

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2021.10.017

三自由度拟人并联机构的尺度参数优化研究^{*}

罗怡沁,吕兴荣

(浙江纺织服装职业技术学院 机电与轨道交通学院,浙江 宁波 315211)

摘要:为提升并联机构的运动学与静力学综合性能,提出了一种基于空间模型技术的并联机构多目标尺度参数优化方法。首先,根据人机工程学设计了一种 2-PUS/RS 三自由度并联机构,并基于螺旋理论分析了机构 2 种类型支链的自由度,计算了并联机构的自由度;采用欧拉角描述了动平台姿态,推导了机构的位置反解;在肘、腕关节的转动副和驱动器约束条件下,利用搜索法得到了机构的工作空间;然后,定义了角速度传递、角速度各向同性性能评价指标,绘制了评价指标在工作空间中的等高线分布图;最后,利用空间模型技术无量纲化尺度参数,绘制了各项全域性能图谱,并采用加权求和法对其进行了多目标参数优化,得到了机构的最优结构参数。研究表明:优化后机构的各项指标大幅提升,全域角速度传递性能、力矩传递性能和各向同性性能分别提高了 16%、80%、40%,验证了该尺度参数优化方法的有效性。

关键词:并联机构;尺度参数优化;运动学分析;螺旋理论;性能分析

中图分类号:TH112;TP242 **文献标识码:**A

文章编号:1001-4551(2021)10-1340-09

Optimization of scale parameters for a 3-DOF anthropomorphic parallel mechanism

LUO Yi-qin, LV Xing-rong

(School of Mechanical, Electrical and Rail Transit, Zhejiang Fashion Institute of Technology, Ningbo 315211, China)

Abstract: To improve the comprehensive performance of kinematics and statics for the parallel mechanism, based on spatial model technology, a multi-objective scale parameter optimization method for parallel mechanisms was proposed. Firstly, according to ergonomics, a three degree of freedom parallel structure 2-PUS/PRRRS was designed. Based on the screw theory, two types of branch degrees of freedom (DOF) were analyzed, and the degrees of freedom of parallel mechanism were calculated. The Euler angles were used to describe the posture of the moving platform, and the inverse position solution of the mechanism was deduced. Under the constraints of the revolution pair and driver of the elbow and wrist joints, the workspace of the mechanism was obtained by using the search method. Then, the performance evaluation indexes of angular velocity transmission and angular velocity isotropy were defined, and the contour map of evaluation indexes in the workspace was plotted. Finally, the spatial model technology was used to dimensionless the scale parameters, various global performance maps were drawn, and the optimal structural parameters were obtained by using the weighted summation method to optimize the multi-objective parameters. The results show that the global angular velocity transmission performance, torque transfer performance and isotropic performance of the optimized mechanism are increased by 16%, 80% and 40% respectively, and the effectiveness of the optimization method is verified via the significant improvement of various indexes.

Key words: parallel mechanism; optimization of scale parameters; kinematic analysis; screw theory; performance analysis

0 引言

疗、航空航天等领域得到了广泛的应用。

由于串联机构具有控制简单、运动灵活、工作空间大等优点,目前的机械臂多采用串联机构^[1]。但串联

机器人技术的快速发展,使得机械臂在工业、医

收稿日期:2021-04-11

基金项目:浙江省高等教育“十三五”第二批教学改革研究资助项目(JG20190842)

作者简介:罗怡沁(1994-),女,浙江杭州人,硕士研究生,助理讲师,主要从事人工智能方面的研究。E-mail:2812928918@qq.com

机构运动惯性大、结构易震动等缺点又导致机械臂的动态精度较低。由于拟人机械臂要完成一系列仿人操作,应具有结构稳定、承载能力强等特点,而并联机构正好能满足这样的要求。除此以外,并联机构^[2,3]还具有刚度大、运动惯性小、精度高等众多优势。

对并联机构进行尺寸参数优化时,需要确定优化的目标函数,即机构性能指标。通常,并联机构的性能评价包括运动学与动力学指标,其中动力学分析较为复杂。利用达朗贝尔原理可将动力学能够转换为静力学问题,因此,分析机构的运动学与静力学指标可实现综合性能优化。一般可采用雅克比矩阵法^[4,5]和影响系数法^[6]分析运动学指标,并定义传递性能^[7-9]、各向同性^[10,11]、全域性能^[12]、局部评价指标^[13]等性能。

基于尺寸参数与性能指标之间的映射关系,筛选出影响机构性能指标的结构参数,并对其进行优化,可提高机构综合性能。张虎等人^[14]运用 BP 网络算法与遗传算法,以工作空间和全局条件指标为目标函数,经综合优化得到了 3-DOF 并联机床较优的尺寸参数。李超等人^[15]将目标工作空间内最差性能指标作为优化对象,对球面并联机构结构参数进行了优化,可避免机构在某些姿态下出现病态雅克比矩阵的情况。李树平等^[16]以雅可比矩阵条件数最大值定义最差灵巧度,使用差分进化算法,确定了合理的球面并联机构结构参数。金振林等人^[17]针对一种 2-DOF 并联行程放大机构,基于机构运动灵活性能评价指标,采用容限加权法确定了一组合理的结构参数。

上述方法均以运动学方面的性能指标作为目标来优化尺寸参数,并未考虑受力时机构对机构性能的影响,因此存在因机构受力或力矩过大,从而导致机构杆件变形甚至断裂的问题。

针对肘、腕关节,笔者提出一种新型并联三自由度拟人机械臂;首行分析机构的自由度,建立位置反解方程,并绘制位置工作空间轮廓图;定义速度与力传递、各向同性性能评价指标,给出全域性能图谱;在此基础上,建立多目标优化模型,采用加权求和法定义目标函数的权值系数,结合空间模型技术得到合理的结构尺寸参数。

1 运动学分析

由人体解剖学可知^[18,19],人臂的骨相当于机械臂的刚性杆件,若干杆件配合组成机构钢架,关节则相当于铰接点;肘关节可完成一组伸展-超伸-屈曲运动,其自由度为 1;腕关节可完成一组背屈-掌屈垂直运动和

