MATLAB 计算，得到针对圆弧特征、螺旋线特征的几何误差项灵敏度系数。其中，曲线规 X 方向进给运动误差项各阶灵敏度系数，如表 6 所示。

表 6　曲线规 X 方向进给运动误差项各阶灵敏度系数

几何误差项	一阶灵敏度系数 S_i	总体灵敏度系数 S_T
$h_1(\delta_x(x))$	0.561 4	0.562 0
$h_2(\delta_y(x))$	0	0
$h_3(\delta_z(x))$	0	0
$h_4(\varepsilon_x(x))$	0	0
$h_5(\varepsilon_y(x))$	0.141 1	0.141 1
$h_6(\varepsilon_z(x))$	0.007 8	0.007 7
$h_{13}(\delta_x(z))$	0	0
$h_{14}(\delta_y(z))$	0.000 4	0.000 4
$h_{15}(\delta_z(z))$	0	0
$h_{16}(\varepsilon_x(z))$	0.140 6	0.140 8
$h_{17}(\varepsilon_y(z))$	0	0
$h_{18}(\varepsilon_z(z))$	0.008 4	0.008 4
$h_{19}(\varphi_{xz})$	0.140 3	0.140 3
$h_{20}(\varphi_{yz})$	0	0

节距刀 Y 方向进给运动误差项各阶灵敏度系数如表 7 所示。

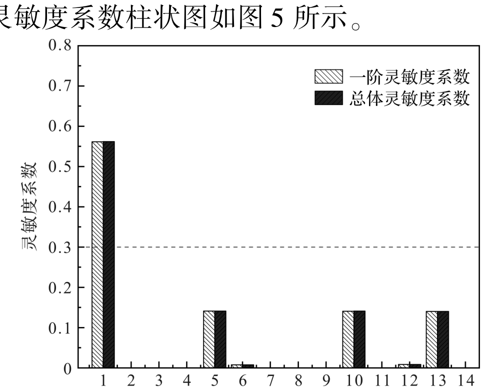
表 7　节距刀 Y 方向进给运动误差项各阶灵敏度系数

几何误差项	一阶灵敏度系数 S_i	总体灵敏度系数 S_T
$h_7(\delta_x(y))$	0	0
$h_8(\delta_y(y))$	0.760 1	0.761 0
$h_9(\delta_z(y))$	0	0
$h_{10}(\varepsilon_x(y))$	0.233 1	0.232 9
$h_{11}(\varepsilon_y(y))$	0	0
$h_{12}(\varepsilon_z(y))$	0	0
$h_{13}(\delta_x(z))$	0.001 9	0.001 9
$h_{14}(\delta_y(z))$	0	0
$h_{15}(\delta_z(z))$	0	0
$h_{16}(\varepsilon_x(z))$	0	0
$h_{17}(\varepsilon_y(z))$	0.002 3	0.002 4
$h_{18}(\varepsilon_z(z))$	0	0
$h_{19}(\varphi_{xz})$	0	0
$h_{20}(\varphi_{yz})$	0.002 4	0.002 3

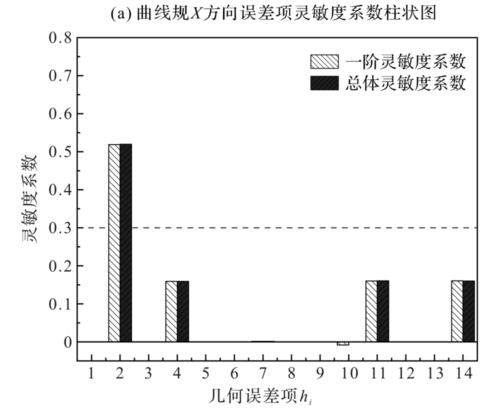
由表中数据可以看出：一阶灵敏度系数 S_i 与总体灵敏度系数 S_T 基本一致。这说明几何误差项之间耦合作用很小，可以忽略不计，在监测与补偿时仅考虑单项几何误差即可。