一组桡屈-尺屈水平运动,其自由度为 2。

根据人体关节运动特点,本文提出一种 2PUS-PRRRS(P:移动副,U:虎克铰副,S:球副,R:旋转副)三自由度并联机构,其简图如图 1 所示。

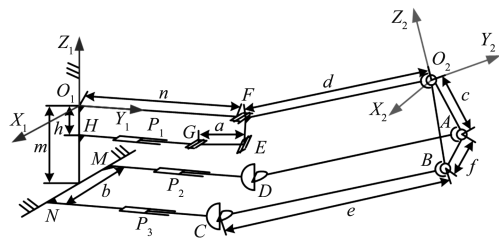


图 1 拟人机械臂的机构简图

图 1 中,笔者建立静坐标系 $\{R\}: O_1 - X_1 Y_1 Z_1$, Y_1 轴与 $O_1 F$ 平行, Z_1 轴与 HO_1 平行, X_1 轴由右手定则确定;动坐标系 $\{S\}: O_2 - X_2 Y_2 Z_2$, Y_2 轴垂直平面 ABO_2 , Z_2 轴平行平面 ABO_2 并过 AB 中点, X_2 轴由右手定则确定;

P_1 、 P_2 和 P_3 表示肘关节机构的 3 个直线移动副,移动副之间互相平行,且均固定在机构左端。初始位姿时,机构各个移动副的输入恒等于零,杆 FO_2 分别与面 ABO_2 垂直。

1.1 基于螺旋理论的自由度分析

该并联机构(拟人机械臂)具有 2 个相同分支 PUS 与一个单支 PRRRS。本文建立 PUS 分支的运动螺旋,如图 2 所示。

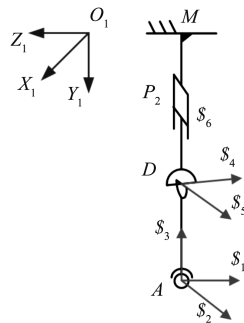


图 2 并联机构 PUS 分支的运动螺旋图

在初始形位下, PUS 分支的运动螺旋系为:

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{11} = (\mathbf{s}_{11}; \mathbf{s}_{11}^o) = (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{12} = (\mathbf{s}_{12}; \mathbf{s}_{12}^o) = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{13} = (\mathbf{s}_{13}; \mathbf{s}_{13}^o) = (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{14} = (\mathbf{s}_{14}; \mathbf{s}_{14}^o) = (0 \ 0 \ 1; e \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{15} = (\mathbf{s}_{15}; \mathbf{s}_{15}^o) = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ -e) \\ \mathcal{S}_{16} = (\mathbf{s}_{16}; \mathbf{s}_{16}^o) = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0) \end{cases} \quad (1)$$

对分支 PUS 的运动螺旋进行互易积,可得反螺旋系:

$$\$_{11}^r = (\$_{11}^r; \$_{11}^{ro}) = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \quad (2)$$

式(2)表明,在初始形位下, *PUS* 分支对动平台没有约束力和约束力偶。

采用相同构图法,可得 *PRRRS* 分支的运动螺旋。由于杆 FO_1 与静平台固连,此处将该分支拆为两个部分,如图 3 所示。

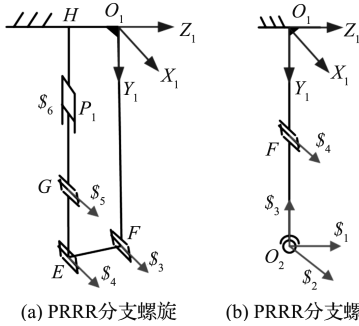


图 3 并联机构 *PRRRS* 分支的运动螺旋图

在初始形位下,图 3(a)中机构的运动螺旋系为:

$$\begin{cases} \$_{24} = (\$_{24}^r; \$_{24}^{ro}) = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ -d) \\ \$_{25} = (\$_{25}^r; \$_{25}^{ro}) = (1 \ 0 \ 0; 0 \ -n \ -e) \\ \$_{26} = (\$_{26}^r; \$_{26}^{ro}) = (1 \ 0 \ 0; 0 \ -g \ -d) \\ \$_{27} = (\$_{27}^r; \$_{27}^{ro}) = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0) \end{cases} \quad (3)$$

对 *PRRR* 分支求反螺旋,可得反螺旋系:

$$\begin{cases} \$_{21}^r = (\$_{21}^r; \$_{21}^{ro}) = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \$_{22}^r = (\$_{22}^r; \$_{22}^{ro}) = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0) \\ \$_{23}^r = (\$_{23}^r; \$_{23}^{ro}) = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1) \end{cases} \quad (4)$$

该机构为串联机构,根据 Bennett 机构自由度计算方法,空间不相交的 3 条直线必不相关,因此,其运动螺旋系的最大线性无关数为 3。

运动螺旋的反螺旋数为 3,公共约束为 3,阶数为 3,机构不存在冗余约束,因此, *PRRR* 机构的自由度为:

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + \nu = 3(4 - 4 - 1) + 4 + 0 = 1 \quad (5)$$

由式(5)知,该串联单环机构只有 1 个自由度,即绕 *X* 轴转动方向的自由度,且作用为辅助图 3 右侧支链的运动。

在初始形位下,图 3(b)中的机构运动螺旋系为:

$$\begin{cases} \$_{21} = (\$_{21}^r; \$_{21}^{ro}) = (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0) \\ \$_{22} = (\$_{22}^r; \$_{22}^{ro}) = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \$_{23} = (\$_{23}^r; \$_{23}^{ro}) = (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \$_{24} = (\$_{24}^r; \$_{24}^{ro}) = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ -d) \end{cases} \quad (6)$$

对 *RS* 分支求反螺旋,可得反螺旋系:

$$\begin{cases} \$_{21}^r = (\$_{21}^r; \$_{21}^{ro}) = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \$_{22}^r = (\$_{22}^r; \$_{22}^{ro}) = (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (7)$$

式(7)表明,在初始形位下, *RS* 分支对动平台施加一个沿 *X* 轴和 *Y* 轴方向的约束力。

由式(2,7)可知,该机构不存在公共约束,即 $\lambda = 0$,因此,该机构的阶数为:

$$d = 6 - \lambda = 6 \quad (8)$$

除去公共螺旋约束,剩余的约束螺旋数 $t = 2$,构成一个 k ($k = 2$) 系的螺旋,由此,可得肘、腕关节机构的冗余约束为:

$$\nu = \sum_{i=1}^p q_i - \lambda \cdot p - k = 2 - 0 \times 3 - 2 = 0 \quad (9)$$

可见,机构的 3 个球铰存在 1 个绕 *Z* 轴旋转局部自由度,故 $\xi = 1$ 。

机构的自由度为:

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + \nu - \xi = 6(7 - 8 - 1) + 16 + 0 - 1 = 3 \quad (10)$$

由机械臂的反螺旋和局部自由度可知:机构的约束为沿 *X*、*Y* 方向的移动和绕 *Y* 轴的转动,即机构能沿 *Z* 轴方向移动和绕 *X*、*Z* 轴转动。

通过分析机构运动可知:3 条分支各个运动副的轴线都与初始位姿时动坐标系的 *X* 轴或 *Z* 轴平行,轴线仅发生位置变化,未改变方向。因此,该并联机构具有全周自由度,运动性能好,在非奇异位形下,能连续平稳地进行两转一移运动。

1.2 位置反解

参考点 O_2 在 $\{S\}$ 坐标系中的位置为 $(0, 0, 0)^T$; 设参考点 O_2 在 $\{R\}$ 坐标系中的位置坐标为 $(0, y, z)^T$, 姿态为 $(\alpha, 0, \gamma)^T$; 杆 EF 与杆 FO_2 的夹角 θ 为常量,杆 FO_1 长度为 n ; M 、 N 点关于 $\{R\}$ 坐标系的 Z_1 轴对称分布,杆 EF 的长度为 k , θ_1 为杆 FO_2 绕 F 点的转角。由三角函数可得:

$$\theta_1 = \arctan \frac{z}{y - n} \quad (11)$$

在动坐标系 $\{S\}$ 中, A 、 B 点关于 $\{S\}$ 坐标系的 Z_2 轴对称分布, A 、 B 点的位置矢量为:

$$\begin{cases} \mathbf{A}_s = (-f/2 \ 0 \ -\sqrt{c^2 - f^2/4})^T \\ \mathbf{B}_s = (f/2 \ 0 \ -\sqrt{c^2 - f^2/4})^T \end{cases} \quad (12)$$

采用 $Z - Y - X$ 型欧拉角描述动平台的姿态,姿态旋转矩阵 ${}^R_s \mathbf{T}$ 为:

$${}^R_s \mathbf{T} = \mathbf{R}(Z, \alpha) \mathbf{R}(Y, \beta) \mathbf{R}(X, \gamma) =$$

$$\begin{bmatrix} c_\alpha c_\beta & c_\alpha s_\beta s_\gamma - s_\alpha c_\gamma & s_\alpha s_\gamma + c_\alpha s_\beta c_\gamma \\ c_\beta s_\alpha & c_\alpha c_\gamma + s_\alpha s_\beta s_\gamma & s_\alpha s_\beta c_\gamma + c_\alpha s_\gamma \\ -s_\beta & c_\beta s_\gamma & c_\beta c_\gamma \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中: $c_i = \cos i$; $s_i = \sin i$; $i = \alpha, \beta, \gamma$ 。

A 、 B 两点在静坐标系 $\{R\}$ 中的位置矢量为:

$$\begin{cases} \mathbf{A}_R = \mathbf{T}\mathbf{A}_S + \mathbf{O}_{2R} \\ \mathbf{B}_R = \mathbf{T}\mathbf{B}_S + \mathbf{O}_{2R} \end{cases} \quad (14)$$

通过结构几何关系,可得 4 杆 FO_2 、 AD 、 BC 和 EG 的方程式:

$$\begin{cases} (\mathbf{O}_{2R} - \mathbf{F}_R)(\mathbf{O}_{2R} - \mathbf{F}_R)^T = d^2 \\ (\mathbf{D}_R - \mathbf{A}_R)(\mathbf{D}_R - \mathbf{A}_R)^T = e^2 \\ (\mathbf{C}_R - \mathbf{B}_R)(\mathbf{C}_R - \mathbf{B}_R)^T = e^2 \\ (\mathbf{G}_R - \mathbf{E}_R)(\mathbf{G}_R - \mathbf{E}_R)^T = a^2 \end{cases} \quad (15)$$

综合式 (14, 15), 可得肘、腕关节位置反解的表达式:

$$\begin{cases} \Delta l_1 = S_1 - S_2 \\ \Delta l_2 = S_3 - S_4 \\ \Delta l_3 = S_5 - S_6 \end{cases} \quad (16)$$

其中:

$$\begin{cases} S_1 = n - k \sin(\theta - \theta_1 - \pi/2) - L_{10} \\ S_2 = \sqrt{a^2 - (h - k \cos(\theta - \theta_1 - \pi/2))^2} \\ S_3 = y + Q_1 \cos \alpha \sin \gamma - f \sin \alpha / 2 - L_{20} \\ S_4 = \sqrt{e^2 - (-f \cos \alpha / 2 - Q_1 \sin \alpha \sin \gamma + b/2)^2 - (z + m - Q_1 \cos \gamma)^2} \\ S_5 = y + Q_1 \cos \alpha \sin \gamma + f \sin \alpha / 2 - L_{30} \\ S_6 = \sqrt{e^2 - (f \cos \alpha / 2 - Q_1 \sin \alpha \sin \gamma - b/2)^2 - (z + m - Q_1 \cos \gamma)^2} \\ Q_1 = \sqrt{c^2 - f^2 / 4} \end{cases}$$

1.3 工作空间分析

设 ψ_1 、 ψ_2 和 ψ_3 分别为杆 FO_1 与 O_2F 、 DM 与 AD 、 CN 与 BC 之间的夹角; $\psi_{1\max}$ 、 $\psi_{2\max}$ 、 $\psi_{3\max}$ 与 $\psi_{1\min}$ 、 $\psi_{2\min}$ 、 $\psi_{3\min}$ 分别表示 ψ_1 、 ψ_2 和 ψ_3 的最大值和最小值,肘、腕关节的转动副约束条件为:

$$\begin{cases} \psi_{1\min} \leq \psi_1 \leq \psi_{1\max} \\ \psi_{2\min} \leq \psi_2 \leq \psi_{2\max} \\ \psi_{3\min} \leq \psi_3 \leq \psi_{3\max} \end{cases} \quad (17)$$