一阶灵敏度系数之和接近 1 但小于 1，与理论公式相符合。每项几何误差影响权重均值约等于 0.08，考虑补偿效果，笔者选取影响权重 4 倍（即 0.3）作为衡量灵敏度系数的阈值，作为判断某几何误差项是否为关键误差项标准。

灵敏度系数柱状图如图 5 所示。



(a) 曲线规 X 方向误差项灵敏度系数柱状图



(b) 节距刀 Y 方向误差项灵敏度系数柱状图

图 5　几何误差灵敏度系数柱状图

由图 5 可知：在成形圆弧特征时，$\delta_x(x)$、$\varepsilon_y(x)$、$\varepsilon_x(z)$、φ_{xz}一阶灵敏度系数和总体灵敏度系数较大，$\delta_x(x)$大于 0.3，属于关键误差项；在成形折角特征时，$\delta_y(y)$、$\varepsilon_x(y)$、$\varepsilon_y(z)$、φ_{yz}一阶灵敏度系数和总体灵敏度系数较大，其中 $\delta_y(y)$大于 0.3，属于关键误差项。

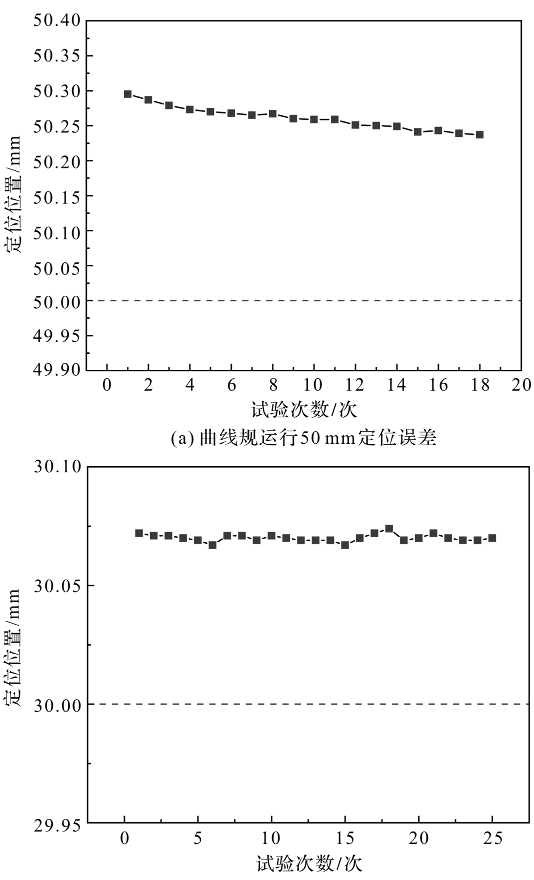
在曲线规成形过程中，曲线规仅沿 X 方向移动一个自由度。依据灵敏度分析结果，选取曲线规刀具 X 方向进给运动定位误差 $\delta_x(x)$进行误差补偿，验证该误差识别方法在弹簧成形机的实用性。

4　误差补偿

在实际生产过程中，常以曲线规沿 X 方向进给运动为例进行试验验证，曲线规进给行程极限为 50 mm。为使试验更具有代表性和实用性，笔者试验选取曲线规极限进给行程 50 mm 和实际生产最常用的进给行程 30 mm 两个行程进行试验；弹簧刀具行程通过设定相应的脉冲值进行调节。