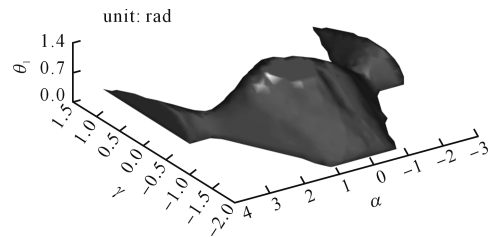
设 $L_{i\max}$ 和 $L_{i\min}$ ($i = 1, 2, 3$) 分别为 3 个直线移动副 P_1 、 P_2 和 P_3 的输入位移的最大值和最小值,则肘、腕关节的驱动器约束条件为:

$$L_{i\min} \leq L_i \leq L_{i\max} \quad (18)$$

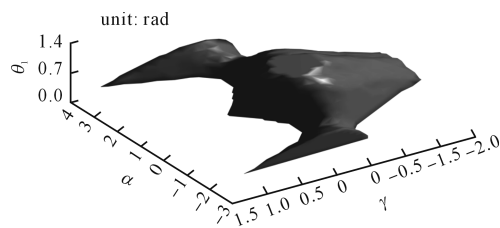
为直观地展示机械臂的工作空间,此处假设各参数值为: $h = 150$ mm, $m = 300$ mm, $a = 150$ mm, $e = 440$ mm, $d = 440$ mm, $b = 300$ mm, $f = 260$ mm, $c = 235$ mm, $n = 440$ mm, $k = 175$ mm, $L_{10} = 200$ mm, $L_{20} =$

300 mm, $L_{30} = 300$ mm。

采用坐标搜索法^[20]可得到肘、腕关节机构的三维位置工作空间形状图,如图 4 所示(视图 2 通过视图 1 绕 θ_1 轴逆时针旋转 90° 而得)。



(a) 视图 1



(b) 视图 2

图 4 肘关节与腕关节的工作空间

2 运动学性能分析

2.1 速度雅克比的求解

设肘、腕关节机构 3 个直线移动副 P_i ($i = 1, 2, 3$) 的输入速度为 v_i , 在静坐标系 $\{R\}$ 中参考点 O_2 的输入速度矢量为 $\mathbf{v} = (v_1 \ v_2 \ v_3)^T$, 广义速度矢量为 $\mathbf{V} = (V_Y \ V_Z \ \omega_X \ \omega_Z)^T$ 。根据结构位姿势特点可得方程组:

$$\begin{cases} k \sin(\theta - \pi/2 - \theta_1) + a \cos \varphi_1 = n - L_{10} - \Delta l_1 \\ k \cos(\theta - \pi/2 - \theta_1) + a \sin \varphi_1 = h \end{cases} \quad (19)$$

式中: φ_1 —杆 EG 绕 G 点的转角。

Δl_1 关于时间的导数为 v_1 , θ_1 关于时间的导数为 ω_1 ; 通过化简可得 ω_1 的解析表达式, 即杆 FO_2 绕 F 点转动的角速度为:

$$\omega_1 = v_1 / \begin{pmatrix} k \cos(\theta - \pi/2 - \theta_1) \\ -k \sin(\theta - \pi/2 - \theta_1) \tan \varphi_1 \end{pmatrix} \quad (20)$$

机构参考点 O_2 的线速度矢量为:

$$\mathbf{V}_{O2} = (V_Y \ V_Z) = s_1 d\omega_1 \quad (21)$$

设机构的 A 和 B 点相对于静坐标系 $\{R\}$ 的线速度矢量分别为 $\mathbf{V}_A$ 和 $\mathbf{V}_B$, 可得表达式:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_A = \mathbf{V}_{O2} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A}_R \\ \mathbf{V}_B = \mathbf{V}_{O2} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{B}_R \end{cases} \quad (22)$$

设 A 、 B 两点分别沿杆 AD 和 BC 方向的线速度为 v'_2 和 v'_3 。以参考点 O_2 作为基准, s_2 和 s_3 分别是沿杆 AD 和 BC 方向的单位矢量, 则 $\mathbf{v}'_2$ 和 $\mathbf{v}'_3$ 可表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{v}'_2 = \mathbf{V}_A \cdot \mathbf{s}_2 \\ \mathbf{v}'_3 = \mathbf{V}_B \cdot \mathbf{s}_3 \end{cases} \quad (23)$$

设 $\mathbf{n}_i$ 为沿 3 个直线移动副 $P_i (i=1,2,3)$ 方向的单位矢量,求解 $\mathbf{v}'_2$ 和 $\mathbf{v}'_3$ 为:

$$\begin{cases} \mathbf{v}'_2 = v_2 \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{s}_2 \\ \mathbf{v}'_3 = v_3 \mathbf{n}_3 \cdot \mathbf{s}_3 \end{cases} \quad (24)$$

经转化,可得矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{M}_R \times \mathbf{s}_2)^T \\ (\mathbf{N}_R \times \mathbf{s}_3)^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}' = \begin{bmatrix} -K_1 \mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2 & \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{s}_2 & 0 \\ -K_1 \mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_3 & 0 & \mathbf{n}_3 \cdot \mathbf{s}_3 \end{bmatrix} \mathbf{v} \quad (25)$$

其中: $\boldsymbol{\omega}' = (\omega_x \quad 0 \quad \omega_z)^T$ 。

可推出关于 $\boldsymbol{\omega}$ 的表达式为:

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{J}_\omega \mathbf{v} \quad (26)$$

其中: $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x \quad \omega_z)^T$ 。

由于 $\mathbf{V}_{o2}$ 仅受角速度 ω_1 的影响,综合上式可得关于角速度 ω_1 与 $\boldsymbol{\omega}$ 的表达式为:

$$\mathbf{V}'' = [\omega_1 \quad \omega_x \quad \omega_z]^T = \mathbf{J} \mathbf{v} \quad (27)$$

式中: $\mathbf{J} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ —肘、腕关节机构的速度雅克比矩阵。

矩阵 $\mathbf{J}$ 的具体表达式为:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}'_V \\ \mathbf{J}_\omega \end{bmatrix} \quad (28)$$

考虑到线、角速度属于不同量纲,当机构不在奇异位形时,上式可改写为:

$$\begin{cases} \omega_1 = \mathbf{J}_V \mathbf{v}_1 \\ \boldsymbol{\omega} = \mathbf{J}_\omega \mathbf{v} \end{cases} \quad (29)$$

式中: $\mathbf{J}_V$ —线速度雅克比矩阵; $\mathbf{J}_\omega$ —角速度雅克比矩阵。

同样地,可得静力学雅克比矩阵为:

$$\mathbf{G} = (\mathbf{J}^{-1})^T \quad (30)$$

2.2 运动学性能评价指标与分布图

2.2.1 角速度传递性能评价指标

当机构不在奇异位形时, $\mathbf{J}_\omega$ 可分解出奇异值,存在正交矩阵 $\mathbf{C}_\omega \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ 、 $\mathbf{D}_\omega \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$,使:

$$\mathbf{J}_\omega = \mathbf{C}_\omega \mathbf{A}_\omega \mathbf{D}_\omega^T \quad (31)$$

其中:

$$\mathbf{C}_\omega = \begin{bmatrix} c_{D11} & c_{D12} \\ c_{D21} & c_{D22} \end{bmatrix} \mathbf{A}_\omega = \begin{bmatrix} 0 & \delta_{1\omega} & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{2\omega} \end{bmatrix}。$$

在矩阵 $\mathbf{A}_\omega$ 中,元素 $\delta_{1\omega}$ 和 $\delta_{2\omega}$ 为 $\mathbf{J}_\omega$ 的两个奇异值,设两元素的关系为 $\delta_{1\omega} \leq \delta_{2\omega}$ 。当机构不在奇异位形时,若输入向量 $\mathbf{v}$ 是单位向量:

$$\mathbf{v}^T \mathbf{v} = 1 \quad (32)$$

综合式(31,32),可得到奇异值 $\delta_{1\omega}$ 、 $\delta_{2\omega}$ 的方程表

达式:

$$\frac{\omega'^2_x}{\delta_{1\omega}^2} + \frac{\omega'^2_z}{\delta_{2\omega}^2} = 1 \quad (33)$$

通过定义线速度传递性能评价指标 K_L 和角速度传递性能评价指标 K_A ,可得到机构的运动性能在工作空间内的分布情况。定义 K_L 和 K_A 为:

$$\begin{cases} K_L = \|\mathbf{J}_V\| \\ K_A = \delta_{1\omega} \end{cases} \quad (34)$$

角速度性能评价指标表征机构驱动到动平台的运动映射关系,其值越大,说明机构的速度传递性能越好。

笔者利用 MATLAB 绘制角速度传递性能评价指标 K_A 在工作空间内的分布图,如图 5 所示。

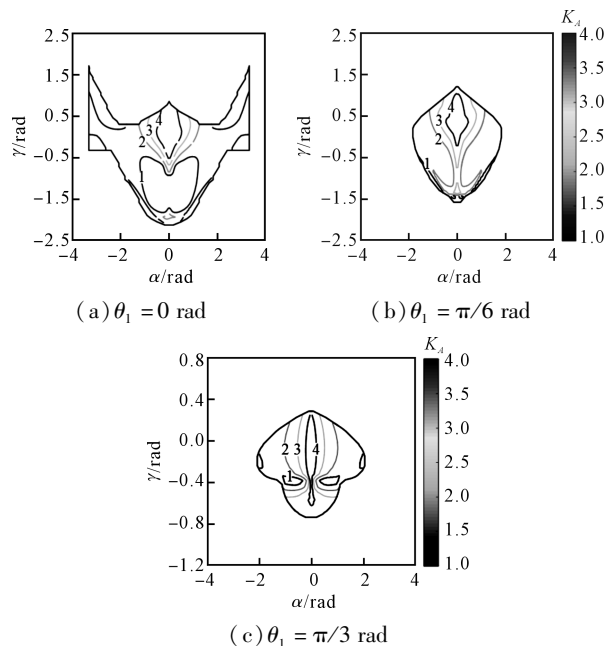


图 5 角速度传递性能 K_A 的工作空间分布图

由图 5 可知:(1)角速度传递性能评价指标在工作空间内的波动小,等高线分布较有规律性;(2)等高线均以 α 轴对称轴分布,且在 α 轴位置处数值较大,说明机构在对称轴位置的运动学性能较好;(3)在工作空间内,指标数值不存在等于 0 的情况,表明机械臂的全域传递性能较好;(4)随着自变量 θ_1 的改变,指标数值变化不大,说明机构末端执行器的映射区间较稳定。

同样地,定义力传递性能评价指标 K_F 和力矩传递性能评价指标 K_M ,可得到机构在工作空间内的力学性能分布情况。

2.2.2 角速度各向同性性能评价指标

定义机构在输入速度矢量 $\mathbf{v}$ 为单位向量时,末端输出速度的最大值 η_{kmax} 和最小值 η_{kmin} ,可得到机构运

动性能在工作空间内的分布情况。

此处给出角速度各向同性性能评价指标为:

$$K_{\eta} = \eta_{kmin} / \eta_{kmax} \quad (35)$$

其中: $0 < K_{\eta} \leq 1$, K_{η} 越趋近于 1, 角速度各向同性性能越好; 反之, 性能越差。

笔者利用 MATLAB 绘制角速度各向同性性能评价指标 K_{η} 在工作空间内的分布图, 如图 6 所示。

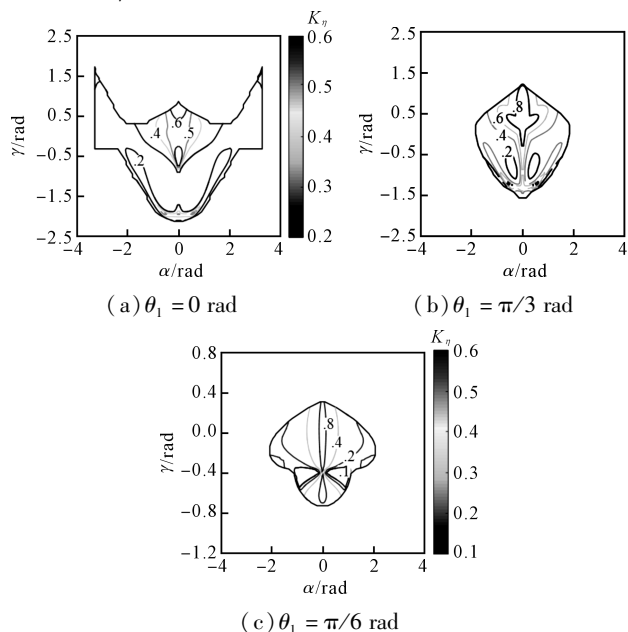


图 6 角速度各向同性性能 K_{η} 的工作空间分布图

由图 6 可知: (1) 角速度各向同性性能评价指标在工作空间内的波动小, 等高线分布较有规律性; (2) 等高线均以 α 轴为对称轴分布, 且在 α 轴位置数值更接近于 1, 说明机构在对称轴位置的运动学各向同性性能较好; (3) 随 θ_1 的增大, 机构的角速度各向同性性能逐渐变差。