试验采用一级标准量块进行误差标定，用带磁力表座千分表分别测量曲线规极限进给行程 50 mm 和进给行程 30 mm 的刀具定位误差与重复定位误差。

刀具定位误差测量曲线如图 6 所示。



(a) 曲线规运行50 mm定位误差

(b) 曲线规运行30 mm定位误差

图 6　曲线规定位误差

由图 6 可以看出：在曲线规运行至成形极限位置 50 mm 时，定位误差约为 0.3 mm，误差较大，且为单边误差，需要进行误差补偿，以提高曲线规的定位精度。

针对曲线规进给行程 50 mm 的定位误差，此处采用脉冲值补偿方法，基于 PMAC 系统进行误差补偿。首先，以曲线规定位误差测量值的平均值作为补偿基准；然后，进行相应脉冲值的换算，得到需要进行补偿的脉冲值的大小；最后，将脉冲值输入系统，实现对弹簧刀具的定位误差补偿。

具体的换算过程如表 8 所示。

表 8　误差补偿表

序号	目标位置/mm	实际位置/mm	误差/mm	平均误差值/mm	误差分辨率/(误差×1/cts)	补偿表/(误差分辨率×16)
1		50.295	0.295			
2		50.287	0.287			
3		50.279	0.279			
4		50.273	0.273			
5	50	50.27	0.27	0.261	0.004 5	927
6		50.268	0.268			
7		50.265	0.65			
8		50.267	0.267			
9		50.26	0.26			
10		50.259	0.259			

根据误差补偿换算表对刀具定位误差进行补偿，重复测量补偿后的进给行程为 50 mm 的曲线规定位误差 10 次。

补偿前后曲线规定位误差的统计如图 7 所示。

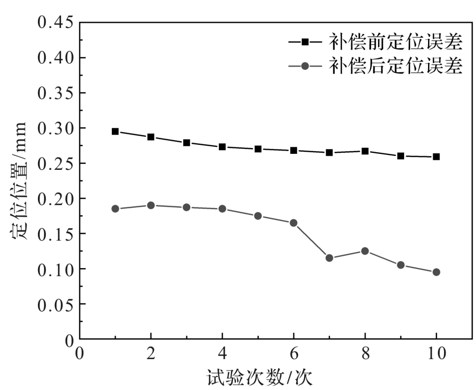


图 7　补偿前后曲线规定位误差对比

由图 7 可以看出：曲线规运行至 50 mm 的定位误差整体减小，弹簧刀具运行稳定；经过补偿后，曲线规定位精度提高 44.6%，曲线规定位位置更加接近设定值，成形弹簧尺寸更接近公称值；该结果使得一批次弹簧尺寸更加集中地分布在公称值附近，弹簧尺寸更加稳定，超差率降低。

5 结束语

本研究采用几何误差建模,对弹簧成形机的成形误差进行了研究;通过 Sobol 灵敏度分析方法,筛选出关键误差项,在此基础上使用基于 PMAC 系统的脉冲值误差补偿方法进行了误差补偿,研究得到的结论如下:

(1)以弹簧成形机为研究对象,针对目前弹簧成形机成形精度不高问题进行了研究;基于弹簧形状特征定义、识别出了 20 项刀具空间几何误差,采用多体系统理论与坐标变换方法,建立了弹簧成形机几何误差完备模型,填补了弹簧成形机几何误差建模与测量的空白;

(2)根据成形机几何误差完备模型,采用 Sobol 灵敏度分析方法,识别出了影响弹簧特征成形尺寸精度的关键误差项为各刀具的定位误差,为针对性误差补偿提供了理论依据;同时,提高了误差补偿的精确性和效率;

(3)针对成形刀具定位误差,采用基于 PMAC 系统的脉冲值误差补偿方法进行了补偿,选取成形刀具定位误差均值进行了伺服电机脉冲值换算,通过伺服电机补偿了成形刀具进给运动;补偿后,成形刀具定位精度提高了 44.6%,验证该几何误差识别、补偿方法适用于弹簧成形机,为弹簧成形机精度提高及稳健设计提供了理论方法和思路。

笔者后续将有:(1)建立弹簧精度评价指标,对弹簧成形机成形精度进行验证与评价;(2)以弹簧几何误差建模与补偿方法为研究基础,进行弹簧成形机的在线实时监测技术研究。

参考文献(References):

[1] 陈 树,潘俊林,孙 博,等.考虑不确定性的堆内构件压紧弹簧可靠性仿真分析方法[J].压力穿器,2020,37(9):46-52.