3 结构尺度参数优化

3.1 空间模型技术

基于拟人特征, 机构各关节均以人臂作为参照, 且遵循一定尺度与比例。当机构的某部分尺度均被定义时, 其他部分可通过比例系数确定; 另一方面, 根据各项指标与机构参数的映射关系, 笔者选定 m 、 a 和 b 作为机构的设计参数。

笔者利用空间模型技术将参数无量纲化^[21], 即:

$$\varpi' = \frac{m + a + b}{3} \quad (36)$$

经转化可得参数的无量纲杆件尺寸: $\gamma'_1 = \frac{m}{\varpi'}$, $\gamma'_2 = \frac{a}{\varpi'}$, $\gamma'_3 = \frac{b}{\varpi'}$ 。将无量纲尺寸相加可得:

$$\gamma'_1 + \gamma'_2 + \gamma'_3 = 3 \quad (37)$$

给出参数 γ'_1 、 γ'_2 和 γ'_3 的取值范围条件为:

$$\begin{cases} \gamma'_2 \leq \gamma'_1 \leq 3 \\ \gamma'_3 \leq 3 \end{cases} \quad (38)$$

综合上式, 笔者绘制上臂无量纲参数的空间模型图, 如图 7 所示。

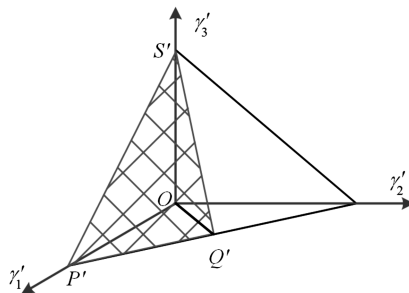


图 7 上臂无量纲参数的空间模型图

图 7 中: 三维空间的坐标轴上 γ'_1 、 γ'_2 和 γ'_3 分别映射 3 个尺寸参数 m 、 a 和 b , 将其投影到平面 $P'Q'S'$ 。

为了便于分析, 笔者将上臂无量纲参数空间模型的三维 xyz 转为二维的 xy 坐标, 即:

$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{3} (2\gamma'_2 + \gamma'_3) \\ y = \gamma'_3 \end{cases} \quad (39)$$

根据转换关系, 笔者绘制上臂参数的平面映射图, 如图 8 所示。

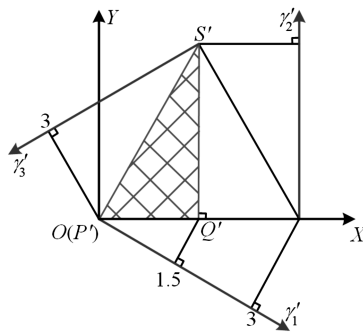


图 8 上臂参数的平面映射图

图 8 中, 平面 $P'Q'S'$ 为肘、腕关节机构上臂参数构建的几何空间模型形状。

3.2 全域运动学性能评价

以上述运动学性能评价指标为局部评价空间, 无法全面评价机构的运动学性能。因此, 本文定义全域线速度传递性能评价指标 $\zeta(L)$ 、全域角速度传递性能评价指标 $\zeta(A)$ 和全域角速度各向同性性能评价指标 $\zeta(K_{\eta})$, 分别表示线和角速度传递性能、角速度各向同性性能在整个机构工作空间内的平均值。

其中, 全域线速度传递性能评价指标 $\zeta(L)$ 为:

$$\zeta(L) = \frac{\int_S K_L dS}{\int_S dS} \quad (40)$$

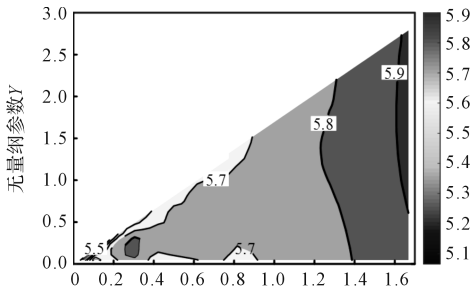
全域角速度传递性能评价指标 $\zeta(A)$ 为:

$$\zeta(A) = \frac{\int_S K_A dS}{\int_S dS} \quad (41)$$

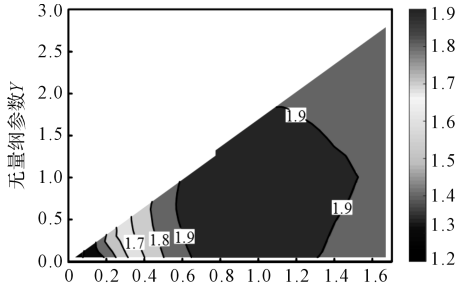
全域角速度各向同性性能评价指标 $\zeta(K\eta)$ 为:

$$\zeta(K\eta) = \frac{\int_S K_{K\eta} dS}{\int_S dS} \quad (42)$$

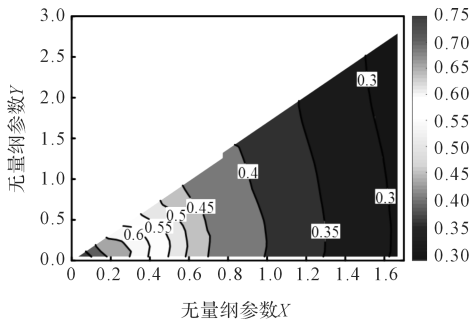
机构的全域运动学性能图谱如图 9 所示



(a) $\zeta(L)/(m \cdot s^{-1})$



(b) $\zeta(A)/(\text{rad} \cdot s^{-1})$



(c) $\zeta(K\eta)$

图 9 全域运动学性能图谱

由图 9 可得:(1)全域线速度传递性能评价指标随参数增大,数值变化坡度小;(2)全域角速度传递、各向同性性能评价指标随参数增大,数值变化大,等高线垂直落差大;(3)机构上臂的 3 个参数 m 、 a 和 b 对

全域线速度传递性能评价指标影响不大,对全域角速度传递、各向同性性能评价指标影响较大。

同样地,本文定义全域力传递性能评价指标 $\zeta(F)$ 、全域力矩传递性能评价指标 $\zeta(M)$ 和全域力矩各向同性性能评价指标 $\zeta(S\eta)$,分别表示力和力矩传递性能、力矩各向同性性能在整个机构工作空间内的平均值。

其中,全域力传递性能评价指标 $\zeta(F)$ 为:

$$\zeta(F) = \frac{\int_S K_F dS}{\int_S dS} \quad (43)$$

全域力矩传递性能评价指标 $\zeta(M)$ 为:

$$\zeta(M) = \frac{\int_S K_M dS}{\int_S dS} \quad (44)$$

全域力矩各向同性性能评价指标 $\zeta(S\eta)$ 为:

$$\zeta(S\eta) = \frac{\int_S K_{S\eta} dS}{\int_S dS} \quad (45)$$

笔者绘制了全域静力学性能图谱,由该图谱可知:机构上臂的 3 个参数 m 、 a 和 b 对全域力传递性能评价指标影响不大,对全域力矩传递、各向同性性能评价指标影响较大。

3.3 多目标参数优化

由于全域线速度、力传递性能评价指标受参数影响不大,此处以全域角速度传递性能评价指标 $\zeta(A)$ 、全域角速度各向同性性能评价指标 $\zeta(K\eta)$ 、全域力矩传递性能评价指标 $\zeta(M)$ 和全域力矩各向同性性能评价指标 $\zeta(S\eta)$ 作为机构的优化目标;并采用归一加权求和法,将各优化目标函数权值定义为相同数值,以避免每个优化指标的权重不同。

由性能图谱可得到的各指标最大值 $\vartheta_{\max}$ 和最小值 $\vartheta_{\min}$,无量纲化参数可表示为:

$$F_i = \frac{\vartheta(x) - \vartheta_{\min}}{\vartheta_{\max} - \vartheta_{\min}} \quad (46)$$

式中: $\vartheta(x)$ —参数变化范围内所有的指标值; F_i —无量纲化的目标函数。

目标函数 F_i 是在参数变化范围内各个指标所占的比值,可保证各优化指标相对目标函数而言同等重要。笔者建立多目标函数如下:

$$F = \sum_{i=1}^4 F_i \quad (47)$$

在无量纲参数的 XY 坐标范围区间内,笔者在 X 轴均匀取点,设定步长为 0.1,得到相应范围内的 Y 值。

在工作空间内搜索得到机构的综合性能优化结果,如图 10 所示。

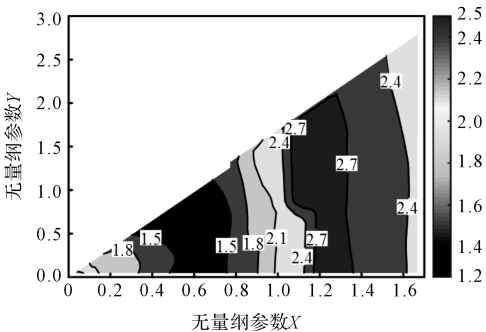


图 10 综合性能优化结果图

由图 10 可知:上臂无量纲参数在 X 轴上的数值在 1.2~1.3 之间,且 Y 轴上的数值在 0.8~1.7 之间的区域内,机构的综合性能最优^[22]。

笔者取 $X=1.2, Y=1.2$ 作为最优值,计算参数优化前后的性能指标,如表 1 所示。

表 1 参数优化前后的性能指标对比表

指标	优化后	优化前	性能增幅/(%)
全域角速度传递性能评价指标/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	1.75	1.51	16
全域角速度各向同性性能评价指标	0.60	0.60	0
全域力矩传递性能评价指标/($\text{N} \cdot \text{m}$)	0.29	0.16	80
全域力矩各向同性性能评价指标	0.35	0.25	40

由表 1 可知:经优化后,全域角的速度传递性能、力矩的传递性能和各向同性性能分别提高了 16%、80%、40%。

在其他 7 个参数不变的情况下,笔者选取一组各项性能指标均佳的结构尺寸参数为: $m=270\text{ mm}, a=100\text{ mm}, b=260\text{ mm}$ 。

4 结束语

针对并联机构运动学与静力学综合性能的优化问题,本文提出了一种多尺度参数优化方法;首先在分析机构自由度基础上建立了位置反解方程,绘制了机构三维位置工作空间轮廓图;然后定义了机构的角速度和力的传递、各向同性性能指标,绘制了各指标在工作空间内的分布图,确定了待优化的机构参数,建立了多

目标函数方程,得到了合理的结构尺寸参数;最后结合空间模型技术和归一加权求和法,对 2-PUS/PRRRS 机构的参数进行了优化,并通过数值仿真方法对其进行了验证。

研究结果表明:

(1) 2-PUS/PRRRS 并联机构具有两转一移自由度,符合人体肘腕关节的运动特性,可实现肘关节的伸展-超伸-屈曲运动以及腕关节的背屈-掌屈垂直运动和桡屈-尺屈水平运动;

(2) 2-PUS/PRRRS 机构不同类型的结构参数对其性能影响程度不同,其中驱动器之间的位置为主要因素,不同机构在参数优化时可根据具体机构特性合理选取;

(3) 优化后全域角的速度传递性能、力矩的传递性能和各向同性性能分别提高了 16%、80%、40%,验证了该参数优化方法的有效性。

在后续研究工作中,笔者将进一步研究该机构的精度设计问题,建立机构的误差分析模型,以提高机构的动态精度。

参考文献 (References):

[1] HE Jun, LI Jie, SUN Zhen-chuan, et al. Kinematic design of a serial-parallel hybrid finger mechanism actuated by twisted-and-coiled polymer[J]. **Mechanism and Machine Theory**, 2020(152):103951.

[2] DU Xiao-qiang, LI Yue-chan, WANG Peng-cheng, et al. Design and optimization of solar tracker with U-PRU-PUS parallel mechanism[J]. **Mechanism and Machine Theory**, 2021(155):104107.

[3] 王 林,李研彪,孙 鹏,等.基于动力学的拟人肩关节动载协调分配优化研究[J]. 机电工程,2018,35(9):903-909.

[4] 李剑锋,袁树峥,范金红,等.人体上肢运动的雅克比矩阵与灵活性分析[J]. 上海交通大学学报,2014,48(2):173-180.

[5] 于靖军,刘 凯,孔宪文.多模式机构研究进展[J]. 机械工程学报,2020,56(19):14-27.

[6] 陈 原,何淑垒,姜 媛,等.轮-腿复合式移动机器人球面并联腿机构的动力学模型[J]. 光学精密工程,2019,27(8):1800-1810.