[2] 杨建国,范开国,杜正春. 数控机床误差补偿技术[M]. 1 版. 北京:机械工业出版社,2013.

[3] 王建亮,刘润爱. 刀架几何误差模型的建立及应用[J]. 机床与液压,2016,44(13):125-127,153.

[4] 胡 腾,郭曦鹏,米 良,等. 卧式加工中心关键几何误差元素甄别方法[J]. 中国机械工程,2020(13):1539-1547.

[5] 徐 凯,李国龙,李喆裕,等. 基于参数化建模的旋转轴误差快速辨识方法[J]. 仪器仪表学报,2020(8):21-29.

[6] 童程鹏,杜正春,杨建国. Gantry 桁架热变形及其对定位误差影响分析[J]. 机械设计与研究,2018,34(4):110-112,115.

[7] XIA Chang-jiu, WANG Shi-long, WANG Si-bao, et al. Geometric error identification and compensation for rotary worktable of gear profile grinding machines based on single-axis motion measurement and actual inverse kinematic model[J]. **Mechanism and Machine Theory**,2021(155):104042.

[8] VAHEBI M, AREZOO B. Accuracy improvement of volumetric error modeling in CNC machine tools [J]. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, 2018,95(5):2243-2257.

[9] 刘又午. 多体动力学在机械工程领域的应用[J]. 中国机械工程,2000,11(2):144-149.

[10] 粟时平,李圣怡,王贵林. 多轴数控机床的通用运动学综合空间误差模型[J]. 国防科技大学学报,2001,23(4):45-50.

[11] 冷洳涛. 数控机床定位精度和重复定位精度的检验[J]. 机床与液压,2008(8):191-192,159.

[12] ZHENG Fa-jia, FENG Qi-bo, ZHANG Bin, et al. A high-precision laser method for directly and quickly measuring 21 geometric motion errors of three linear axes of computer numerical control machine tools[J]. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**,2020(9):5-6.

[13] 吴 斌,王 航,康杰虎. 小型精密谐波转台角度定位精度标定与补偿[J]. 光学精密工程,2019,27(10):2207-2214.

[14] 林志杭,李殿新,冯平法,等. 一种龙门铣床误差实时补偿方法[J]. 机械科学与技术,2020,39(7):1035-1039.

[15] LU Hong, CHENG Qian, ZHANG Xin-bao, et al. A novel geometric error compensation method for gantry-moving CNC machine regarding dominant errors[J]. **Processes**, 2020,8(8):906-927.

[16] 马 平,张智阳,肖 全,等. 基于 PMAC 定位平台的定位精度与误差补偿研究[J]. 机械设计与制造,2020(6):62-65.

[17] 韩佩彤,李新国,刘 芸. 基于 PMAC 的伺服系统误差补偿方法研究[J]. 传感器与微系统,2012,31(8):12-14.

[18] 刘延柱,潘振宽,戈新生. 多体系统动力学[M]. 2 版. 高等教育出版社,2014.

[19] 邹喜聪. 三轴超精密车床几何误差敏感性分析及在位补偿技术研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学机电工程学院,2018.

[20] SOBOL I M. Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates[J]. **Mathematics & Computers in Simulation**,2001,55(1):271-280.

[编辑:雷 敏]

本文引用格式:

刘晓肖,王德成,程 鹏,等. 弹簧成形机几何误差的完备建模及其补偿方法研究[J]. 机电工程,2021,38(6):665-672.

LIU Xiao-xiao, WANG De-cheng, CHENG Peng, et al. Complete modeling and compensation method for geometric error of spring forming machine[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2021,38(6):665-672.