(下转第 1360 页)

本文引用格式:
罗怡沁,吕兴荣.三自由度拟人并联机构的尺度参数优化研究[J]. 机电工程,2021,38(10):1340-1347,1360.
LUO Yi-qin, LV Xing-rong. Optimization of scale parameters for a 3-DOF anthropomorphic parallel mechanism[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2021,38(10):1340-1347,1360.
《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>

- gy[J]. **High Technology Letters**, 2010, 16(2): 210-214.
- [8] MOON J D, KIM B S, LEE S H. Development of the active balancing device for high-speed spindle system using influence coefficients [J]. **International Journal of Machine Tools & Manufacture**, 2006, 46(9): 978-987.
- [9] HREDZAK B, GUO G X. Investigation of the feasibility of active balancing of hard disk drives [J]. **Mechatronics**, 2004, 14(7): 853-859.
- [10] HREDZAK B, GUO G X. New electromechanical balancing device for active imbalance compensation[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2006, 294(4): 737-751.
- [11] 德国霍夫曼公司. 电磁环形平衡器[EB/OL]. (2011-6-30) [2021-1-5]. <http://www.hofmann-balancing.co.uk/products/active-balancing-systems>.
- [12] 美国斯密特工业公司. 电磁环形平衡器[EB/OL]. (2011-6-30) [2021-1-5]. <http://www.hb-tec.com/product/list.phpcatid=3>.
- [13] 顾超华, 曾 胜, 罗迪威, 等. 一种机械式在线平衡头的设计与实验研究[J]. **振动与冲击**, 2014, 33(12): 151-155.
- [14] 李 燕, 王维民, 黄立权, 等. 基于蠕动泵的注排液式转子自动平衡实验研究[J]. **振动与冲击**, 2011, 30(4): 38-41.
- [15] 章 云, 梅雪松, 胡振邦, 等. 注液式高速切削主轴动平衡装置设计及其性能研究[J]. **西安交通大学学报**, 2013(3): 13-17, 23.
- [16] 梁警威, 刘保国, 申会鹏, 等. 电磁平衡头齿盘齿形参数对自锁力矩的影响研究[J]. **机电工程**, 2021, 38(2): 245-249.
- [17] 樊红卫, 景敏卿, 王仁超, 等. 一种电磁式自动平衡头设计计算与响应试验[J]. **振动、测试与诊断**, 2014, 34(5): 807-811.
- [18] 李志农, 刘 杰, 卢文秀, 等. 转子系统盘轴松动故障动力学建模和仿真研究[J]. **机械工程学报**, 2020, 56(7): 60-71.
- [19] 冯 伟, 刘保国, 丁 浩, 等. 非参数不确定动力学建模研究综述[J]. **振动与冲击**, 2020, 39(5): 1-9.
- [20] 樊红卫, 景敏卿, 吴腾庆, 等. 自动平衡头对电主轴动态特性影响的试验研究[J]. **测试技术学报**, 2013, 27(5): 369-376.

[编辑: 李 辉]

本文引用格式:

梁警威, 刘保国, 冯 伟, 等. 电磁平衡头转子系统振动建模及模态试验研究[J]. **机电工程**, 2021, 38(10): 1355 - 1360.LIANG Jing-wei, LIU Bao-guo, FENG Wei, et al. Vibration modeling and modal test of rotor system of electromagnetic balancing head[J]. **Journal of Mechanical & Electrical Engineering**, 2021, 38(10): 1355 - 1360.《机电工程》杂志; <http://www.meem.com.cn>

(上接第 1347 页)

- [7] 叶 伟, 谢镇涛, 李秦川. 一种可用于微创手术的并联机构运动学分析与性能优化[J]. **机械工程学报**, 2020, 56(19): 103-112.
- [8] 胡 波, 施东生, 史艳国, 等. 非对称 3-PRS 机构运动等效机构演化及约束性能对比分析[J]. **机械工程学报**, 2020, 56(3): 31-40.
- [9] 段艳宾, 侯荣伟, 邓云蛟, 等. 三自由度天线并联机构运动与力学性能分析[J]. **机械制造**, 2019, 57(6): 68-71, 81.
- [10] 汪满新, 刘海涛, 黄 田. 3-SPR 并联机构运动学性能评价[J]. **机械工程学报**, 2017, 53(5): 108-115.
- [11] 许允斗, 郭金伟, 王志峰, 等. 线矢力各向同性分析与其在机构构型综合中的应用[J]. **农业机械学报**, 2019, 50(1): 406-411.
- [12] 张金柱, 金振林, 张天浩. 并联驱动机械腿运动学静力学性能评价及几何参数设计[J]. **农业工程学报**, 2017, 33(21): 61-69.
- [13] 李研彪, 刘 毅, 赵章风, 等. 基于空间模型技术的拟人机械腿的运动学传递性能分析[J]. **农业工程学报**, 2013, 29(2): 17-23.
- [14] 张 虎, 郭志飞, 张 铮, 等. 基于遗传算法的 3-DOF 并联机床机构的结构参数优化[J]. **机床与液压**, 2015, 43(3): 20-23, 33.
- [15] 李 超, 谢少荣, 李恒宇, 等. 基于参数优化的球面并联机构仿生眼设计[J]. **机器人**, 2010, 32(6): 781-786.
- [16] 李树平, 谢少荣, 程 军, 等. 基于差分进化的球面并联机构仿生眼参数优化[J]. **农业机械学报**, 2011, 42(11): 189-194.
- [17] 王晓磊, 金振林, 李晓丹. 2-DOF 并联行程放大机构结构参数优化[J]. **光学精密工程**, 2019, 27(5): 1148-1157.
- [18] 李研彪, 王泽胜, 孙 鹏, 等. 一种四自由度冗余串并混联拟人机械臂的动载协调分配优化[J]. **机械工程学报**, 2020, 56(9): 45-54.
- [19] XIE Bi-yun, ZHAO Jing. A new criterion for redundancy resolution of human arm in reaching tasks [C]. **IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics**, 2013.
- [20] 黄 真, 赵永生, 赵铁石. **高等空间机构学**[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- [21] 李研彪, 郑 航, 徐梦茹, 等. 5-PSS/UPU 并联机构的多目标性能参数优化[J]. **浙江大学学报: 工学版**, 2019, 53(4).
- [22] 蒋 祥, 蔡健荣, 孙 力. 杀菌机的无轴螺旋加热输送机结构优化设计[J]. **包装与食品机械**, 2020(1): 42-46.

[编辑: 杨骏泽]